EA. Final anillos mayo. Dobles grados con Matemáticas

13 de mayo de 2015

---

1. (3 puntos) Define ideal e ideal maximal. Sea A un anillo conmutativo con unidad y M un ideal de A. Demuestra que M es maximal si y solo si A/M es cuerpo.

2. (3 puntos) Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica adecuadamente tus respuestas:

   a) Sean A un anillo conmutativo con unidad e I un ideal de A. Si I es primo, entonces I es maximal.

   b) Consideramos $A = \mathbb{R}[x]$ e $I = (x^2)$. El cociente A/I es dominio de integridad.

   c) La aplicación $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$, definida por $f(a) = -a$ es un homomorfismo de anillos.

3. (2 puntos) Di en cada caso si el polinomio $p(x)$ es o no irreducible en el anillo correspondiente. Justifica adecuadamente tus respuestas:

   a) $p(x) = x^2 + 2x + 5$ en $\mathbb{R}[x]$.

   b) $p(x) = x^3 + x^2 + x + i$ en $\mathbb{C}[x]$.

   c) $p(x) = x^4 + x + 1$ en $\mathbb{Z}_2[x]$.

   d) $p(x) = 3x^4 + 7x + 5$ en $\mathbb{Q}[x]$.

4. (2 puntos) Sea $A = \mathbb{Z}_2[x]$ e $I = (x^2 + 1)$.

   a) (0,75 puntos) ¿Es A/I un cuerpo?

   b) (0,75 puntos) Enumera los elementos de A/I.

   c) (0,5 puntos) Encuentra una expresión genérica (es decir, una fórmula) para la suma y para la multiplicación en A/I (no construyas las tablas).