EA. Final anillos junio. Dobles grados con Matemáticas

29 de junio de 2015

---

1. (3,5 puntos) Sean A un anillo con unidad y $a, b \in A$. Di razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

   a) a invertible $\Rightarrow$ a no es divisor de cero.
   b) a no es divisor de cero $\Rightarrow$ a invertible.
   c) A cuerpo $\Rightarrow$ A dominio de integridad.
   d) A dominio de integridad $\Rightarrow$ A cuerpo.
   e) a^3 invertible $\Rightarrow$ a invertible.
   f) a, b invertibles $\Rightarrow$ $a \cdot b$ invertible.
   g) a, b invertibles $\Rightarrow$ $a + b$ invertible.

2. (2,5 puntos) Di razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

   a) $I = \{4k \ / \ k \in \mathbb{Z}\}$ es ideal primo de $\mathbb{Z}$.
   b) $I = \{4k \ / \ k \in \mathbb{Z}\}$ es ideal maximal de $\mathbb{Z}$.
   c) $I = \{2k \ / \ k \in \mathbb{Z}\}$ es ideal de $\mathbb{R}$.
   d) $I = \{A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \ / \ det(A) = 0\}$ es ideal de $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$.
   e) $\mathbb{Z}_{10}$ es cuerpo.

3. (4 puntos) Descompón los siguientes polinomios en producto de factores irreducibles en el anillo que se indica. Justifica por qué cada uno de esos factores es irreducible.

   a) $p(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x - 1$ en $\mathbb{Z}_5[x]$.
   b) $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 - 10x - 2$ en $\mathbb{Q}[x]$.
   c) $p(x) = x^4 - 4$ en $\mathbb{Q}[x]$.
   d) $p(x) = x^4 - 4$ en $\mathbb{R}[x]$.