Tema 2. Elementos Básicos de la Oferta

2.1. Funciones de producción: Tecnología

2.2. Funciones de costes: coste total, coste medio, coste marginal

2.3. La función de oferta de la empresa. Excedente del productor

2.4. Limites de la empresa

2.1. Funciones de producción: Tecnología

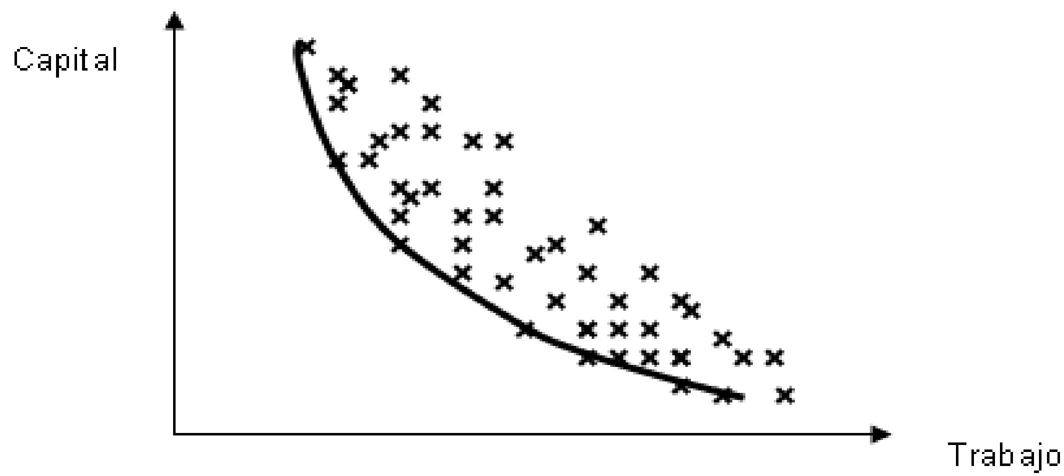
- **Empresa:** agente económico que transforma unos bienes y servicios (inputs) en otros bienes y servicios (output) con mayor capacidad para satisfacer necesidades humanas.
- La principal restricción a la que se enfrentan las empresas en su toma de decisiones es la tecnología. Por tanto, con el fin de determinar y analizar la función de oferta de cada empresa, será necesario estudiar la tecnología y los costes de los factores productivos.
- **Tecnología:** estado del conocimiento que permite una determinada relación entre recursos empleados y producción por periodo.
- Matemáticamente, se representa en una función, **Función de Producción**, que da para cada combinación de factores productivos la máxima cantidad de producto por período posible, en el estado del conocimiento actual.

$$\boxed{Q = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$$

donde x_i es la cantidad empleada del recurso i-ésimo por periodo y F() representa el estado del conocimiento en el momento del tiempo.

2.1. Funciones de producción: Tecnología

- Suponga que disponemos de datos acerca de la cantidad de factores de producción, capital (valor de los bienes de capital) y trabajo (número de empleados), que aplican 50 plantas de automóviles en el mundo para obtener una producción de 100 vehículos al día. Estos datos están representados en la siguiente figura:



- La envolvente inferior se denomina ***<u>isocuanta</u>*** y se define como el lugar geométrico de las combinaciones de los factores que permiten producir una misma cantidad de producto de forma eficiente.

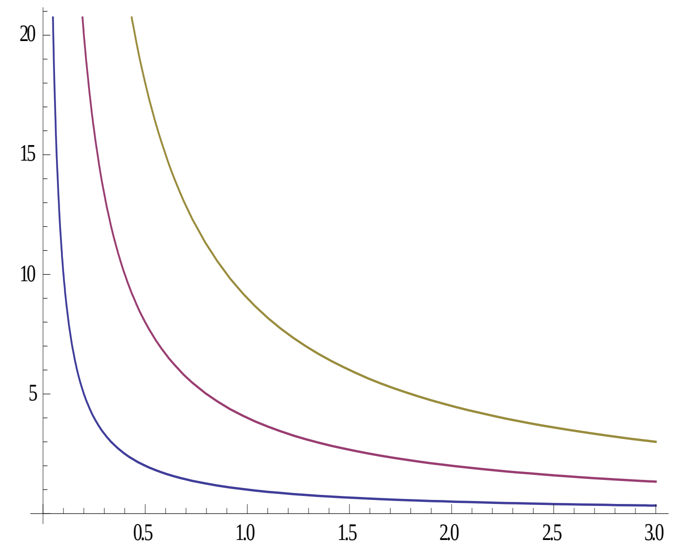
2.1. Funciones de producción: Tecnología

- Una combinación de factores es ***técnicamente eficiente*** cuando no existe otra que permita obtener la misma cantidad de producto con una cantidad menor de al menos uno de los factores.
- A partir de la función de producción, la ecuación de una isocuanta se escribiría como:

$$\boxed{Q_0 = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$$

donde Q_0 es una determinada cantidad de producción.

Ejemplo: Considere la función de producción $Q = (L \times K)^{1/2}$, donde L=trabajo y K=capital. La ecuación de la isocuanta correspondiente a Q = 3 es K = 3^2/L= 9/L.

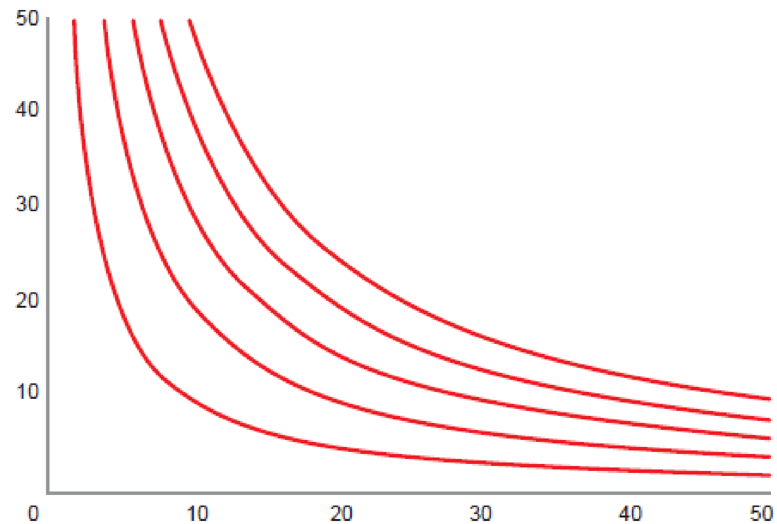


2.1. Funciones de producción: Tecnología

- Funciones de producción más "utilizadas" en economía:
  - ***<u>Función de producción Cobb-Douglas:</u>***

$$\boxed{Q = a x_1^{\alpha} \times x_2^{\beta}}$$

  - Donde a, α y β son positivos y constantes; x_1 y x_2 son las cantidades del input 1 y del input 2 respectivamente. Los parámetros α y β miden la respuesta de la cantidad producida a las variaciones de los factores productivos.

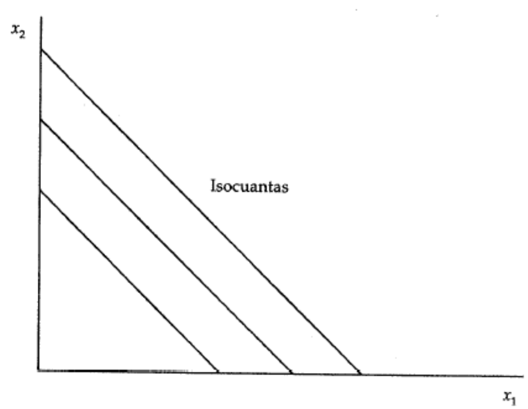


2.1. Funciones de producción: Tecnología

- **Sustitutivos perfectos:** isocuantas lineales (pendiente constante)..

$$\boxed{Q = ax_1 + bx_2}$$

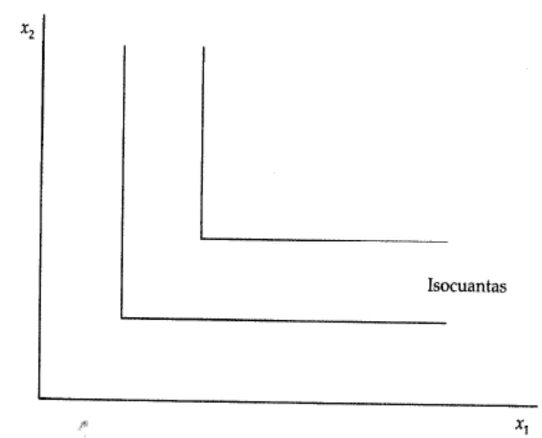
Donde x_1 y x_2 son las cantidades del input 1 y 2 respectivamente; a y b son números positivos y constantes que miden la "productividad" de x_1 y x_2 respectivamente. Ejemplo: Un proceso productivo que requiere energía en forma de gas natural y/o de petróleo.



- ***Complementarios perfectos:*** Ambos inputs se deben usar en una proporción fija.

$$\boxed{Q = min\{ax_1, bx_2\}}$$

Donde x_1 y x_2 son las cantidades del input 1 y 2 respectivamente; a y b son números positivos que indican las proporciones que se usan de cada input. *Ejemplo:* producción de hoyos; usamos una pala por trabajador.



2.1. Funciones de producción: Tecnología

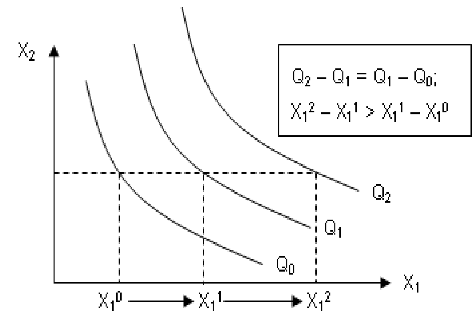
Propiedades de la función de producción:

- *La **productividad marginal** de un factor i cualquiera es la variación en la cantidad producida originada por una variación (infinitesimal) en la utilización de ese factor, manteniendo la del otro valor constante. Dicha productividad va a ser **positiva**.*

$$\boxed{Q_i' \equiv F_i' \equiv \frac{\partial Q}{\partial x_i} = \frac{\partial F}{\partial x_i} \geq 0}$$

- Los **rendimientos marginales** de un factor "suelen" **decrecientes**. Al aumentar la cantidad de un factor, su productividad marginal disminuye.

$$\boxed{\frac{\partial^2 Q}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} < 0}$$



- *Ejemplo:* La función de producción $Q=L\times K$ muestra **rendimientos marginales constantes**.
- *Ejemplo:* La función de producción $Q=(L\times K)$^((0,5))muestra **rendimientos marginales decrecientes**.

2.1. Funciones de producción: Tecnología

Propiedades de la función de producción:

La ***Relación (marginal) Técnica de Sustitución*** del input 2 por el 1, RTS_1^2 mide en que cantidad hay que aumentar el input 2, cuando la cantidad del input 1 disminuye en una unidad infinitesimal, para mantener la producción constante. Tasa de intercambio del input 2 por el 1 manteniendo el mismo nivel de producción. Matemáticamente, la RTS se puede calcular como:

- La pendiente de la isocuanta (representando x_2 en el eje vertical) cambiada de signo, y/o
- El cociente de productividades marginales

$$\boxed{RTS_1^2 = -\left.\frac{\partial x_2}{\partial x_1}\right|_{Q_{cte}} = \frac{F_1'}{F_2'} = \frac{\left(\partial Q/\partial x_1\right)}{\left(\partial Q/\partial x_2\right)},\ RTS_2^1 = -\left.\frac{\partial x_1}{\partial x_2}\right|_{Q_{cte}} = \frac{F_2'}{F_1'} = \frac{\left(\partial Q/\partial x_2\right)}{\left(\partial Q/\partial x_1\right)}}$$

La $RTS^2{}_1$ ”suele” ser decreciente ($\Leftrightarrow$ isocuantas convexas). Cuánto más cantidad tenemos del input 1, menos necesitamos del input 2 para mantener la producción constante (ante un pequeño descenso en x_1).

2.1. Funciones de producción: Tecnología

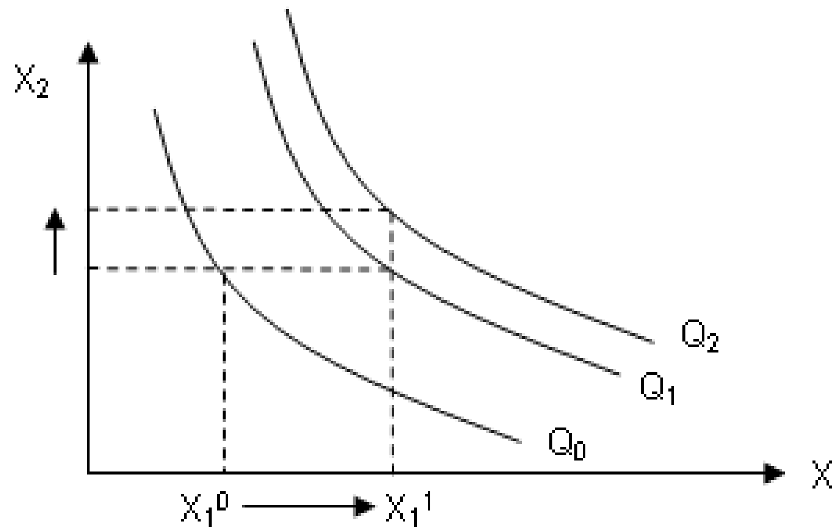
Propiedades de la función de producción:

Normalmente, existe **complementariedad** entre los recursos. Al aumentar la cantidad de un factor, la productividad marginal del otro aumenta.

$$\boxed{\frac{\partial^2 Q}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} > 0}$$

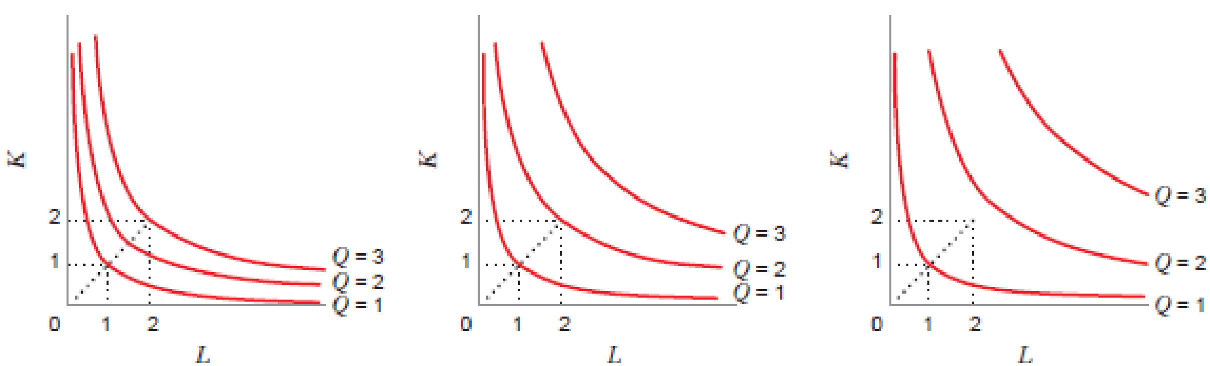
Actividad propuesta:

Compruebe que las funciones de producción $Q = L \times K$ y $Q = (L \times K)^{(0,5)}$ cumplen esta propiedad.



2.1. Funciones de producción: Tecnología

- **Rendimientos a escala:** relación entre *cantidad producida* y *variación proporcional de todos los factores productivos*. Están relacionados con la homogeneidad de la función de producción. Sea θ>0 el multiplicador de los recursos y X el vector de recursos $X = (x_1, \dots, x_n)$.
- Si para todo X se cumple que F(θX)=θF(X) decimos que hay ***rendimientos constantes a escala*.** Δ 1% Factores productivos ➔ Δ Q de un 1%
- Si para todo X se cumple que F(θX)>θF(X) decimos que hay ***rendimientos crecientes a escala***. Δ 1% Factores productivos ➔ Δ Q de MÁS de un 1%
- Si para todo X se cumple que F(θX)<θF(X), hay **rendimientos *decrecientes a escala***. Δ 1% Factores productivos ➔ Δ Q de MENOS de un 1%



(a) Increasing Returns to Scale (b) Constant Returns to Scale (c) Decreasing Returns to Scale

2.2. Funciones de costes

- El coste de producción de la empresa se expresa como:

$$\boxed{C = w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots + w_nx_n}$$

- donde w_i es el coste unitario del recurso i.
- La recta isocoste es el lugar geométrico de las combinaciones de los factores que suponen un mismo coste. Considerando solamente dos factores productivos, si fijo un coste un coste C_0, la ecuación de la recta isocoste vendrá dada por:

$$\boxed{C_0 = w_1x_1 + w_2x_2}$$

- La pendiente de la recta isocoste es negativa y su valor absoluto es el cociente de precios de los factores productivos.

$$\boxed{x_2 = \frac{C_0}{w_2} - \frac{w_1}{w_2}x_1, \qquad x_1 = \frac{C_0}{w_1} - \frac{w_2}{w_1}x_2}$$

- Variando el coste C_0 tendremos "infinitas" rectas isocoste paralelas, tales que cuanto más alejadas del origen, mayor coste representan.

2.2. Funciones de costes

- Las empresas persiguen maximizar beneficios atendiendo al nivel de producción y las cantidades de factores utilizadas. Para ello, proceden en dos etapas:1) **Minimización de Costes** y 2) Maximización de Beneficios.

Antes de comenzar a analizar el problema de minimización de costes debemos distinguir entre:

- **Largo Plazo:** la empresa puede variar todos los factores productivos.
- **Corto Plazo:** hay algún factor productivo (o más de uno) que es fijo.
  - Ejemplo: Trabajo (empleados) y capital (una nave) → si se necesitan 2 años para ampliar la nave, ese periodo delimita el cambio de corto a largo plazo. Si el horizonte temporal es inferior a 2 años (corto plazo) el empresario sólo puede contar con aumentos o disminuciones del número de empleados.

2.2. Funciones de costes

- Comenzaremos adoptando una perspectiva de **largo plazo**, bajo la que todos los factores productivos son variables. De modo que, matemáticamente, el problema del productor es:

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Minimizar } C(x_1, x_2) = w_1 x_1 + w_2 x_2 \\ \text{s.a. } Q=F(x_1, x_2)\end{array}}$$

- Por las c.p.o. el productor elegirá la combinación (x_1^*, x_2^*) que resuelve el sistema de ecuaciones (2 ecuaciones y 2 incógnitas (x_1^*, x_2^*)):

$$\boxed{\frac{F_1'}{F_2'} = \frac{\left(\partial Q / \partial x_1\right)}{\left(\partial Q / \partial x_2\right)} = \frac{w_1}{w_2}, \qquad Q = F(x_1, x_2)}$$

- Resolviéndolo obtenemos las **funciones de demanda de inputs:**

$$\boxed{L^* = \sqrt{\frac{r}{w}Q}, \qquad K^* = \sqrt{\frac{w}{r}Q}}$$

- Y sustituyendo en la función objetivo obtenemos la **función de costes C(Q)**

$$\boxed{C(Q; w_1, w_2) = C\left(x_1^*, x_2^*\right) = w_1 x_1^* + w_2 x_2^* = w_1 D_1\left(w_1, w_2, Q\right) + w_2 D_2\left(w_1, w_2, Q\right)}$$

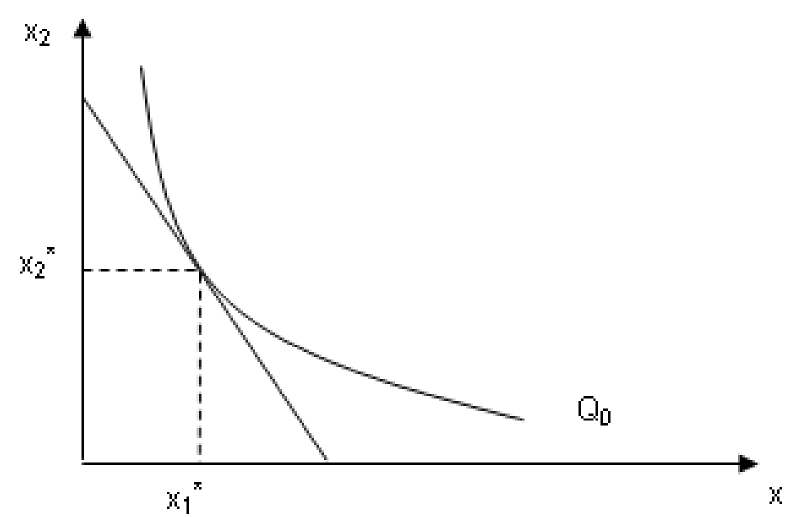
- **Tarea:** ¿cuáles serían las c.p.o. si hubiera tres inputs? Por ejemplo Q = F(L, K, M)

2.2. Funciones de costes

La función de Costes

- La función de costes, C(Q;W), representa el mínimo desembolso que es necesario realizar para producir Q, dados unos precios de los factores W (vector de precios unitarios $W=(w_1,...,w_n)$).
  - Implica que la empresa minimiza costes.
  - Por el contrario, no implica que se maximice el beneficio. Esto dependerá de su actuación posterior.

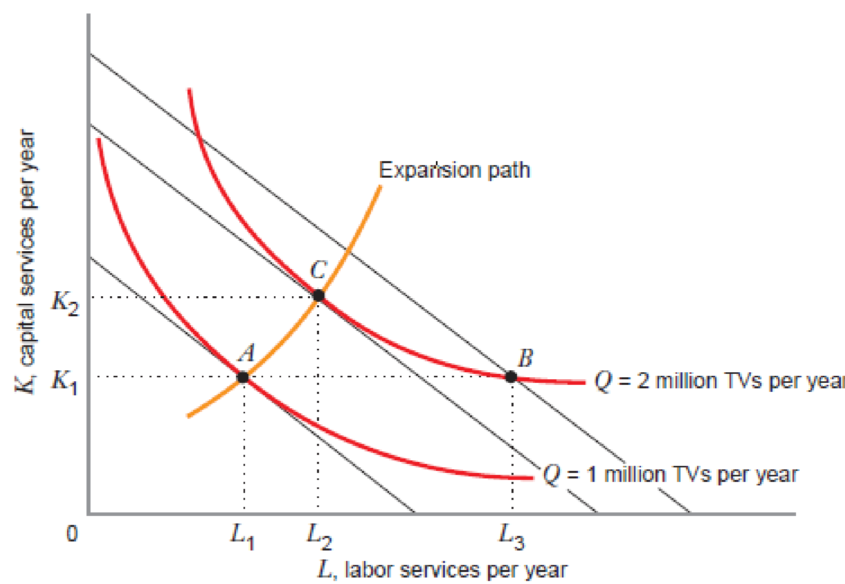
- Gráficamente, la empresa elige, de entre las infinitas combinaciones posibles de los factores que permiten producir la cantidad de producción Q (isocuanta), aquella de menor coste, que es la de tangencia a la recta isocoste más cercana al origen.



2.2. Funciones de costes

La función de Costes

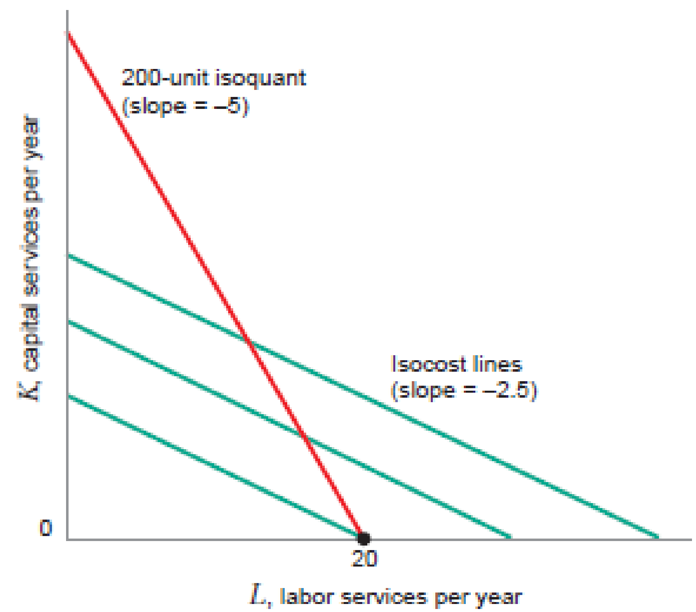
- Al variar la cantidad de producción Q se obtiene la *senda de expansión de la empresa*, que es el lugar geométrico de las combinaciones de factores que permiten producir cada cantidad de producto al mínimo coste.
- La función de costes se obtiene calculando el coste de cada combinación óptima de la senda de expansión. Dicho coste es la suma de las cantidades de cada factor por su precio.



2.2. Funciones de costes

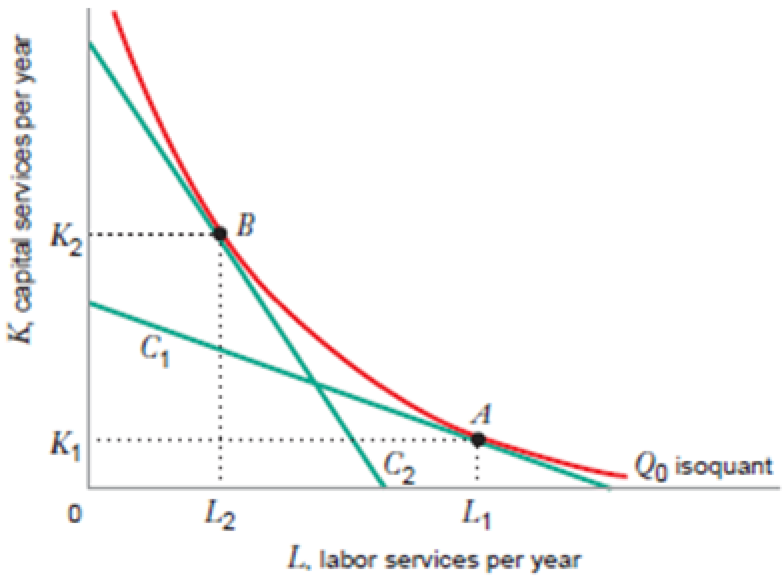
- Podemos tener soluciones "de esquina", en las que no se cumple la condición de tangencia (por ejemplo con inputs sustitutos perfectos). En las soluciones de esquina, solamente se emplea un input, que será aquel cuya productividad marginal por euro sea mayor.

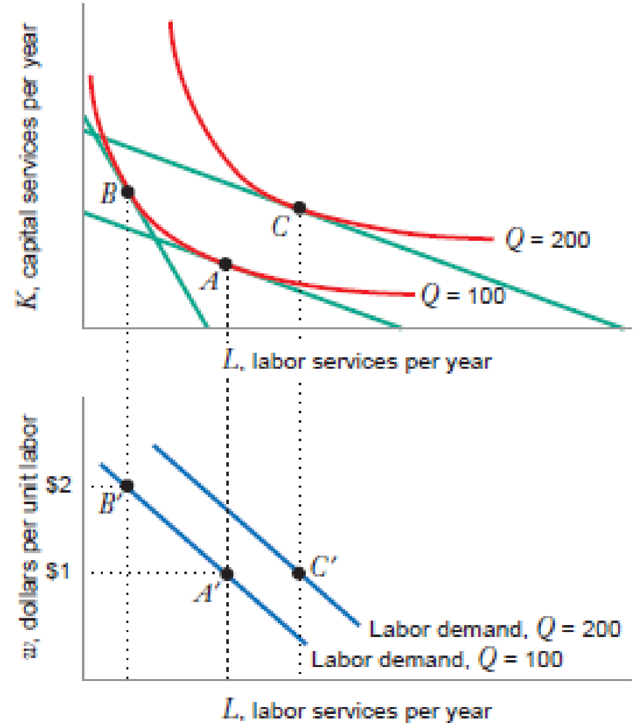
$$\boxed{\text{Si } \frac{F_1'}{w_1} > \frac{F_2'}{w_2} \Rightarrow x_2^* = 0, x_1^* > 0}$$



2.2. Funciones de costes

- Podemos analizar qué ocurre cuando cambian los precios de los inputs y/o la cantidad Q que queremos producir y/o la función de producción. Por ejemplo, si el precio de un input sube, cambia la pendiente de las rectas isocoste,…





- Podemos analizar la estática comparativa de las **funciones de demanda de inputs** (calcular elasticidades,…).

2.2. Funciones de costes

- *Ejemplo:* Q = L K, w = precio del trabajo, r = precio del capital. El productor elige (L, K) que resuelve el problema.

$$\text{Minimizar } C(x_1, x_2) = w L + r K$$

$$\text{s.a. } Q = L K$$

- Resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$\frac{K}{L} = \frac{w}{r}, \quad Q = KL$$

- Y obtenemos las **funciones de demanda de inputs:**

$$L^* = \sqrt{\frac{r}{w}Q}, \qquad K^* = \sqrt{\frac{w}{r}Q}$$

- Sustituyendo en la función objetivo tenemos la **función de costes C(Q):**

$$C(Q; w, r) = C\left(L^*, K^*\right) = wL^* + rK^* = w\sqrt{\frac{r}{w}Q} + r\sqrt{\frac{w}{r}Q} = 2\sqrt{w\, r\, Q}$$

- Si Q=400, w=r=1, entonces L*=K*=20, $C(Q)=2Q^{0.5}$ y C(400)=40.

2.2. Funciones de costes: Corto plazo vs largo plazo

- **Corto Plazo:** Supongamos que el año pasado instalamos bienes de capital (naves, maquinaria, etc.) por valor de 15 y este año no podemos modificar eso. Entonces, hablamos de corto plazo ya que K=15 (fijo) y solamente podemos elegir L. El problema a corto plazo es:

Minimizar C(L, K=15) = w L + r K

s.a. Q = L K, K = K =15

- Las **funciones de demanda de inputs** y la **función de costes a c/p** son:

$$K_{cp} = 15, \quad L_{cp} = \frac{Q}{15}, \quad C_{cp}(Q;w) = wL_{cp} + r15 = w\frac{Q}{15} + r15$$

Si Q=400, w=r=1, entonces L=400/15=26.6667, K* =15, C(Q)=15+Q/15 y C(400)=15+400/15 = 41.6667.

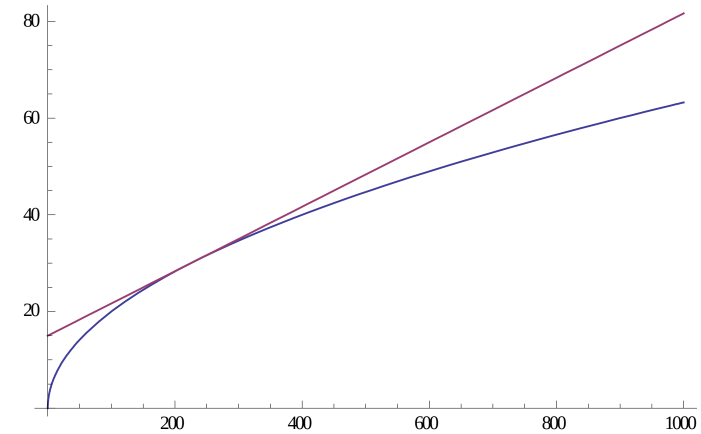
A corto plazo cambian las funciones de demanda y la función de costes.

- *Tarea:* ¿cuáles serían las demandas y costes si hubiera tres inputs? Por ejemplo, considere Q=F(L,K,M) con K=K fijo.

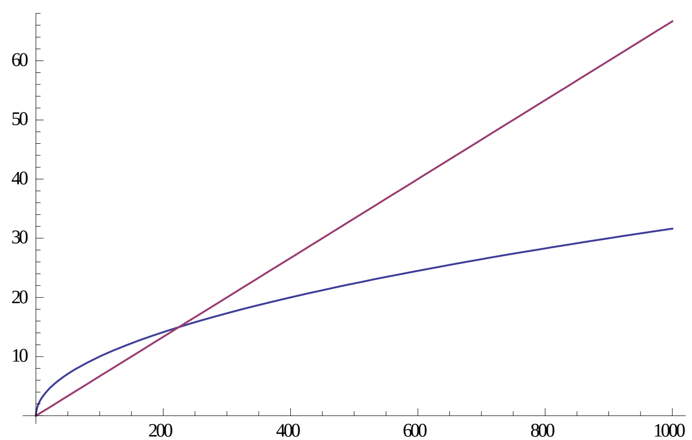
2.2. Funciones de costes: Corto plazo vs largo plazo

- Para la misma Q (y los mismos precios) los costes a corto plazo son mayores que a largo plazo. Sólo coincidirían para Q* tal que:

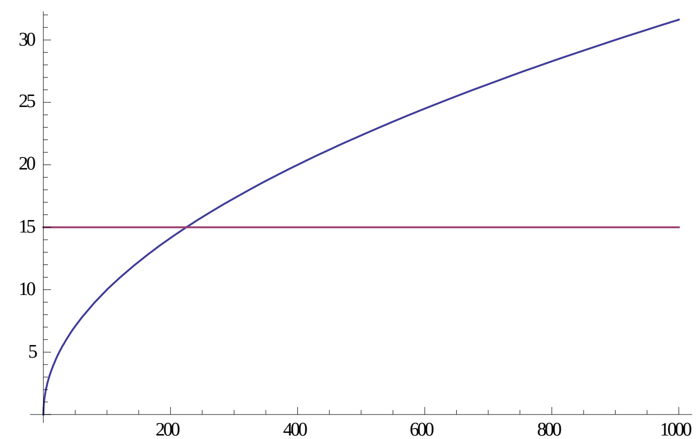
$$15+Q^*/15 = 2\,Q^{*0.5} \Leftrightarrow Q^* = 225$$



F. de demanda de trabajo



F. de demanda de capital

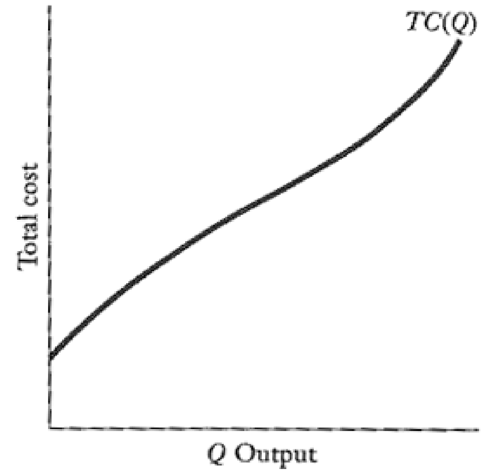


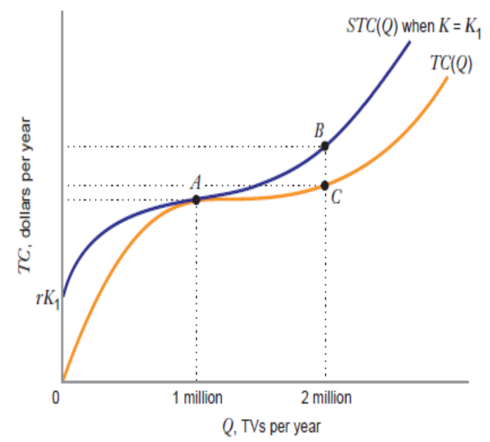
2.2. Funciones de costes: Corto plazo vs largo plazo y Tipos de costes

Tipos de costes:

- **Costes variables**: dependen de Q. Si Q=0, los costes variables son nulos (corto y largo plazo).
- **Costes fijos**: "no" dependen de Q e incurrimos en ellos incluso si Q=0 (corto plazo).
- En el ejemplo anterior, si elegimos Q=0, los costes a largo plazo serían nulos ($L^*=K^* = 0$); pero los costes a corto plazo serían igual a sus costes fijos, 15 (L=0, K=K=15).

La **función de coste total** refleja las capacidades actuales de la empresa. Si la empresa está produciendo al máximo nivel de eficiencia del que es capaz, la única forma de obtener más producción es aumentando los factores de producción, lo que genera más costes (pendiente positiva). Por tanto, la función de costes es monótona creciente ($C' \geq 0$).





2.2. Funciones de costes: Tipos

- A partir de la función de costes totales definimos dos funciones con gran relevancia económica (que analizaremos a continuación):

- ***Función de Coste marginal*:** mide el incremento en el coste total imputable a la última unidad producida,

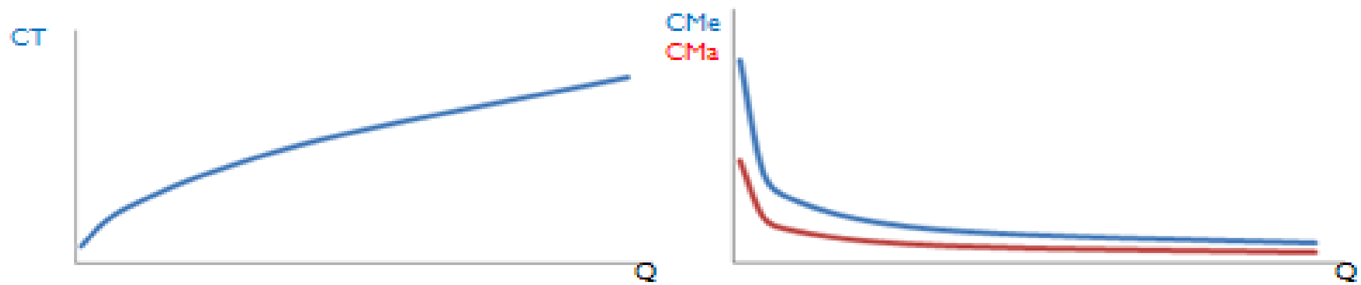
$$\boxed{CM(Q) \equiv C'(Q) = \frac{dC(Q)}{dQ}}$$

- ***Función de Coste medio***: mide el coste medio de las Q unidades producidas (con frecuencia se hace referencia a éste como el coste unitario de producción),

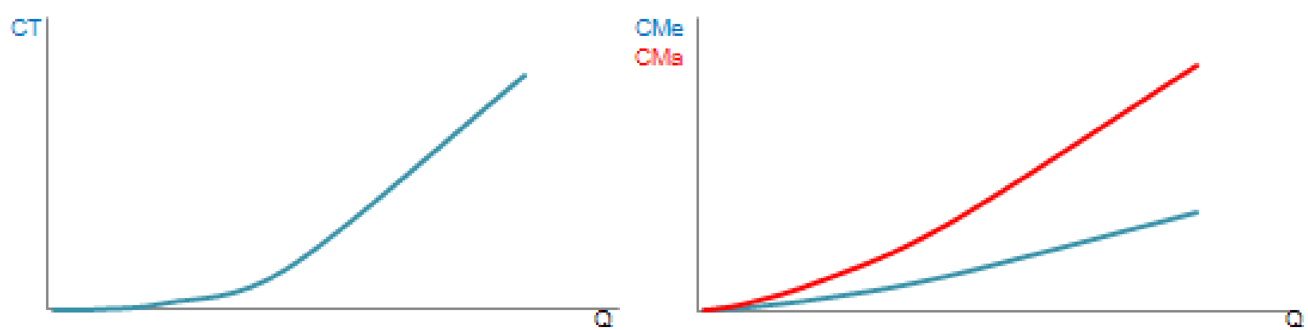
$$\boxed{CMe(Q) \equiv \bar{C}(Q) = \frac{C(Q)}{Q}}$$

2.2. Funciones de costes: concavidad-convexidad

- *Pregunta:* ¿qué significado económico tiene la concavidad o convexidad de la función de costes totales a largo plazo?
- Cuando <u>la función de CT a l/p es cóncava</u>, el coste medio y el coste marginal son decrecientes, y al aumentar la producción (Q) en una determinada proporción, el coste total aumenta en una proporción menor → Ej.: $CT(Q) = 2Q^{1/2}$.

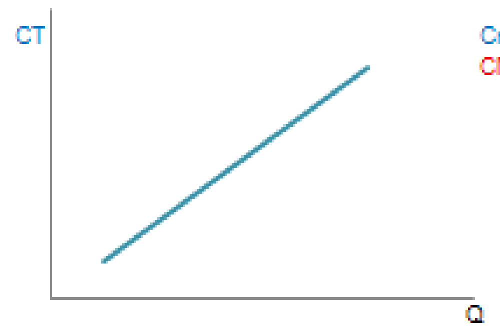


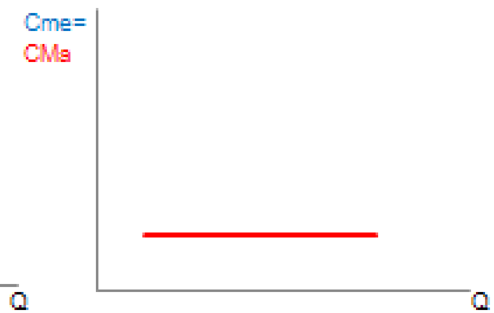
- Cuando <u>la función de CT a l/p es convexa</u>, el coste medio y el coste marginal son crecientes, y al aumentar la producción (Q) en una determinada proporción, el coste total aumenta en una proporción mayor.→ Ej.: $CT(Q) = 2Q^{5/2}$.



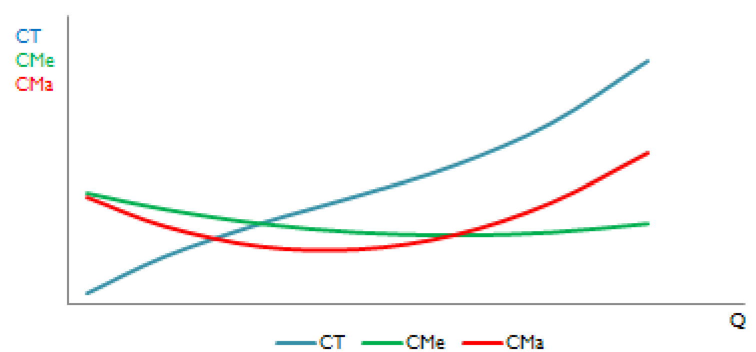
2.2. Funciones de costes: concavidad-convexidad

- En general, cuando la función de CT a l/p es lineal, el coste marginal es constante. Por ejemplo, si $CT(Q) = 2Q$, el coste medio y el coste marginal son constantes e iguales, y el coste total aumenta "proporcionalmente" con la producción (a una tasa constante).





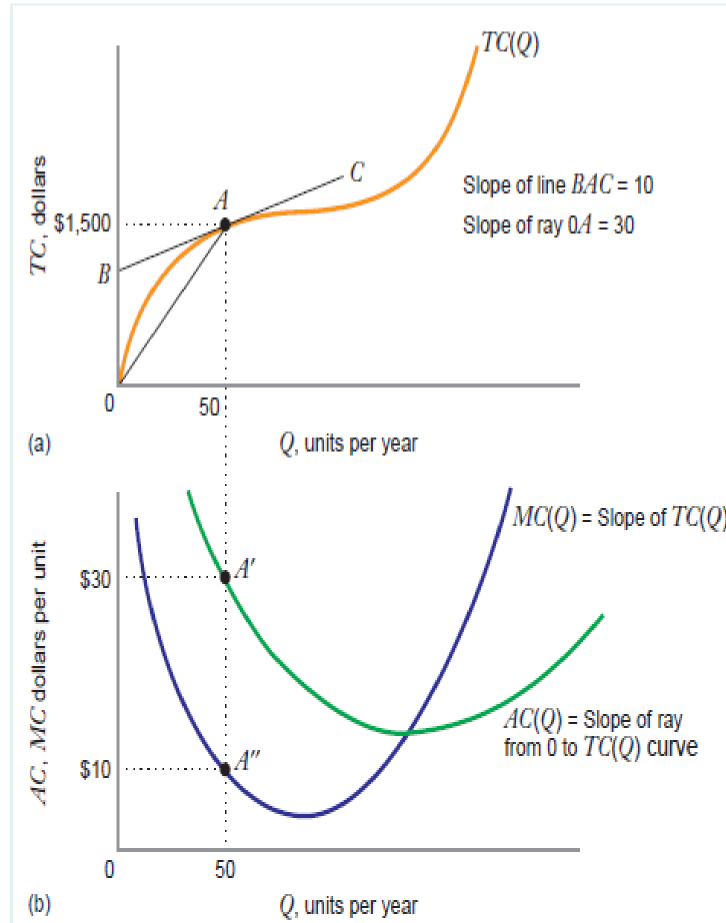
- La funciones de Costes totales pueden adoptar distintas formas en función de volumen de producción (ser cóncava en un tramo y convexa en otro, etc.). Ejemplo: $CT(Q) = 10Q - 4Q^2 + Q^3$



2.2. Funciones de costes: coste medio a l/p

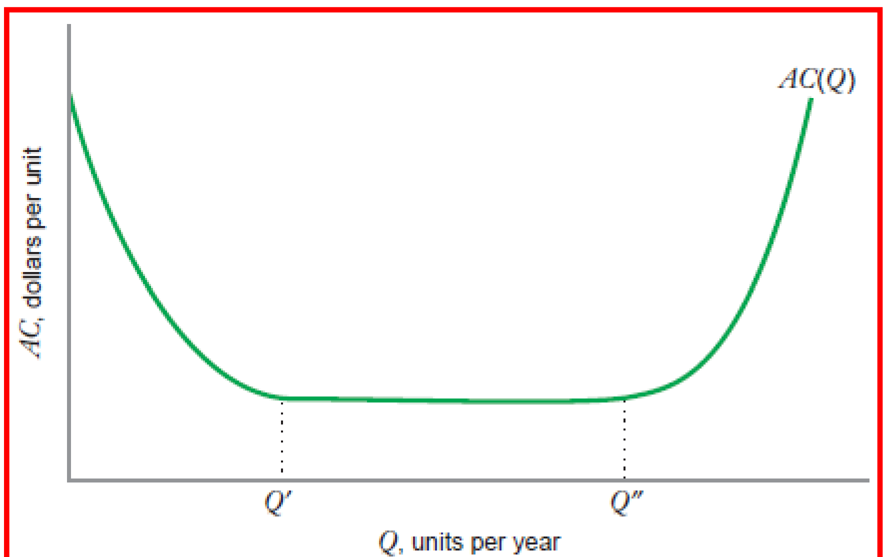
- ***Función de Coste medio***: mide el coste medio de las Q unidades producidas.
- Si la función de coste total es lineal, entonces el coste medio es constante. Por ejemplo, si $Q = (LK)^{0,5}$.
- Si el coste medio decrece cuando el nivel de producción aumenta se dice que hay ***economías de escala***. Si el coste medio aumenta con el nivel de producción se dice que hay ***deseconomías*** de escala. Finalmente, si el coste medio es independiente del nivel de producción se dice que hay ***rendimientos constantes de escala***.
- Un proceso de producción puede mostrar economías de escala sobre cierto rango del nivel de producción y deseconomías de escala para otros niveles (ver figura).

$$\boxed{CMe(Q) \equiv \bar{C}(Q) = \frac{C(Q)}{Q}}$$



2.2. Funciones de costes: La escala mínima eficiente (MES)

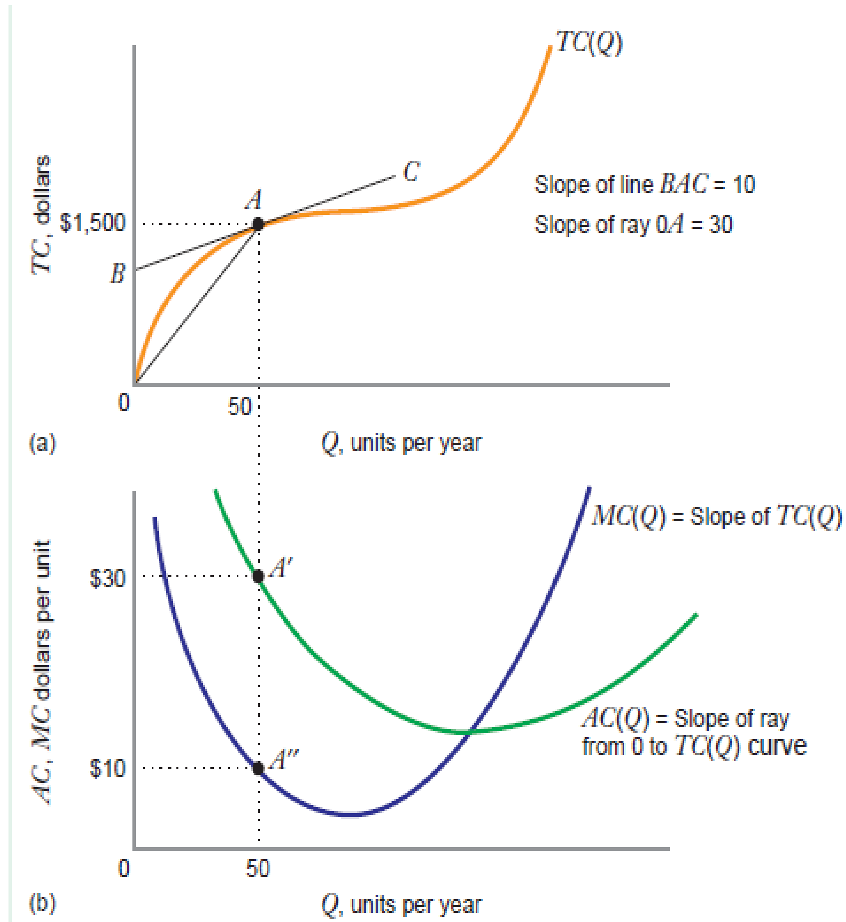
- La escala mínima eficiente (MES) es el nivel mínimo de producción al cual las economías de escala desaparecen.
- Los conceptos de economías de escala y MES son muy importantes para entender el tamaño y la función/objetivo de las empresas y la estructura de las empresas.
- Q’ representa el punto MES y Q” el punto a partir del cual comienzan deseconomías de escala.



2.2. Funciones de costes: Coste Marginal a l/p

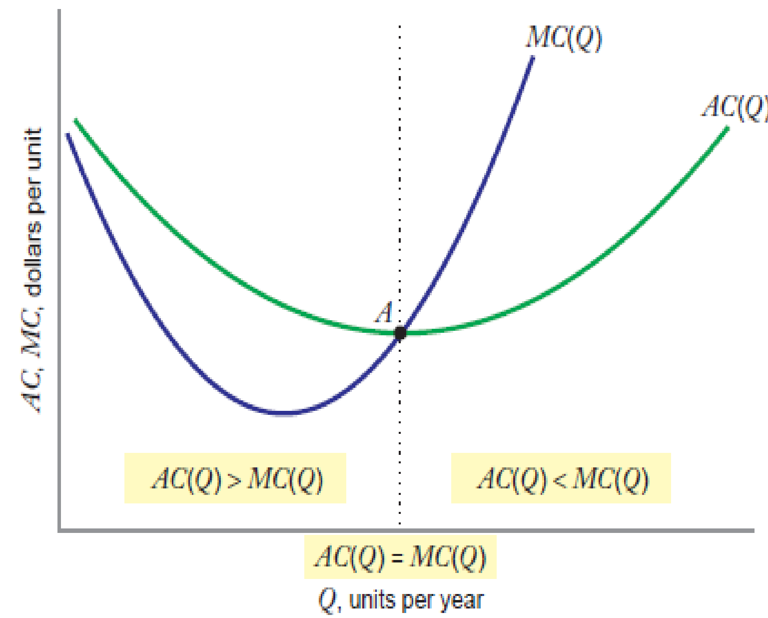
- ***<u>Función de Coste marginal:</u>*** mide el incremento en el coste total imputable a la última unidad producida.
- Por ejemplo, si $Q = (LK)^{0,5}$, entones el coste marginal es constante e igual al coste medio. Mide lo que aumenta el coste total si aumentamos la producción en una unidad (infinitesimal).
- Gráficamente el coste marginal es la pendiente de la tangente a la Función de coste total.
- El coste marginal "determina" el nivel de producción óptimo (como veremos más adelante).

$$\boxed{CM(Q) \equiv C'(Q) = \frac{dC(Q)}{dQ}}$$



2.2. Funciones de costes: Relación entre coste medio y coste marginal a l/p

- Cuando el coste medio es una función decreciente del nivel de producción, el coste marginal es menor que el coste medio. Cada unidad adicional de producción contribuye en menor medida al coste total.
- Cuando el coste medio es una función creciente del nivel de producción, el coste marginal es mayor que el coste medio. Cada unidad adicional de producción contribuye en mayor medida al coste total.



- Cuando el coste medio no crece ni decrece con el nivel de producción, el coste marginal es igual al coste medio. Todas las unidades del bien producido tienen el mismo coste.
- El coste medio se hace mínimo en este punto (MES). Hay economías de escala en el proceso de producción hasta el MES.

2.2. Funciones de costes: Relación entre coste medio y coste marginal a l/p

- La elasticidad coste total-output es una medida de la sensibilidad del Coste Total a variaciones en la cantidad producida:

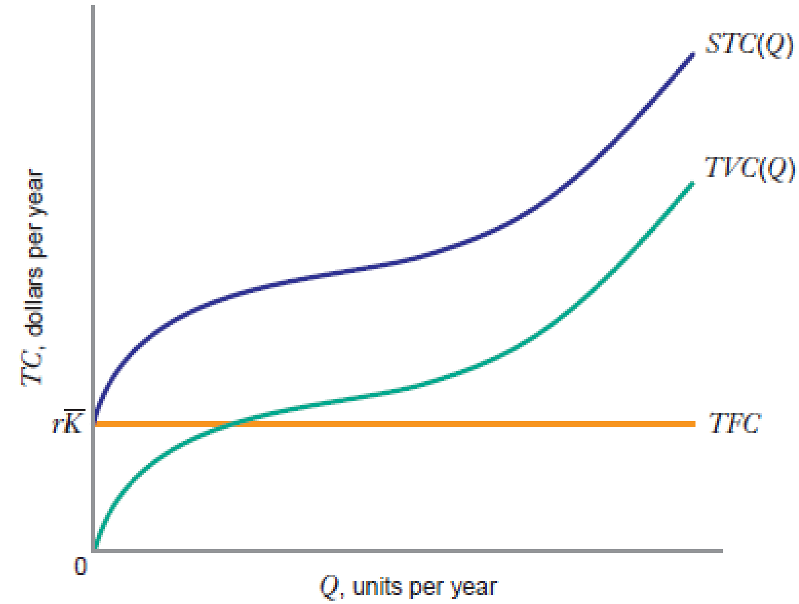
$$\boxed{e_{CT,Q} = \frac{\partial CT / CT}{\partial Q / Q} = \frac{\partial CT}{\partial Q} \times \frac{Q}{CT} = \frac{C'}{C_{Me}}}$$

- Si la expresamos en incrementos (Δ) indica en qué % varía el Coste Total al variar la cantidad producida un 1%.
- Al mismo tiempo, nos indica la relación que se establece entre el coste marginal y el coste medio y nos puede informar de la existencia de economías o deseconomías de escala.

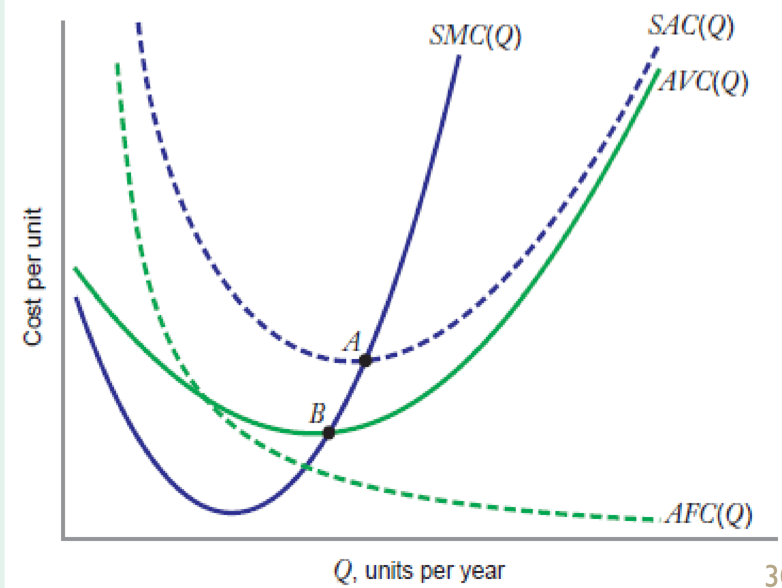
$e_{CT,Q}$	C' vs CMe	Relación entre CMe y Q	Econ./Desecon. de escala
<1	C'<CMe	CMe decrece con Q	Economías de Escala
>1	C'>CMe	CMe crece con Q	Deseconomías de Escala
=1	C'=CMe	CMe constante con Q	No hay ni Econ. ni Desecon.

2.2. Funciones de costes a corto plazo

- En la primera figura se puede ver la curva de costes totales a c/p. En el c/p el K está fijo, y se incurre en un coste fijo (rK) independiente de Q (curva naranja TFC). La curva verde, que parte del origen, representa el coste variable total, depende de Q, y sería el coste de los factores productivos que pueden variar a c/p (TVC(Q)). Para obtener la función de costes totales a c/p simplemente tenemos que sumar ambas curvas, costes fijos y costes totales variables (curva azul STC(Q)).

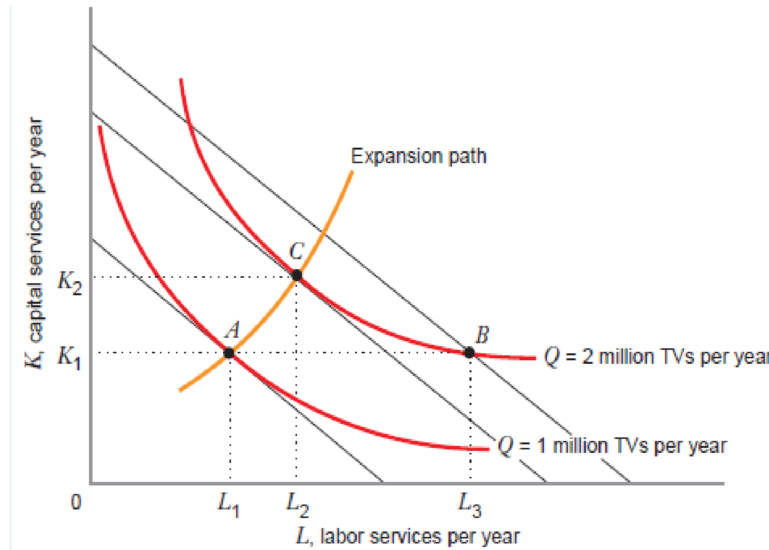


- En la segunda figura se muestran los costes totales medios a c/p (SAC(Q)), los costes variables medios a c/p (AVC(Q)), los costes fijos medios (AFC(Q)), y el coste marginal a c/p (SMC(Q)), que se pueden obtener a partir de la función de costes totales a c/p.

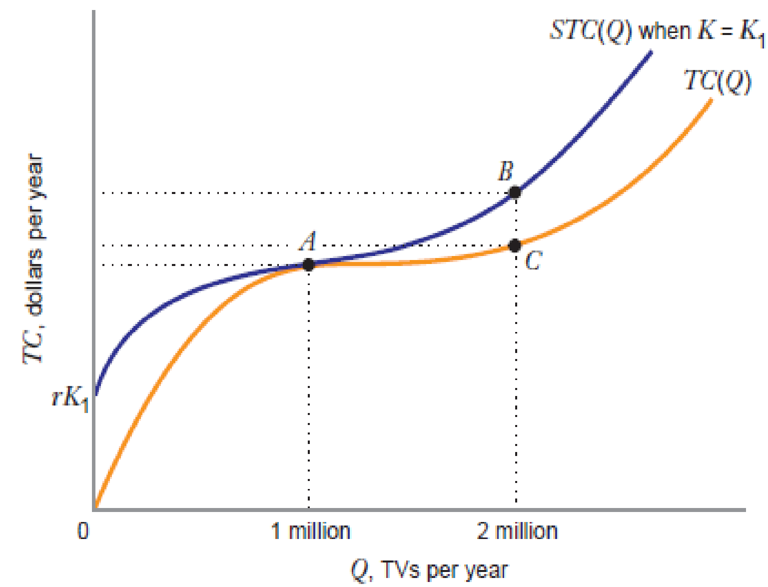


2.2. Funciones de costes: Relación entre costes a corto y largo plazo

- En la 1ª figura se ve como la combinación óptima de inputs a l/p para Q=1 millón sería la combinación A (K_1, L_1). Si fijásemos a c/p el nivel de K=K_1, y produjésemos Q=1 millón, tendríamos que la combinación óptima de inputs a l/p y a c/p coincidirían. Sin embargo, si quisiésemos producir Q=2 millones, en el l/p elegiríamos C (dado que ningún factor productivo está fijo) mientras que en el c/p tenemos que escoger B dada nuestra limitación en K (combinación que representa un mayor coste que C al estar situada en una recta isocoste más alejada del origen).

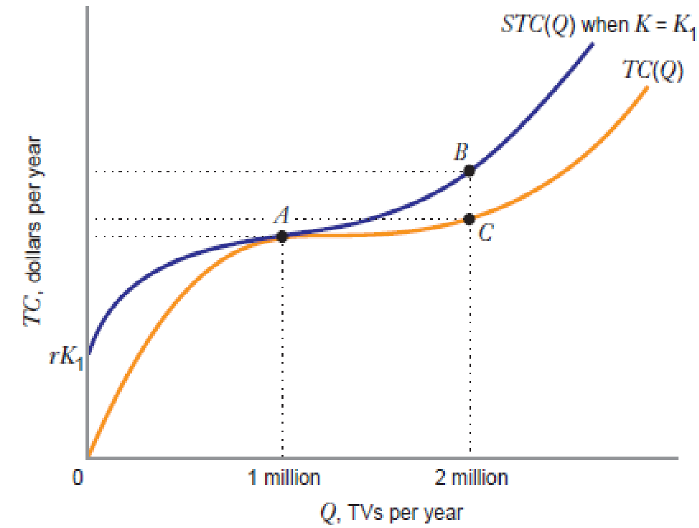


- En la segunda figura tenemos la curva de costes totales a c/p cuando K=K_1 (STC(Q)) y la curva de costes totales de l/p (TC(Q)). Se puede observar como la curva de costes totales a c/p va siempre por encima de la de l/p, salvo para la cantidad en que K_1, sería la elección óptima de K a l/p (en este caso Q=1 millón).



2.2. Funciones de costes: Relación entre costes a corto y largo plazo

- Recordemos que el coste medio es coste total entre cantidad producida. Se puede observar como el único punto en el que ambas curvas tiene el mismo CT y la misma Q y por tanto el mismo coste medio es el punto A. En el resto, la curva de costes totales a c/p para un nivel de $K=K_1$, muestra mayores CT para cada volumen producido, o lo que es o mismo, mayores costes medios.



- Recordemos por otro lado, que el coste marginal se puede definir como la pendiente de la curva de costes totales. Podemos observar como el único punto en el que coinciden las pendientes de la curva de CT de c/p (para un $K=K_1$) y la curva de CT l/p es el punto A.
- Finalmente es importante recordar que existirán infinitas curvas de costes totales a c/p (una para cada nivel de K fijo en el c/p), lo que configurará las curvas de costes a l/p.

2.3. La función de oferta de la empresa.

- El ***Beneficio*** se define como la diferencia entre el ingreso total y el coste total:

$$\boxed{B(Q) \equiv I(Q) - C(Q) = p\,Q - C(Q)}$$

- La funciones de ingreso total, I(Q), mide la relación entre el nivel de producción Q y los ingresos. Matemáticamente:

$$\boxed{I(Q) = p \times Q = p(Q) \times Q}$$

- Donde p(Q) es la función inversa de la demanda a la que se enfrenta la empresa.
  - El precio de venta depende de la demanda a la que se enfrenta la empresa. Si la empresa es precio-aceptante (mercados competitivos), el precio no depende de la cantidad que produce p(Q)=p. El extremo contrario ocurre en mercados monopolistas, una sola empresa abastece toda la demanda y fija el precio en función de su producción.
- Dado que la demanda del mercado determina el precio al que puede vender la empresa y, a su vez, el precio determina el ingreso de la misma, podemos obtener la relación entre ingresos y demanda.

2.3. La función de oferta de la empresa.

- Sea p(Q) la función inversa de la demanda a la que se enfrenta nuestra empresa y e_{pq}= elasticidad-precio de dicha demanda. Entonces,

$$\boxed{I'(Q) = p \times \left(1 - 1/e_{pq}\right)}$$

- Si la empresa es precio-aceptante, $e_{pq}=\infty$, $I'(Q)=p$ ⇔ Ingreso total creciente y lineal en Q.
- Si $e_{pq}>1$, demanda elástica, entonces $I'(Q)>0$ ⇔ Ingreso total creciente (si Q aumenta, los ingresos totales también), pero no lineal en Q.
- Si $e_{pq}<1$ demanda inelástica, entonces $I'(Q)<0$ ⇔ Ingreso total decreciente (si Q aumenta, los ingresos totales disminuyen).

2.3. La función de oferta de la empresa.

- Problema de maximización del beneficio: La empresa elige la cantidad Q* que maximiza su beneficio (dada su tecnología y los precios de los factores productivos y del producto). Por la c.p.o. el nivel de producción óptimo es:

$$\boxed{B'(Q^*) \equiv I'(Q^*) - C'(Q^*) = 0 \Leftrightarrow I'(Q^*) = C'(Q^*)}$$

- El ingreso marginal, *I'*(*Q*), mide lo que aumenta el ingreso debido a la última unidad producida y el coste marginal lo que "cuesta" producir dicha unidad. Decidimos aumentar Q hasta que ambas cantidades se igualan.
- Para una **empresa NO precio-aceptante**, a partir de esta condición, C'(Q*)=I'(Q*); obtenemos la cantidad óptima Q* y, sustituyendo en la función de demanda de la empresa, obtenemos el precio p*= p(Q*). Estos casos, se trataran en detalle en temas posteriores.

2.3. La función de oferta de la empresa "perfectamente competitiva" o "precio-aceptante"

- En el caso de una empresa **competitiva** (*I'(Q)=p*), tenemos que:

$$B(Q) \equiv I(Q) - C(Q) = p\,Q - C(Q)$$
$$B'(Q^*) \equiv I'(Q^*) - C'(Q^*) = p - C'(Q^*) = 0$$
$$\Leftrightarrow p = C'(Q^*)$$

- La condición de primer orden es:

$$\boxed{B'(Q^*) = 0 \Leftrightarrow p = C'(Q^*)}$$

- La empresa elige la cantidad Q* que iguala el coste marginal al precio.
- La condición de segundo orden es:

$$\boxed{B''(Q^*) = -C''(Q^*) < 0 \Leftrightarrow C''(Q^*) > 0 \Leftrightarrow C'(Q^*) \text{ creciente}}$$

- Para maximizar el beneficio debemos estar en la zona de coste marginal creciente.

2.3. La función de oferta de la empresa "perfectamente competitiva" o "precio-aceptante"

- La empresa elige la cantidad Q* que iguala el coste marginal al precio.

$$\boxed{p = C'(Q^*), \qquad \left(\text{sii } \; C''(Q^*) > 0\right)}$$

- Despejando en esa ecuación podemos obtener la **función de oferta** de la empresa *S*(*p*) (S=*Supply*), que expresa la cantidad que la empresa producirá para cada precio *p* (del producto). Se obtiene a partir de la condición de maximización del beneficio.

$$\boxed{p = C'(Q^*) \Rightarrow \text{ podemos despejar } \; Q^* = S(p)}$$

- Si despejamos p en función de Q, tendremos la **función inversa de oferta:**

$$\boxed{Q^* = S(p) \Rightarrow \text{ podemos despejar } \; \mathrm{p} = \mathrm{S}^{-1}\left(Q^*\right)}$$

- ***Ejemplo:*** Sea $C(Q)=1+Q^2$. La **función de oferta** de la empresa S(*p*):

$$p = C'(Q) = 2Q, \qquad Q = S\left(p\right) = p/2$$

2.3. La función de oferta de la empresa "perfectamente competitiva" o "precio-aceptante"

- El análisis realizado hasta el momento, sólo es válido para el largo plazo en el que todos los costos son costes variables.
- **Oferta a corto plazo con costes fijos**
- Supongamos que la función de costes totales es $C(Q)=CF+CV(Q)$
  - CF=Costes fijos (NO dependen de Q) y
  - $CV(Q)$=costes variables (dependen de Q).
- Definimos la función de coste variable medio: $CVM(Q)=CV(Q)/Q$
- Si la empresa elige $Q=0$, su beneficio es "$-CF$". La empresa nunca elegirá una cantidad que le genere una pérdida mayor. *La* ***condición de "no cierre"*** *es*:

$$\boxed{\begin{gathered} B(Q^*) = p\,Q^* - CF - CV(Q^*) \geq -CF \;\Leftrightarrow\; p\,Q^* - CV(Q^*) \geq 0 \;\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow\; \mathbf{p \geq CV(Q^*)/Q^* = CVM(Q^*)} \end{gathered}}$$

- Si el precio es tal que la solución a la ecuación $p=C'(Q^*)$ implica una pérdida mayor que "$-CF$", es obvio que la empresa elegirá $Q=0$ en vez de Q^*.

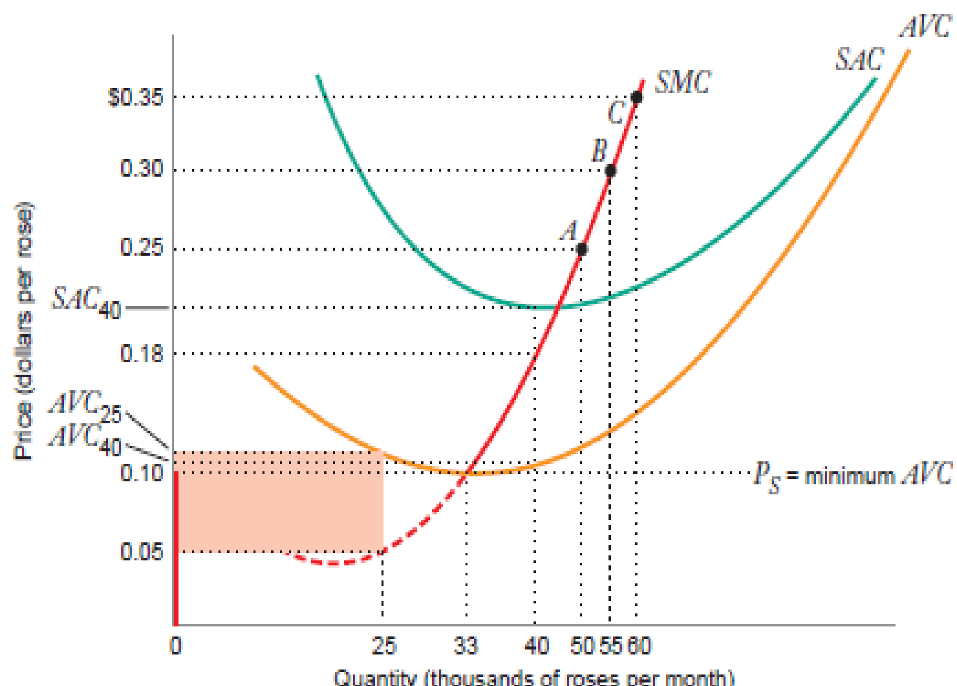
2.3. La función de oferta de la empresa "perfectamente competitiva" o "precio-aceptante"

- La empresa solo producirá si el precio es mayor que el Coste Variable Medio. En caso contrario, preferirá no producir, Q=0.
- El precio mínimo (P_s de la figura) al que la empresa decidirá producir es el valor del mínimo del coste variable medio, P_s=min CVM(Q).
- La función de oferta corresponde al tramo creciente de la curva de coste marginal por encima del mínimo de CVM(Q).

- En la figura:
- SMC es el coste marginal.
- SAC es el coste medio.
- AVC es el coste variable medio.

$$C''(Q^*) > 0, \qquad p > \frac{CV(Q^*)}{Q^*}$$

$$p = C'(Q^*) \Rightarrow \; Q^* = S(p)$$



2.3. La función de oferta agregada

- La función de oferta agregada indica, para cada nivel de precios p, la cantidad Q que producirán entre todas las empresas (manteniendo constantes los precios de los inputs y la tecnología). Se obtiene sumando las ofertas individuales.

$$\boxed{Q = S(p) = \sum_{i=1}^{n} S_i(p)}$$

- donde $S_i(p)$ es la función de oferta individual de la empresa i y "n" = número total de empresas.
- Obviamente, la oferta individual depende de los precios de los inputs y la función de producción de la empresa. Si la tecnología y/o los precios de los inputs cambian, la función de oferta cambiará.
- La **función inversa de oferta agregada** se define como:

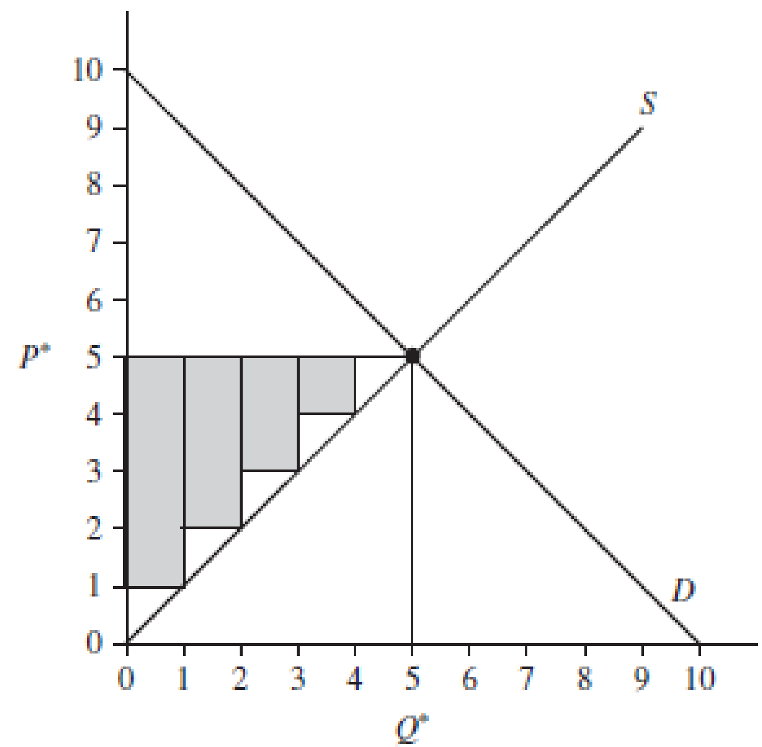
$$\boxed{Q = S(p) \Rightarrow \text{ podemos despejar } p = S^{-1}(Q)}$$

- Pregunta: ¿Qué efectos tendría un avance tecnológico?

2.3. El excedente del productor

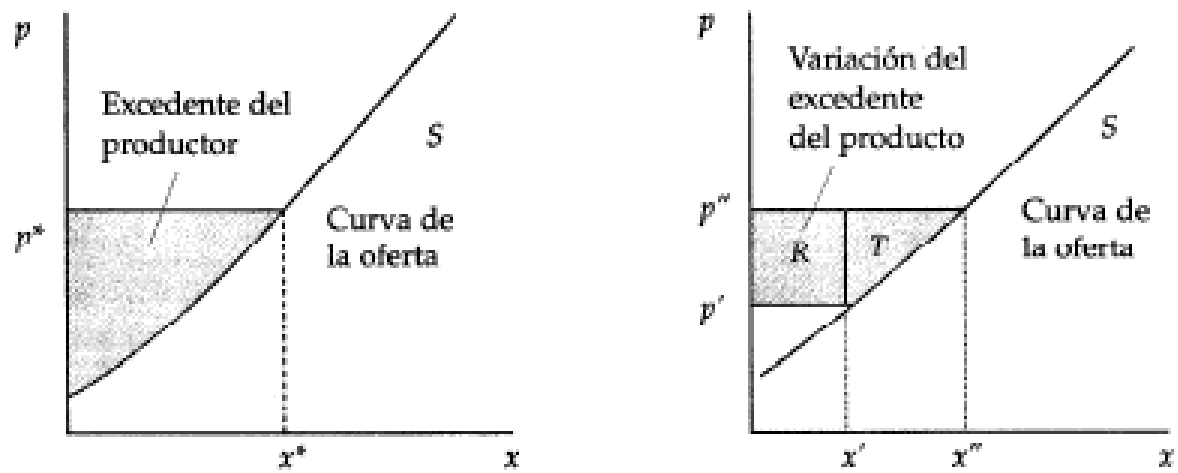
- El excedente del productor mide la ganancia extra que obtiene la empresa por vender (algunas) unidades de producto a un precio mayor al que estaría dispuesta a hacerlo. Es la diferencia entre el precio que realmente recibe el productor y el mínimo que está dispuesto a recibir. Por tanto, se trata simplemente de la diferencia entre los ingresos totales de la empresa y sus costes totales.

- En el ejemplo de la figura, el excedente del productor es 10, ya que la 1ª unidad se vende a p*=5 y estaría dispuesto a venderla por 1, la 2ª unidad se vende a p*=5 y estaría dispuesto a venderla por 2, etc.



2.3. El excedente del productor

- En un caso más general el excedente del productor sería el área situada entre la curva de oferta y el precio:



- Si el precio sube de p' a p'', el excedente del productor sube porque:
  - (a) la producción inicial x' genera más ingresos y beneficios (rectángulo R de la figura), y
  - (b) la empresa aumenta la producción, de x' a x'', generando un beneficio adicional (zona T de la figura).

2.3. El excedente del productor

- ***Ejemplo:*** Consideremos un único bien cuya función de oferta es Q(p)=p. Calcule el excedente del productor, si p*=5 y q*=5.

a) Hallamos la función inversa de oferta P(q)=q

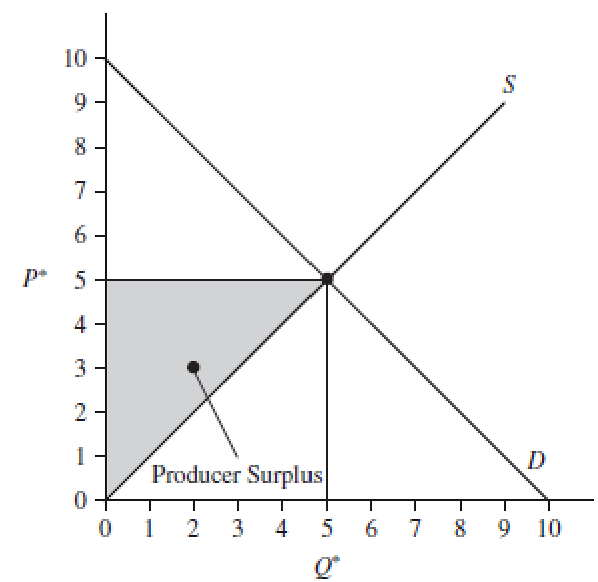
b) El Excedente del productor es:

$$EP = p^* \times q^* - \int_0^{q^*} p(q)dq =$$

$$5 \times 5 - \left(\frac{q^2}{2}\right)\Big|_0^5 = 12{,}5$$

$$EP = \int_0^{p^*} Q(p)dp = \left(\frac{P^2}{2}\right)\Big|_0^5 = 12{,}5$$

$$EP = \frac{5 \times 5}{2} = 12{,}5$$



2.4. Límites de la empresa. Fronteras horizontales

- ¿Qué relación tienen las funciones de costes con el tamaño de las empresas? ¿Por qué en algunos sectores unas pocas empresas dominan el mercado?
- Fronteras horizontales: cantidad de producto que la empresa fabrica (tamaño de la empresa) y variedad de producto que la empresa ofrece (alcance). Vienen determinadas por:
  - ***Economías de Escala:*** los costes totales medios disminuyen con el volumen de producción.
  - ***Economías de Alcance:*** disminución de costes cuando diferentes bienes/servicios son producidos bajo "el mismo techo".
  - ***Curva de aprendizaje:*** ventajas en costes debido al conocimiento y la experiencia acumulada.

2.4. Límites de la empresa. Fronteras horizontales

Economías de Escala

- Surgen cuando: **Coste Marginal (CM) < Coste Medio (CM),** de modo que ***el coste total medio decrece al aumentar la cantidad producida***.
- Normalmente la curva de costes totales medios suele tener forma de U (transp. 26) ➔ hay economías de escala para un rango de producción ($Q<Q'$) y deseconomías para otro ($Q>Q''$).
- Monopolios naturales: son empresas que disfrutan de economías de escala para todos los tamaños razonables de la empresa → es más eficiente que una sólo empresa se expanda que para otras entrar en el mercado → las industrias que se han clasificado como monopolios naturales han sido reguladas o se han mantenido como públicas (Ej.: agua, gas, electricidad, comunicaciones,…).
- Uno de los principales motivos de la existencia de economías de escala (especialmente a corto plazo) es la existencia de inputs indivisibles.
    - Sólo está disponibles a una escala determinada, de modo que, cuanto mayor es su utilización, menor es el cote unitario (Ej.: maquinaria).

3.2. Economías de Escala y Alcance

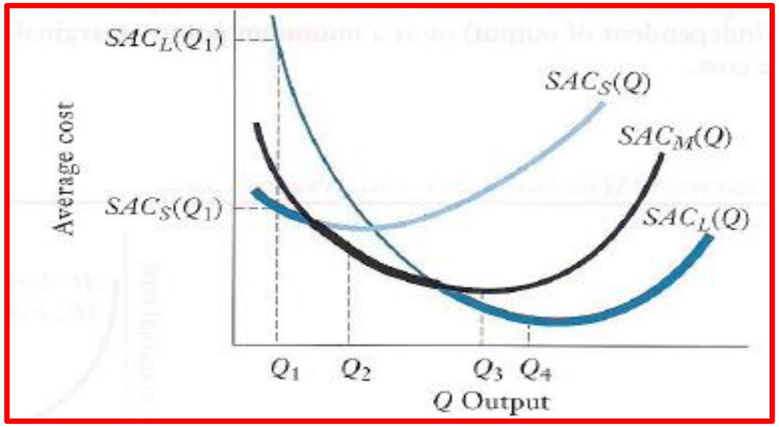
- En el c/p, alguno de los factores productivos es fijo (normalmente son activos de "capital"). Esto da lugar a costes fijos, que hacen que los costes totales medios disminuyan conforme dichos costes fijos se reparten entre un volumen mayor de producción.
- Otro factor importante es el tipo de tecnología (capital intensiva o no). Cuando los costes del input capital (K) representan un % significativo del total de los costes, la tecnología es ***intensiva en capital***. Cuando la mayor parte de dichos costes se debe a materiales o trabajo, la tecnología es ***material o trabajo intensiva***. En general, los materiales y el trabajo son "más" divisibles que algunos inputs de capital; por tanto

  "*Las economías de escala son más probables en procesos capital intensivos, y son menos probables en procesos material o trabajo intensivos.*"

- La principal fuente de economía de escala a l/p se debe a que la empresa es libre de elegir el nivel óptimo de todos los inputs, en especial los de capital (tamaño de planta, tipo y cantidad de máquinas, etc).
- A muy largo plazo, las mejoras y/o revoluciones tecnológicas (la introducción de la máquina de vapor, el trabajo en cadena, la robotización de la producción, etc) permiten importantes disminuciones en costes medios.

3.2. Economías de Escala y Alcance (c/p vs l/p)

- Supongamos una empresa cuya producción puede ser llevada a cabo en plantas que tienen tres tamaños diferentes: Pequeño, Mediano y Grande.



- SAC_L, SAC_M y SAC_S son los costes totales medios a c/p para cada planta (Large, Medium, and Small). Una vez se construye la planta, la empresa sólo puede variar el resto de inputs.
- Para un nivel Q_1 es "mejor" la planta pequeña, para Q_2 es mejor la mediana, etc.

- La función de costes totales medios a l/p es la envolvente inferior de las curvas de costes totales medios a c/p, y muestra el coste total medio más bajo que se puede alcanzar, cuando la empresa puede ajustar óptimamente el tamaño de la planta (l/p).
- Las economías de escala a c/p se producen por el reparto de los costes fijos entre un mayor nivel de output, para un tamaño de planta dado-fijo. Conforme aumenta el nivel de producción, me muevo a lo largo de la curva de costes totales medios a c/p para el tamaño de planta "dado-fijo", hasta llegar al MES.
- Las economías de escala a l/p se producen por "reajustes" en el tamaño de planta (y todos los inputs), para tener el tamaño que le permita lograr el menor coste total medio. Conforme aumenta el nivel de producción, la empresa pasa de SAC_S a SAC_M y después a SAC_L … para producir a un menor coste total medio.

2.4. Límites de la empresa. Fronteras horizontales

Economías de Escala

- Sin embargo, puede haber un punto a partir del cual es probable que el coste total medio empiece a aumentar conforme mayor es la producción → **Deseconomías de escala**.
  - Las grandes empresas generalmente pagan mayores salarios y ofrecen mejores condiciones laborales, dado que, los beneficios, así como el poder de los sindicatos, es mayor. Este hecho lleva a que estas empresas atraigan a los mejores trabajadores y para conseguir esto deben ofrecer salarios capaces de compensar desplazamientos, cambios de residencias, etc. Llega un momento en el que a estas empresas ya no les interesa aumentar su producción.
  - La gestión se hace más compleja e ineficiente.
  - Efectos de la burocracia: se hace más difícil el control y la comunicación directa con los trabajadores, es difícil evaluar y recompensar los logros individuales.
  - Escasez de recursos especializados que impiden la producción a mayor escala.

2.4. Límites de la empresa. Fronteras horizontales

Economías de Alcance

- Surgen cuando la empresa obtiene ahorros conforme se incrementa la variedad de bienes y/o servicios que produce. Esto es, si $CT(Q_x, Q_y)$ es el coste total en el que incurre una empresa que fabrica dos bienes, x e y, presentará economías de alcance si se cumple que:

$$\boxed{CT(Q_x, Q_y) < CT(Q_x, 0) + CT(0, Q_y)}$$

- Origen de estas ventajas:
  - Productos estrechamente relacionados entre sí (Granja de ovejas produce carne y lana).
  - Utilización conjunta de instalaciones, campañas de marketing o administración común.
  - La producción de un bien genera un subproducto valioso (Empresa de madera y serrín).
- Economías de alcance no implican economías de escala.
  - Puede suceder que la producción conjunta de dos bienes a partir de unos factores dados sea mayor que la realizada por separado (economías de alcance) pero que aparezcan deseconomías de escala cuando se realiza la producción en grandes cantidades o viceversa.

2.4. Límites de la empresa. Fronteras horizontales

Fuentes Especiales de Economías de Escala y Alcance

- Economías de Densidad
  - Ahorro derivado de la proximidad espacial de oferentes y proveedores. Grandes economías de densidad ➔ las personas se concentran y aglomeran.
- Compras
  - Ventajas por volumen de compras elevados. Los grandes compradores tienen más poder negociador.
- Publicidad
  - La publicidad conlleva importantes costes fijos y, muchas veces, estos costes son similares tanto para empresas nacionales como para pequeñas, de modo que, la empresa nacional tendrá menores costes por consumidor potencial.
  - Estrategia de marca única: cuando los consumidores usan la información de un anuncio sobre un producto para hacer inferencia sobre otros productos de la misma marca, reduciendo el coste de publicidad por imagen efectiva. (Ejemplo: anuncio de Samsung)

2.4. Límites de la empresa. Fronteras horizontales

Fuentes Especiales de Economías de Escala y Alcance

- Gastos en Investigación y Desarrollo
  - La naturaleza de la investigación científica implica la existencia de un tamaño mínimo factible para que las empresas puedan repartir los altos gastos que conlleva en una mayor volumen de ventas (Ej.: Microsoft o Google gastan en I+D más de un 10% de sus ingresos).
- Inventarios
  - Las empresas suelen mantener un inventario para minimizar el riesgo de quedarse sin stock. En general, los costes de inventario son proporcionales al ratio mantenido sobre ventas, de modo que, las firmas con un volumen de negocios alto pueden mantener un ratio menor.
- Actividades complementarias o ajuste estratégico
  - Existen complementariedades cuando los beneficios de introducir una práctica se ven incrementados por la presencia de otras.
  - El ajuste estratégico se considera esencial para aquellas empresas que buscan ventajas competitivas a largo plazo, ya que sus rivales deben imitar exitosamente cada uno de los procesos individuales.

2.4. Límites de la empresa. Fronteras horizontales

La curva de aprendizaje

- Reducción de costes producida por el aprendizaje. Esto es, ventajas de la acumulación de experiencia, habilidades y saber hacer.
- Economía de escala (producir a un menor coste cuando se desarrolla a una escala mayor en un tiempo determinado) ≠ Economía de aprendizaje (reducción de costes por experiencia acumulada).
- Para calcularla, hay que usar el output acumulado para distinguir entre efectos de aprendizaje y economías de escala. En particular, cuantitativamente, la magnitud de las "economías de aprendizaje" se puede medir por la derivada del coste total medio frente a la producción acumulada y/o por la elasticidad(desde que se inició el proceso productivo).

$$\boxed{e = \frac{Q_A}{CMe(Q_A)} \frac{\partial CMe(Q_A)}{\partial Q_A}}$$

2.4. Límites de la empresa. Fronteras Verticales

La producción de bienes o servicio requiere normalmente de numerosas actividades (adquisición de materias primas, distribución,…). Este proceso se conoce como ***cadena vertical***. Una cuestión fundamental en la estrategia comercial de la empresa es cómo organiza esta cadena. *¿Es mejor organizar todas las actividades dentro de una empresa o es mejor descentralizar alguna de estas actividades?* → La decisión depende de los costes y beneficios de las dos alternativas.

- Beneficios de utilizar el mercado (comprar):
  - ***Economías de escala:*** los mercados pueden alcanzar economías de escala debido al tamaño, que en los departamentos de muchas empresas no se pueden alcanzar.
  - ***Disciplina del mercado:*** las empresas en el mercado tienen que ser eficientes e innovadoras para poder competir. El mercado puede reducir las ineficiencias existentes en departamentos de la empresa que no se enfrentan a la competición externa.
- Costes de comprar:
  - ***Problemas de coordinación:*** la coordinación de la producción a través de la cadena vertical puede verse afectada cuando parte de las actividades se encargan a otras empresas.
  - ***Costes de transacción:*** estos costes se pueden evitar si todas las actividades se realizan dentro de la empresa en vez de fuera.

Bibliografía

- Brickley, J., Smith, C. and J. Zimmerman (2005): "Economía Empresarial y Arquitectura de la Organización". 3ª Edición. McGraw Hill/Interamericana de España S.A.U., capítulos 3,4,5.

- Besanko, D., Dranove, D., Shanley, M. and S. Schaefer (2013): "Economics of Strategy", 6ª Edición, Wiley, Introducción y capítulos 1, 2, 3 y 4.