CÁLCULO I (1^o GITI). CURSO 2019-20. **20/01/2020**

CONTROL Bloque 3: Integración impropia y numérica, sucesiones y series.

1. Sea la integral definida:
$$\int_0^1 \operatorname{arctg}(x)dx$$
   a) Aproxima la integral utilizando la Regla del Trapecio con $n = 3$.
   b) Si queremos aproximar su valor con un error menor que 0.01 ¿qué número n de subintervalos tendríamos que utilizar?

2. a) Calcula la siguiente integral impropia:
$$\int_1^{\infty} (x-1)^2 e^{-x} dx.$$
   b) Enuncia el Criterio de la Integral de convergencia de series.
   c) Utiliza los apartados anteriores para estudiar la convergencia de la serie:
$$\sum_{n=1}^{\infty} (n-1)^2 e^{-n}.$$

3. Dadas las siguientes series:
$$\text{a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (n^3 + n^4) e^{-n} \quad \text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{3^n + 1} \quad \text{c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 2}{n^3 + 3}$$
   Justifica, aplicando los criterios correspondientes, si divergen o convergen.
   ¿Cuáles convergen absolutamente?

4. Dada la función $f(x) = \cos(\pi x)$ y el centro $a = 1$:
   a) Encuentra su polinomio de Taylor de grado 3, $p_3(x)$.
   b) Enuncia el teorema de Taylor.
   c) Da una estimación del error que se comete cuando se utiliza $p_3(x)$ para aproximar a $f(x)$ en el intervalo $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$.
   d) Escribe la serie de Taylor y justifica que converge a $\cos(\pi x)$ para todo $x \in (-\infty, \infty)$.

- La duración del examen es de 2 horas.
- Cada apartado de cada ejercicio puntúa sobre 0,25.