

EXAMEN FINAL DE MÉTODOS MATEMÁTICOS III GRUPO: 1º....
TODA LA ASIGNATURA / 2ºPARCIAL (30/06/2016)

APELLIDOS.....NOMBRE.....

CÁLCULO

PROBLEMA 1.(2,5 ptos)

Dada la función $f(x,y) = y^4 - 4xy + 2x^2 - 4$. Se pide:

a) (1,25 ptos.) Encuentra los **puntos críticos**.

b) (1,25 ptos.) **Clasificalos**.

PROBLEMA 2.(2,5 ptos)

Encuentra los **extremos condicionados** de la función $f(x,y) = x^2y$ con $y > 0$ que verifiquen $2x^2 + y^2 = 3$

PROBLEMA 3.(3 ptos)

Dada la integral doble $\int_0^{2x} \int_{x^2}^{2x} (4x + 2)dydx$. Se pide:

a) (0,75 ptos.) **Esboza gráficamente** la región R a la que se refiere la integral doble

b) (1,5 ptos.) **Calcula** dicha integral doble.

c) (0,75 ptos.) **Plantea, sin calcular**, cómo queda dicha integral doble cuando se cambia el orden de integración.

PROBLEMA 4.(2 ptos)

Determina el **intervalo de convergencia** de la serie de potencias: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{3^n} (x + 1)^n$

ÁLGEBRA

PROBLEMA 5.(5 ptos)

En \mathbb{R}^3 con el producto escalar canónico, se considera el subespacio U de \mathbb{R}^3

$$U = L(\{(1,2,1), (0,1,1)\})$$

Se pide:

a) (2 ptos.) Determina una **base ortonormal** de U .

b) (2 ptos) Calcula la **proyección ortogonal** de $v = (1,0,1)$ en U .

c) (1 pto.) Halla el **subespacio ortogonal** de U .

PROBLEMA 6.(5 ptos)

Dada la forma cuadrática $q(x,y,z) = 2x^2 + \alpha y^2 + 2\alpha xz + 2z^2$, se pide:

a) (0,5 pto.) Escribe la **matriz simétrica asociada** a q en la **base canónica** de \mathbb{R}^3 .

b) (0,5 pto.) Escribe la **expresión** de la **forma polar** f asociada a q en la base canónica de \mathbb{R}^3 .

c) (1 pto.) Clasifica q según valores de $\alpha \in \mathbb{R}$.

d) (0,5 pto.) Si $\alpha = -2$, ¿Cuál es la **signatura** de q ? ¿y el **rango**?

e) (1 pto.) Si $\alpha = 2$, determina una **base** B de \mathbb{R}^3 tal que la matriz asociada a q respecto de la base B sea una **matriz diagonal** D .

f) (0,5 pto.) ¿Cuál es la **relación matricial** entre la matriz que has determinado en el apartado a) y D ? Escríbela.

g) (0,5 pto.) Si B' es una base de \mathbb{R}^3 , distinta de B , tal que la matriz asociada a q respecto de B' es también una matriz diagonal D' , ¿qué diferencias y semejanzas hay entre D y D' ?

h) (0,5 pto.) ¿Para qué **valores** de $\alpha \in \mathbb{R}$ f define un producto escalar?