



GRADO

GUÍA DE ESTUDIO DE LA ASIGNATURA

CAMPOS Y ONDAS

ORIENTACIONES PRÁCTICAS



MODULO VI (CUESTIONES Y EJERCICIOS) ONDAS ELECTROMAGNETICAS PLANAS

Tema 13. Ecuaciones de las líneas de transmisión; Líneas infinitas

semana 11

Tema 14. Líneas finitas. Diagrama de Smith

semana 12

Tema 15. Guías de onda: Modos **TEM**, **TE** y **TM**; Guías rectangulares

semana 13

FÉLIX ORTIZ SÁNCHEZ
GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA



CUESTIONES

1) Obtenga los valores de las constantes de fase y atenuación para una línea de transmisión sin pérdidas.

Solución

En una línea sin pérdidas, $R = 0$ y $G = 0$. Como $\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = j\omega(LC)^{\frac{1}{2}}$, esto significa que la constante de atenuación α es cero y la constante de fase $\beta = \omega(LC)^{\frac{1}{2}}$.

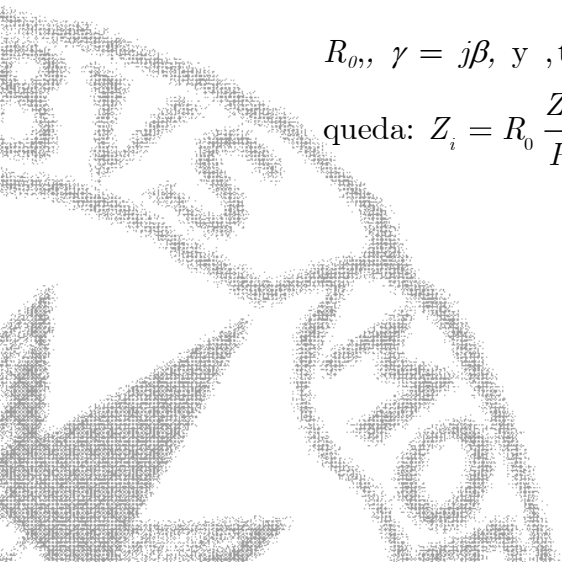
2) Explique que se entiende cuando se dice que una línea de longitud finita esté adaptada. ¿Cuanto vale la impedancia de entrada en una línea adaptada?, ¿Y si la línea no está adaptada pero no tiene pérdidas?

Solución

a) Cuando $Z_L = Z_0$ se verifica que $Z_i = Z_0$, sin importar la longitud de la línea. En esas condiciones se dice que la línea está adaptada.

b) En general $Z_i = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(l\gamma)}{Z_0 + Z_L \tanh(l\gamma)}$, si la línea no tiene pérdidas $Z_0 = R_0$, $\gamma = j\beta$, y $\tanh(l\gamma) = j \tanh(l\beta)$ con lo que la impedancia de entrada queda:

$$Z_i = R_0 \frac{Z_L + jR_0 \tanh(\beta l)}{R_0 + Z_L \tanh(\beta l)}.$$



3) Determine la admitancia de entrada en una línea de longitud $0'08\lambda$ que está en circuito abierto y cuya admitancia característica es de $0'01\text{ S}$.

Solución

Partiendo del extremo derecho de la carta de Smith (circuito abierto) y avanzando 0.08λ hacia el generador leemos en el borde externo el punto 0.33 trazamos una recta que corte el centro desde dicho punto y leemos el punto de corte en el lado opuesto, resulta ser aproximadamente igual a $0'55$, luego la impedancia de entrada es aproximadamente $Y = 0'01(0 + j0'55) = 0'0055\text{ S}$.

4) ¿Que representa la frecuencia de corte en una guía de ondas que propaga modos **TM**?. ¿Que sucede *si* $f > f_c$?

Solución

La frecuencia de corte en una guía de ondas que propaga modos **TM** actúa como un filtro pasaalto lo que implica que solo se propagan las ondas con un valor de la frecuencia superior a la frecuencia de corte, mientras que las de un valor inferior son ondas evanescentes que tienden a desaparecer. La expresión de la

frecuencia de corte es: $f_c = \frac{h}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}$, en donde $h^2 = k^2 + \gamma^2$. Expresiones

derivadas de esta se dan en la página 393 del texto de Cheng.



5) Determine el valor del coeficiente de reflexión en una línea que tiene una impedancia característica de 50Ω y una impedancia de carga de $Z_L = (25 + j25) \Omega$. ¿cuanto debe valer la impedancia del generador Z_g para que la onda reflejada en la carga no se refleje en el generador?

Solución

El coeficiente de reflexión es:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -0'2 + j0'4 = 0'447e^{116'56^\circ}.$$

y para que no exista reflexión:

$$Z_G = Z_0 = 50\Omega.$$

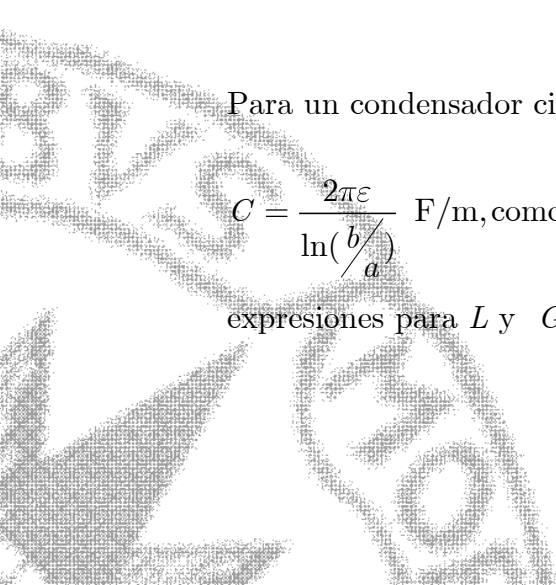
6) Parámetros de una línea coaxial de radios interno a y externo b y parámetros constitutivos ε , μ .

Solución

Para un condensador cilíndrico la capacidad por unidad de longitud es:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)} \text{ F/m, como } LC = \mu\varepsilon \text{ y } C/G = \varepsilon/\sigma = RC, \text{ podemos deducir las}$$

expresiones para L y G :



$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \text{ H/m, y, } G = \frac{2\pi\sigma}{\ln(b/a)} \text{ S/m. Para el cálculo de la resistencia}$$

partimos de lo que penetra el campo en el conductor (la profundidad de piel δ) y de la conductividad del material:

$$R = \frac{1}{\sigma S}; \text{ con: } S_i = 2\pi a\delta, \text{ y, } S_e = 2\pi b\delta; R = \frac{1}{\sigma S_i} + \frac{1}{\sigma S_e} = \frac{1}{2\pi\delta} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$

$$\text{Como se verifica que } \delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \Rightarrow R = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \sqrt{\frac{f \mu_0}{\pi \sigma}}.$$

7) ¿Cuál es la impedancia de entrada en una línea de transmisión sin pérdidas terminada en circuito abierto, para líneas de longitud $\lambda/2$ y $\lambda/4$?, ¿Y si la línea está en cortocircuito?

Solución

La impedancia de entrada es: $Z_e = R_0 \frac{Z_c + jR_0 \tan \beta L}{R_0 + jZ_c \tan \beta L}$, donde Z_c es la impedancia de carga, R_0 la resistencia (impedancia característica) de la línea y L la longitud de la misma.

En el caso de circuito en abierto, se cumple que: $Z_c = \infty$ y si se toma el límite

$$\lim_{Z_c \rightarrow \infty} Z_e = \frac{R_0}{j \tan \beta L} = -jR_0 \tan \beta L.$$

Para circuito en cortocircuito, $Z_c = 0$ y se cumple que $Z_e = jR_0 \tan \beta L$

$$\text{Como } \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Entonces para una línea de media longitud de onda: en abierto $Z_e = \infty$, en cortocircuito $Z_e = 0$, mientras que en la línea de un cuarto de onda pasa lo contrario.

8) En una guía de ondas, que es lo que se conoce como *Modo dominante*. ¿Cuál es el modo dominante en una guía de onda rectangular con dimensiones a y b , $a > b$, para ondas transversales?, ¿Cuanto vale la frecuencia de corte y la longitud de onda de corte para ese modo dominante?

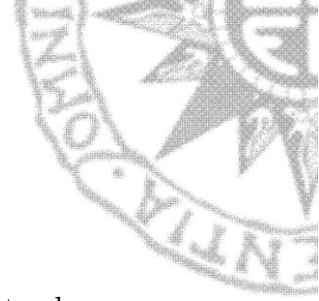
Solución

Es el modo con longitud de onda de corte más larga, por ejemplo para una onda en una guía rectangular de lados $a > b$, el modo transversal eléctrico $\mathbf{TE}_{10}$ es el modo dominante y su longitud de onda $\lambda_{c10} = 2a$.

9) Determine partiendo de las ecuaciones de la línea, el valor de la constante de propagación en una línea de transmisión con dependencia armónica con el tiempo descrita por R, L, G, C .

Solución

Páginas 339-341 del texto de D. K. Cheng.



10) Una línea coaxial sin distorsión de $Z_0 = 50 \Omega$, tiene un dieléctrico entre los conductores de permitividad relativa $\epsilon_r = 2.25$. Si la resistencia por unidad de longitud es de $317,5 \mu\Omega$. Determine, para una onda de frecuencia de 100 MHz: 1º El valor de la constante de propagación; 2º El valor de la conductancia por unidad de longitud.

Solución

En las líneas sin distorsión se cumple que

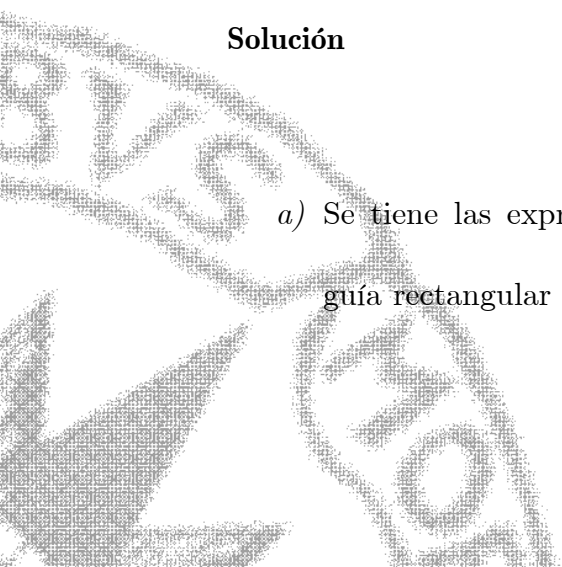
$$G = R \frac{L}{C}, \alpha = R \sqrt{\frac{C}{L}} \text{ y que } Z_0 = R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow 50 = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Donde solo resta sustituir los valores numéricos de la cuestión.

11) ¿Cuál es el modo TE dominante para una guía de ondas rectangular de área $a \times b$ siendo $a < b$ en cierto material aislante ($\epsilon_r = 1,75$, $\mu_r = 1$)? ¿Qué longitud de onda le corresponde a este modo TE?. Si la guía tiene por dimensiones $a = 0,5 \text{ cm.}$, $b = 1,25 \text{ cm.}$ ¿Qué vale la constante de fase para una frecuencia de 10 GHz?

Solución

a) Se tiene las expresiones: $h = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$, el modo dominante en una guía rectangular de dimensiones $b > a$ es el $m = 0$, $n = 1$ y la frecuencia



de corte es en este caso $f_{c,mn} = \frac{c}{\lambda_{c,mn}}$ que para el modo 0,1 vale

$$f_{c,01} = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}} \frac{1}{b} = \frac{c_0}{2b\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}, \text{ la longitud de onda para este modo es}$$

$$\lambda_{c,01} = \frac{c}{f_{c,01}} = 2b$$

b) La constante de fase vale $\gamma = j\sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - h^2}$.

Basta sustituir en las tres expresiones encuadradas los valores del enunciado para obtener los resultados pedidos.

12) Si la longitud de cierta línea sin pérdidas es de $\lambda/4$, se quiere saber cuanto debe valer la impedancia intrínseca de la línea para ajustar las impedancias de carga y entrada de la misma.

Solución

Se sabe que la impedancia de entrada conocida la impedancia de carga, la impedancia intrínseca y la longitud de la línea l es: $Z_{ent} = Z_0 \frac{Z_{car} + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_{car} \tan \beta l}$, con $\beta = 2\pi / \lambda$ con lo cual la tangente es ∞ . Para resolver este problema, se toman límites cuando la tangente tiende a infinito, en la expresión de la impedancia de entrada y, queda lo siguiente:

$$Z_{ent} = \lim_{\tan \beta l \rightarrow \infty} Z_{ent} = \frac{Z_0^2}{Z_{car}} \Rightarrow Z_0 = \sqrt{Z_{ent} Z_{car}}$$

13) Para una onda TE_{01} de frecuencia 5 GHz, en una guía rectangular ($a = 0,25$ cm. y $b = 0,75$ cm; $\varepsilon_r = 2,25$, $\mu_r = 1$) determine: La constante de fase, la longitud de onda en la guía y la impedancia de la onda.

Solución

Modo TE_{01} , frecuencia $f = 5 \times 10^9$ Hz y dimensiones $a = 0,25$ cm, $b = 0,75$ cm. Entonces, $\lambda = c_0 / f = 0,04$ m; la frecuencia de corte en el modo 0,1 es $f_c = c_0 / (2b) = 1,3 \times 10^{10}$ Hz. Como la frecuencia de corte en el modo estudiado es mayor que la frecuencia transmitida por la guía, ésta se desvanece y no existe onda, de hecho β es compleja e igual a $377j$.

$$\alpha \text{ vale } \alpha = h \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \text{ con } h^2 = \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 = 17,55 \rightarrow \alpha = 3,87 \text{ Np m}^{-1}$$

dado que la onda se desvanece no existe ni longitud de onda en la guía, es también imaginaria,

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = j1,6 \times 10^{-5} \text{ m}.$$

La impedancia intrínseca es puramente reactiva y vale:

$$Z_{TE_{01}} = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = -j1,5$$



EJERCICIOS

Primer ejercicio

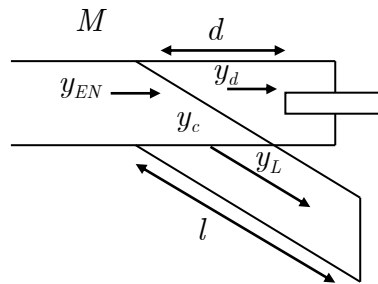
Una línea de transmisión de impedancia característica 50Ω está conectada a una antena de impedancia de carga $Z_L = (25 - j 50) \Omega$. Determinar la posición y longitud del brazo en cortocircuito necesarios para adaptar la línea.

Solución

La impedancia de carga normalizada z_L es:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{25 - 50j}{50} = 0.5 - j$$

Ver la carta de Smith: z_L es el punto A ; Se traza un círculo (centrado en el centro de la carta) que pasa por A y se determina la posición de su opuesto respecto al centro, punto B , para trabajar en admitancias. Resulta ser: $Y_L \approx 0.42 + j 0.8$. Prolongamos la recta AB hasta que corte la circunferencia exterior y leemos la posición en la escala “longitudes de onda hacia el generador”, resulta ser 0.116λ aproximadamente. Ahora tenemos que movernos desde la carga hacia el generador una distancia d para que la admitancia normalizada tenga parte real 1 (ver Cheng en la página 378) [un brazo en cortocircuito es puramente susceptivo $y_s = -jb_B$]. Esta condición se cumple en los puntos C y D de corte de la circunferencia 1 con la circunferencia que hemos trazado. La prolongación de la recta OD , corta a la circunferencia externa en 0.177λ , Así pues hemos avanzado una distancia 0.061λ hacia el generador. En el punto C las coordenadas en admitancia son: $y_d = 1 + 1.52 j$.



Ahora se tiene que conseguir una admitancia de entrada $y_{EN} = 1$ para ello a la distancia d se coloca el brazo en cortocircuito de admitancia y_c desconocida pero sabemos que en el punto donde se separa el brazo en cortocircuito de la línea se cumple que: $y_{EN} = y_c + y_d$, esto es: $1 + 0j = y_c + 1 + 1'52j$; de donde se deduce que el valor de la admitancia del brazo en cortocircuito es: $y_d = -1'52j$ (puramente susceptivo). Punto que está en la circunferencia externa en el punto F (posición $0'342\lambda$) y así se tiene que la longitud del brazo en longitudes de onda es: $l_l = (0'342 - 0'25)\lambda = 0'092\lambda$.

Los cálculos los hemos realizado para el punto C , si hacemos lo mismo en el punto D , los resultados son: $d_2 = 0'207\lambda$ y $l_2 = 0'41\lambda$.

Segundo ejercicio

De una línea de impedancia característica 50Ω , se sabe que su razón de onda estacionaria es $S = 3$ y que el primer mínimo en voltaje se da a 10 cm de la carga siendo la distancia entre mínimo sucesivos es de 40 cm.

- Encontrar el valor de la impedancia de carga.
- Encontrar el valor del coeficiente de reflexión (módulo y fase).

Solución

Forma a) La distancia entre mínimos sucesivos es $\lambda/2 \rightarrow \lambda = 80$ cm. El primer mínimo en voltaje, medido en unidades de longitud de onda, es $l_{min} = 10/80 = 0'125\lambda$. En la carta de Smith, el punto A corresponde a $r_L = S = 3$. El punto B indica la localización del mínimo voltaje. Si avanzamos $0'125\lambda$ hacia la carga (dirección opuesta a las agujas del reloj) nos situamos en el punto C que indica la localización de la carga. Entonces la impedancia de la carga será: $Z_L \sim 0'6 - j 0'8$ y, dado que $Z_0 = 50 \Omega$, $Z_L = 30 - j 40 \Omega = 50 e^{53'13^\circ}$.

Forma b) $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = 25\pi \text{ rad/m}$; $|\Gamma| = \frac{S-1}{S+1} = 0'5$, la fase del coeficiente de reflexión es: $\theta_\Gamma - 2\beta l_{min} = -(2n+1)\pi$. El primer mínimo ($l_{min} = 10\text{cm}$) aparece para $n = 0 \Rightarrow \theta_\Gamma = -\frac{\pi}{2}$, con lo que: $\Gamma = |\Gamma| e^{j\theta_\Gamma} = 0'5 e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j0'5$;

$$Z_L = Z_0 \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} = 30 + 40j \Omega$$



Tercer ejercicio

Mediante una sonda de prueba, se ha determinado que la distancia entre dos mínimos de voltaje en una línea de transmisión sin pérdidas es de 30 cm, estando el primer mínimo de voltaje a 12 cm de la carga. Si se sabe que la razón de onda estacionaria es 3 y que Z_0 para la línea es de 50Ω , determine la impedancia de carga Z_L .

Solución

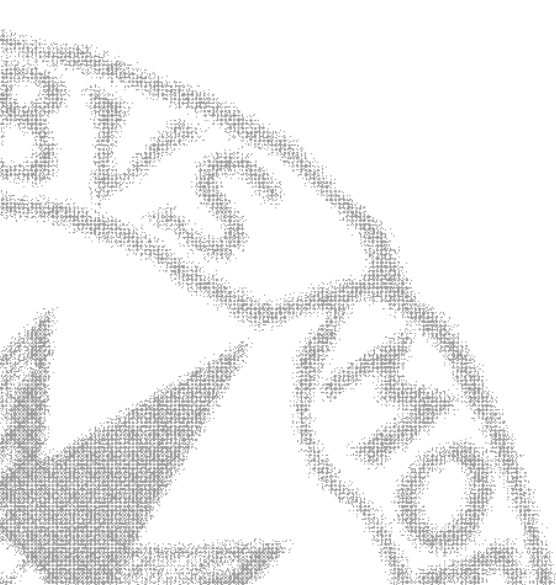
$Z_0 = 50 \Omega$, $S = 3$, $l_{min} = 12$ cm. La distancia entre dos mínimos consecutivos es

$$\frac{\lambda}{2}, \text{ luego } \lambda = 0'6 \text{ m}, \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/m}, |\Gamma| = \frac{S-1}{S+1} = 0'5$$

Se cumple que: $\theta_L - 2\beta l_{min} = -\pi$ (primer mínimo para $n = 0$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \theta_L \approx -0'2\pi \text{ rad.}; \Gamma = |\Gamma| e^{j\theta_L} = 0'405 - j0'294,$$

$$\text{como } \Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \Rightarrow Z_L = Z_0 \left[\frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \right] = 85 - j67 \Omega.$$





Cuarto ejercicio

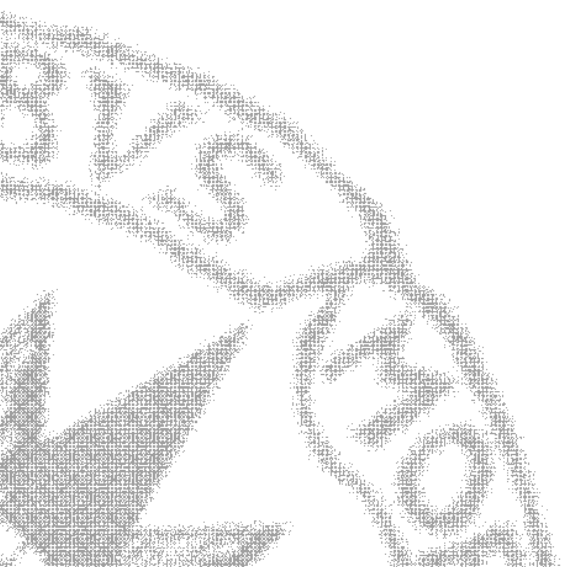
Una línea de transmisión de impedancia intrínseca 100Ω se conecta a una impedancia consistente en una resistencia de 50Ω en serie con un capacitor de 10 pF . Si por la línea va una señal de 100 MHz , ¿Cuál es el coeficiente de reflexión?, ¿Y la razón de onda estacionaria?

Solución

Se sabe que $R_L = 50 \Omega$, $Z_0 = 100 \Omega$, $C_L = 10^{-11} \text{ pF}$, $f = 100 \text{ MHz}$; entonces para la resistencia y la capacitancia en serie: $Z_L = R_L - j(\omega C_L)^{-1} = 50 - j159 \Omega$.

entonces: $\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -0.76e^{j119.3^\circ} = 0.76e^{-j60.7^\circ}$ y $S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = 0.76$. Como

$S \neq 1$, existe una pérdida de potencia.





Quinto ejercicio

Se tiene una línea de transmisión con pérdidas a 100 MHz de los que se conocen los siguientes parámetros:

$Z_0 = 100 \, \Omega$. $\alpha = 0,02 \, \text{dB/m}$, $\beta = 0,4 \, \text{rad/m}$. Si la línea no tiene distorsión, determine los valores de C , L , R y G .

Solución

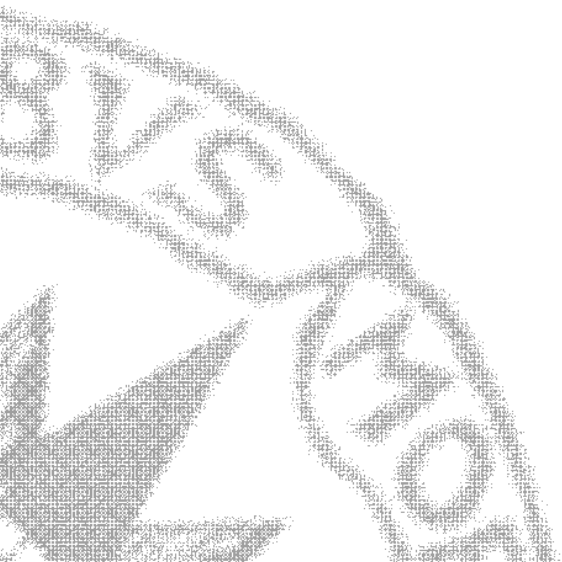
Se sabe que:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{LC} &= \frac{\beta}{\omega} \rightarrow \sqrt{LC} = 6,36 \times 10^{-10} \rightarrow \sqrt{L} = \frac{6,36 \times 10^{-10}}{\sqrt{C}} \\ Z_0 &= \sqrt{\frac{L}{C}} = 100 = \frac{6,36 \times 10^{-10}}{\sqrt{C}} \rightarrow C = 6,36 \times 10^{-12} \, \text{F} \end{aligned} \right\} \rightarrow L = 6,36 \times 10^{-8} \, \text{H}$$

$$\text{, como } \alpha = R\sqrt{\frac{C}{L}} \rightarrow R = 0,23 \, \Omega$$

Se ha pasado α a Np/m dividiendo el valor en dB/m entre 8,69. Finalmente,

$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \rightarrow G = 0,0023 \, \text{S/m}$. Donde se ha tenido en cuenta que la línea no tiene distorsión.





Sexto ejercicio

Si se mide la impedancia de entrada en cortocircuito de una línea de longitud L y resistencia característica $80 \, \Omega$, resulta un valor de $j100 \, \Omega$. Si ponemos como carga una impedancia desconocida Z , se mide una impedancia de entrada de $Z_{in} = (50 - j200) \, \Omega$. Mediante el diagrama de Smith determine:

- a) El valor de Z .
- b) La razón de onda estacionaria.
- c) El coeficiente de reflexión en voltaje.
- d) La admitancia de entrada.

Solución

La impedancia normalizada es (ver el diagrama de Smith adjunto, los valores leídos en él son aproximados dado la dificultad para interpolar en determinados zonas – valor de S por ejemplo): $Z_{enCa} = j100/80 = j1,25 \, \Omega$, trasladado este valor sobre el diagrama de Smith sale el punto marcado como 1 (en el círculo hacia el generador, partiendo del lado derecho –cortocircuito) en el diagrama de Smith, a dicho punto corresponde una longitud hacia la carga (cortocircuito) de $0,1425\lambda$ aproximadamente.

- a) Se conecta la carga de impedancia desconocida y se mide una impedancia de entrada Z_{en} , que se lleva al diagrama de Smith, tras normalizarla con la resistencia característica $Z_{en} = 50 - j200 \rightarrow z_{en} = 0,625 - j2,5$ (punto

2). La posición marcada en el círculo externo tras unir el centro con el punto z_{en} , es $0,193\lambda$ hacia la carga desde el punto de cortocircuito (0,0) (punto 3). Desde el punto 3, avanzamos, por la circunferencia externa, la longitud de la línea $0,1425\lambda$ y se llega al punto 4, que indica una longitud $0,336\lambda$ (contando sobre el borde exterior hacia la carga en sentido contrario al reloj, desde el punto de cortocircuito). Si se une el punto 4 con el centro y medimos, con regla o compás, sobre la recta resultante una longitud similar a la que hay entre el centro y la z_{en} se tiene en definitiva el punto 5, que nos da en las coordenadas del diagrama la impedancia de carga desconocida Z_{car} , que resulta ser, después de deshacer la normalización, igual a $Z_{car} \cong 32 + j128$.

(el valor calculado analíticamente sale $Z_{car} \cong 24,99 + j131,98$)

- b) Midiendo sobre la recta la distancia entre el centro y el punto z_{en} , teniendo en cuenta que consideramos igual a uno el radio de la circunferencia externa, resulta que el módulo del coeficiente de reflexión es $|\Gamma| = 0,81$ con un ángulo de fase igual a $\theta_r \simeq 4\pi(0,250 - 0,264) = 0,334\pi \text{ rad} \simeq 62^\circ$, este ángulo se podía haber tomado directamente leyendo la graduación en grados que aparece en la Carta de Smith.
- c) Trazando con compás (o midiendo con regla sobre el eje horizontal, $x = 0$) un círculo de radio la distancia del centro a z_{en} , se tiene el valor de S midiendo el valor, en unidades de r , en el punto de corte de la circunferencia trazada con el eje $x = 0$, punto C que da un valor para S de aproximadamente 9, como se puede comprobar analíticamente:

$$S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1,81}{0,19} \simeq 9,53$$

- d) La admitancia de entrada es:

$$Y_{en} = \frac{1}{Z_{en}} = \frac{1}{50 - j200} = 0,0012 + j0,0047$$

(2) z_{en}

Séptimo ejercicio

Sobre un cable coaxial sin pérdidas de 1,2 m se miden en circuito abierto la capacitancia y en cortocircuito la inductancia, resultando respectivamente los valores $C = 64 \text{ pF}$ y $L = 0,40 \text{ } \mu\text{H}$. Se conecta una fuente de alimentación a 10 MHz con una resistencia en serie de $300 \text{ } \Omega$. Se pide determinar:

- La impedancia característica Z_0 de la línea y la constante dieléctrica del medio aislante, ϵ .
- Las reactancias en circuito abierto y en cortocircuito, x_{abi} y x_{cor} .
- Si se conecta, a la línea, una impedancia de carga de valor $Z_c = 25 + j50 \text{ } \Omega$, ¿Cuál es la corriente de entrada en el circuito I_e ?

Solución

- La capacitancia por unidad de longitud es $C = c/d = 5,3 \times 10 \text{ F/m}$ y la inductancia por unidad de longitud es $L = l/d = 3,3 \times 10^{-7} \text{ H/m}$, en donde c y l son respectivamente la capacidad e inductancia de la línea y d la longitud de esta. Se sabe que para un cable coaxial se cumple la expresión:

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \text{ y } L = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

de la que se deduce:

$$\ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\frac{2\pi\epsilon}{C} = \frac{2\pi L}{\mu}}{\frac{2\pi\epsilon}{C} = \frac{2\pi L}{\mu}} \rightarrow \epsilon = \frac{CL}{\mu} = \epsilon_0 \epsilon_r \rightarrow \epsilon_r \simeq 1,57$$

además se tiene que $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 78,9 \text{ } \Omega$.

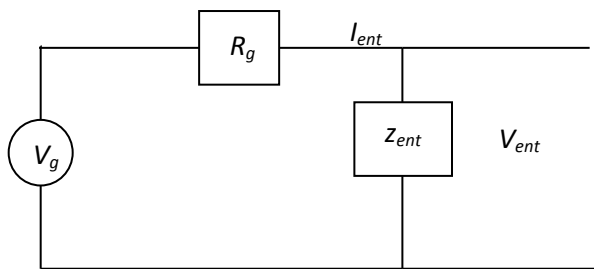
a1) Circuito abierto: $Z_{carga} = \infty$, línea sin pérdidas ($R_0 = Z_0$).

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \simeq 0,48 \text{ rad/m y } \beta l \simeq 0,58 \text{ rad.}$$

$$Z_{ent} = jx_{ent} = -j \frac{R_0}{\tan \beta l} = -j121,48 \Omega.$$

a2) Cortocircuito: $Z_{carga} = 0$; $Z_{ent} = jx_{ent} = jR_0 \tan \beta l = 51,24 \Omega$

$$b) \quad Z_{carga} = 25 + j50 \Omega; \quad Z_{ent} = R_0 \frac{Z_{carga} + jR_0 \tan \beta l}{R_0 + jZ_{carga} \tan \beta l} \simeq -14,92 + j167,15 \Omega$$



Entonces hay que emplear la expresión (ver circuito de la figura):

$$I_{ent} = \frac{V_g}{Z_g + Z_{ent}}, \text{ se sustituyen los valores y se obtiene la corriente de entrada.}$$

**Octavo ejercicio**

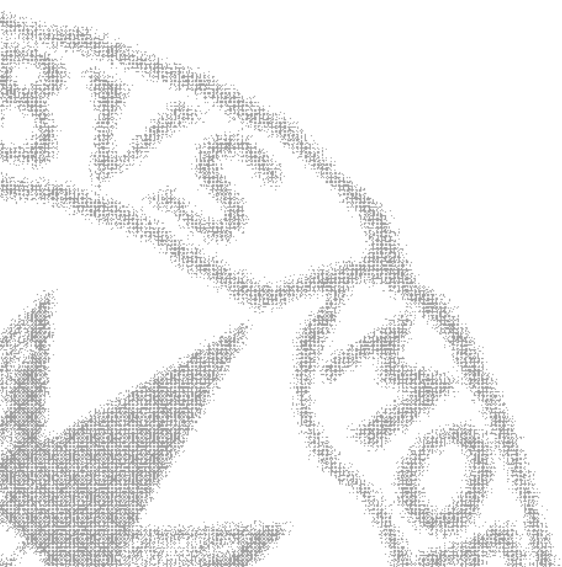
Se quiere adaptar una línea de transmisión sin pérdidas mediante dos brazos con las siguientes características: Impedancia de la línea $Z_0 = 50 \Omega$; carga al final de la línea $Z_c = 100 + j50 \Omega$; situación de los brazos: el primer brazo a una distancia $d_1 = \lambda/8$ de la carga y el segundo brazo a una distancia $d_2 = \lambda/4$. Se pide que determinen:

Las longitudes de los brazos (en cortocircuito) necesarios para adaptar la línea.

(se realizará mediante la carta de Smith adjunta indicando en la hoja de respuestas todos los pasos e impedancias intermedias necesarias para la adaptación en cada zona)

Solución

Para la realización de este ejercicio, se requiere la carta de Smith adjunta y seguir las explicaciones del final de las explicaciones complementarias que les envíe a lo largo del curso (última pregunta del tema de *Líneas de Transmisión*)



CARTA DE SMITH

