

CONTROL Bloque 1 (Recuperación): Números, Funciones, Límites y Continuidad.

1. Calcula las raíces cúbicas de 27.

Encuentra un polinomio de grado 4 que tenga como raíces al -1 y a las raíces cúbicas de 27. ¿Cuántos polinomios cumplen esta condición? ¿Y si además le pedimos que tome el valor 1 en $x = 1$?

2. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2x^2 + 6 & , \text{ si } x \in [-2, -1] \\ e^{x+1} & , \text{ si } x \in (-1, 1] \end{cases}$$

- a) Dibuja justificadamente su gráfica y encuentra su dominio y su rango.
b) Justifica que tiene inversa, dibuja su gráfica y defínela.

3. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \operatorname{arctg}(x^2 - 1) & \text{ si } x \in [0, 3] \\ \frac{x^2 - 9x + 20}{2x - 4} & \text{ si } x \in (3, 6] \end{cases}$$

- a) Estudia justificadamente donde es continua.
b) Resuelve la ecuación $f(x) = 0$.
c) Resuelve la inecuación $f(x) < 0$.

4. a) Enuncia el teorema de acotación (Weierstrass).
b) Encuentra una función f continua en $[0, 1)$ que no cumpla la tesis del teorema.
c) Encuentra una función f continua en $[0, 1)$ que sí cumpla la tesis del teorema.
d) Encuentra una función f continua en $[0, 1)$ que no sea acotada inferiormente.
e) Encuentra una función f continua en $[0, 1)$, acotada y que no tenga mínimo absoluto.

(Justifica las respuestas)