

# El átomo según Rutherford y Bohr

Fernando Barreiro

Universidad Autónoma de Madrid

Fundamentos Física III

# Propiedades de los átomos

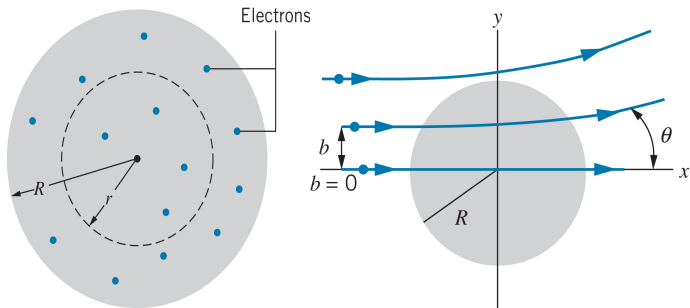
- Experimentos de scattering de partículas cargadas por átomos  $\Rightarrow$  estructura atómica
- Medidas espectros de emisión y absorción de radiación e.m.  $\Rightarrow$  estados excitados

## Propiedades de los átomos:

- radio  $\sim 0.1 \text{ nm}$ , imposible de ver con luz visible  $\lambda \sim 500 \text{ nm}$
- Ej: Fe,  $\rho = 8 \text{ g/cm}^3$ ,  $M_{mole} = 56 \text{ g} \Rightarrow 6 \times 10^{23} \text{ átomos Fe} \sim 7 \text{ cm}^3 \Rightarrow R_{Fe} \sim (10^{-23})^{1/3} \sim 2 \times 10^{-8} \text{ cm} = 0.2 \text{ nm}$
- estables
- eléctricamente neutros aunque contienen partículas carga negativa i.e. electrones como lo prueban efecto fotoeléctrico o Compton
- energía cinética estos electrones orden eV lo que implica según Heisenberg  $\Delta x \sim 0.1 \text{ nm}$ . En efecto:  $\Delta p = \frac{\hbar c}{c \Delta x} = \frac{197 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{c \cdot 0.1 \text{ nm}} = 1970 \text{ eV}/c \Rightarrow \langle K \rangle = \frac{p^2}{2m} = \frac{p^2 c^2}{2mc^2} = \frac{(1970 \text{ eV})^2}{2 \times 511000 \text{ eV}} = 3.8 \text{ eV}$
- átomos emiten y absorben radiación e.m.
  - visible ( $\lambda \sim 500 \text{ nm}$ )
  - infraroja ( $\lambda \sim 100 \text{ nm}$ )
  - ultravioleta ( $\lambda \sim 10 \text{ nm}$ )
  - rayos X ( $\lambda \sim 1 \text{ nm}$ )
- átomos no siempre emiten y absorben radiación a la misma longitud de onda

# El modelo de Thomson y la importancia de los experimentos de scattering

- J.J. Thomson descubridor electrón, realiza primeras medidas  $e/m$
- J.J. Thomson 1904 propuso primer modelo atómico :  $Z$  electrones embebidos en esfera uniforme de carga positiva  $Z$
- Esta idea se puede poner a prueba mediante experimentos de scattering de partículas cargadas positivamente : Rutherford-Geiger-Marsden
- Si la partícula proyectil es más pesada que el electrón, la dispersión del haz vendrá dada en primera aproximación por la fuerza repulsiva carga positiva del átomo



Cálculos indican  $\theta_{average} \sim 0.01^\circ$

Estimemos el ángulo scattering de partículas  $\alpha$  (carga  $ze$  con  $z=2$ ) incidentes sobre un átomo en el modelo de Thomson.

- Hipótesis partida : partícula  $\alpha$  incide según OX a distancia  $r = R/2$  del centro

- Gauss :  $4\pi r^2 E = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{Ze}{\epsilon_0} \left( \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} \right) \Rightarrow E = \frac{Zer}{4\pi\epsilon_0 R^3}$

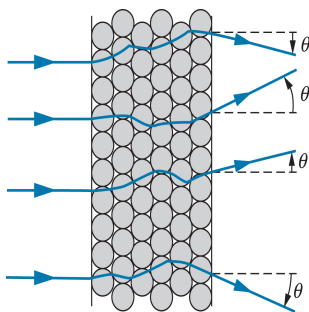
- $p_y = \int F_y dt \sim F \Delta t = \frac{zZe^2(R/2)}{4\pi\epsilon_0 R^3} \frac{R}{v} = \frac{zZe^2}{8\pi\epsilon_0 Rv}$

- $\langle \theta \rangle = \tan \langle \theta \rangle = \frac{p_y}{p_x} = \frac{p_y}{mv} = \frac{zZe^2}{8\pi\epsilon_0 Rv} \frac{1}{mv} = \frac{zZe^2}{16\pi\epsilon_0 RK}$

- Aplicación numérica :  $z = 2$  i.e.  $\alpha$ 's con  $K = 3 \text{ MeV}$  sobre Au ( $Z=79$ ) que tiene  $R = 0.179 \text{ nm}$

- $\langle \theta \rangle = \frac{0.25(1.44 \text{ eV}\cdot\text{nm})(2)(79)}{(0.179 \text{ nm})(3 \times 10^6 \text{ eV})} = 10^{-4} \text{ rad} = 0.01^\circ$

Si proyectil incide sobre lámina delgada,  $\sim 1 \mu$ , será dispersado por  $N \sim 10^4$  átomos puesto que  $R_{atom} \sim 10^{-10} m \Rightarrow \theta \sim \sqrt{N}\theta_{average} \sim 1^\circ$



Sin embargo experimentalmente, Geiger y Marsden (1910), encuentran ángulos de deflexión muy grandes. Como en el modelo de Thomson la misma probabilidad hay de que de una colisión resulte un ángulo mayor que uno menor que el medio, sería necesario que los  $10^4$  choques todos fueran en la dirección de dar ángulo grande:  $P \sim \left(\frac{1}{2}\right)^{10^4} = 10^{-3000} \sim 0$

Usar el teorema de Gauss para probar que la fuerza ejercida sobre un electrón embebido en una carga  $Ze$  distribuida uniformemente en una esfera de radio  $R = 0.053 \text{ nm}$  y situado a una distancia  $r$  de su centro es  $F = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} r$ .  
Calcular la frecuencia de oscilación del electrón y la longitud de onda de su línea espectral.

Sol.:

$$\bullet \text{ Gauss : } 4\pi r^2 E = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{Ze}{\epsilon_0} \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \Rightarrow E = \frac{Zer}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$\bullet \vec{F} = -e\vec{E} = -\frac{Ze^2 r}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{e}_r = -kr\vec{e}_r ; k = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$\bullet \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_e}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R^3}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Ze^2 c^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2 R^3}}$$

$$\bullet \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(1.44 \text{ eV}\cdot\text{nm})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2 (10^9 \text{ nm/m})^2}{(0.053 \text{ nm})^3 (0.511 \times 10^6 \text{ eV})}} = 6.57 \times 10^{15} \text{ Hz para } Z = 1$$

$$\bullet \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{6.57 \times 10^{15} \text{ Hz}} = 45.7 \text{ nm} \Rightarrow \mathbf{1/3 \text{ exp Lyman!}}$$

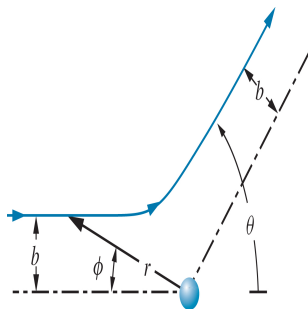
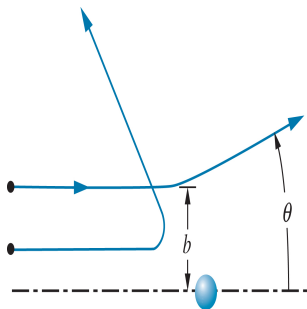
• Frecuencia emisión del electrón en H no coincide con el valor experimental

## El modelo de Rutherford

- Manera más sencilla entender ángulos scattering grandes es suponer que dispersión del proyectil tiene lugar contra una carga positiva masiva : el núcleo, con radio  $R_{nucl} \ll R_{atom}$ , así el proyectil siente la fuerza repulsiva toda la carga positiva  $Z$ :  $F = \frac{(ze)(Ze)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$  y no de una fracción de ella.
- Trayectoria : hipérbola cuya ecuación se deduce de entender  $b \Leftrightarrow \theta$ , véase Fig.  $\Rightarrow$  *parámetro impacto*  $< b \equiv$  *ángulo dispersión*  $> \theta$

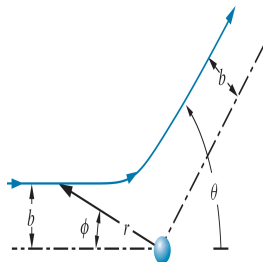
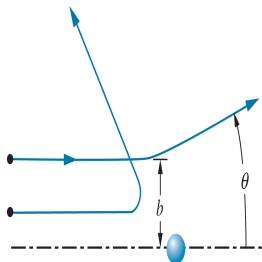
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin\Phi + \frac{zZe^2}{8\pi\epsilon_0 b^2 K} (\cos\Phi - 1) \Rightarrow \Phi = \pi - \theta; r \rightarrow \infty; b = \frac{zZ}{2K} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cot\frac{\theta}{2} \quad (1)$$

$$b = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2K} \frac{1 - \cos\Phi}{\sin\Phi} = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2K} \frac{2\sin^2\frac{\Phi}{2}}{2\sin\frac{\Phi}{2}\cos\frac{\Phi}{2}} = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2K} \cotan\frac{\theta}{2} \quad (2)$$



# Movimiento partícula $\alpha$ en un campo central culombiano

- Conservación energía :  $\frac{1}{2}m[\dot{r}^2 + r^2\dot{\Phi}^2] + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2}mv_0^2$
- Conservación momento angular :  $mr^2\dot{\Phi} = -mbv_0$
- Si  $u = 1/r$  ;  $u' = du/d\Phi \Rightarrow \frac{dr}{dt} = -\frac{1}{u^2} \frac{du}{dt} = -\frac{1}{u^2} u' \dot{\Phi} = \frac{1}{u^2} u' \frac{bv_0}{r^2} = u' bv_0$
- $\frac{1}{2}mb^2v_0^2 u'^2 + \frac{1}{2}mr^2 \frac{b^2v_0^2}{r^4} + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow$  Dividamos por  $0.5mb^2v_0^2$
- $u'^2 + u^2 + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Kb^2} u - \frac{1}{b^2} = 0 \Rightarrow$  Diferenciamos respecto a  $\Phi$
- $2u'u'' + 2uu' + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Kb^2} u' = 0 \Rightarrow u'' + u + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Kb^2} = 0$
- $u(\Phi) = A\cos\Phi + B\sin\Phi - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Kb^2}$
- $\lim_{\Phi \rightarrow 0} u = 0 \Rightarrow A = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Kb^2} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Kb^2} (\cos\Phi - 1) + B\sin\Phi$
- $\lim_{\Phi \rightarrow 0} r\sin\Phi = b \Rightarrow B = \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\sin\Phi}{b} + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Kb^2} (\cos\Phi - 1)$  Q.E.D.





## Fracción partículas del haz dispersadas a ángulos mayores que $\theta$

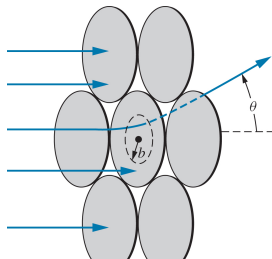
Dispersión sobre lámina de espesor  $t$ ,  $A$  su área,  $\rho$  su densidad y  $M$  su masa molar. Su volumen será  $At$ , su masa  $\rho At$ , el número de moles  $\rho At/M$  luego el número de átomos por unidad de volumen será:  $n = N_A \frac{\rho At}{M} \frac{1}{At} = \frac{N_A \rho}{M}$ . El número de átomos por unidad de área será  $nt = \frac{N_A \rho t}{M}$ . Luego

$$f_{<b} = f_{>\theta} = n \cdot t \cdot \pi b^2 \quad (3)$$

Ej: Lámina de oro  $\rho = 19.3 \text{ g/cm}^3$ ,  $M = 197 \text{ g/mol}$  y espesor  $t = 2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$  dispersa partículas  $\alpha$  de energía cinética  $K = 8 \text{ MeV}$ . Determinar la fracción de partículas  $\alpha$  dispersadas a ángulos mayores de  $90^\circ$ .

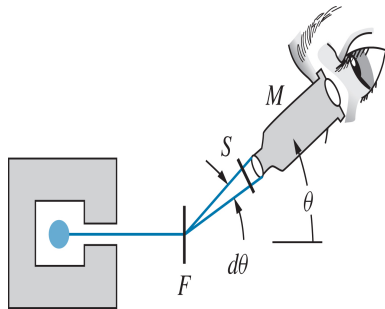
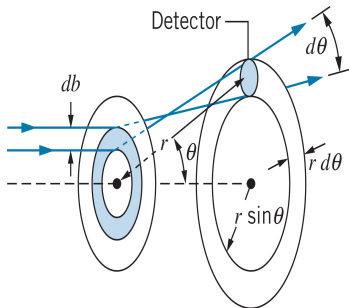
Sol:

- $n = \frac{N_A \rho}{M} = \frac{(6.02 \times 10^{23} \text{ átomos/mol})(19.3 \text{ g/cm}^3)}{(197 \text{ g/mol})} = 5.9 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$
- $b_{90^\circ} = \frac{zZ}{2K} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cot \frac{\theta}{2} = \frac{2 \times 79}{2 \times 8.0 \text{ MeV}} \cdot (1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}) \cot 45^\circ = 14 \text{ fm}$
- $f_{>90^\circ} = nt\pi b^2 = 7.5 \times 10^{-5}$

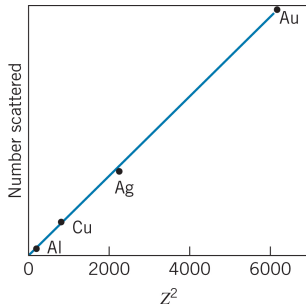
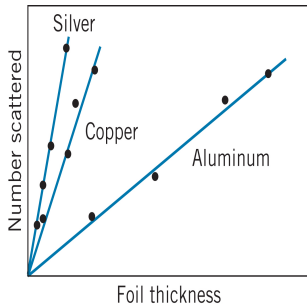


# Experimento de Geiger y Marsden : verificación fórmula de Rutherford

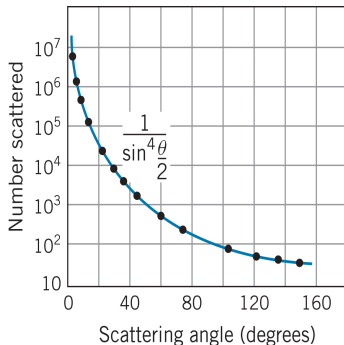
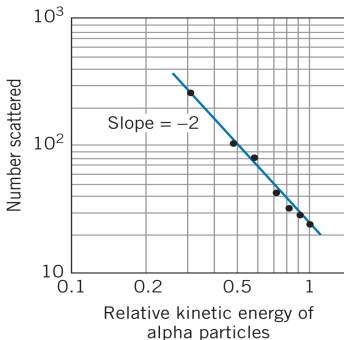
- Probabilidad proyectil dispersado en  $[\theta, \theta + d\theta] =$  Probabilidad su parámetro impacto en  $[b, b + db]$
- $df = nt(2\pi bdb)$  con  $b = \frac{zZ}{2K} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cot \frac{\theta}{2}$
- $db = \frac{zZ}{2K} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} (-\operatorname{cosec}^2 \frac{\theta}{2}) \frac{d\theta}{2}$
- $|df| = \pi nt \left(\frac{zZ}{2K}\right)^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \operatorname{cosec}^2 \frac{\theta}{2} \cot \frac{\theta}{2} d\theta$
- $N(\theta) = \frac{df}{dA} = \frac{df}{(2\pi r \sin\theta)rd\theta} = \frac{nt}{4r^2} \left(\frac{zZ}{2K}\right)^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$



- Fuente radioactiva de partículas  $\alpha$  de 8 MeV
- $N(\theta) \propto t$  a  $\theta \sim 25^\circ$
- $N(\theta) \propto Z^2$  a partir de experimentos a  $\theta$  y  $t$  fijos



- $N(\theta) \propto K^{-2}$  a partir de experimentos en los que las partículas  $\alpha$  eran frenadas al hacerlas pasar por láminas delgadas de mica
- $N(\theta) \propto \sin^{-4} \frac{\theta}{2} \Rightarrow$ : Prueba definitiva pues N varía en **cinco órdenes de magnitud**

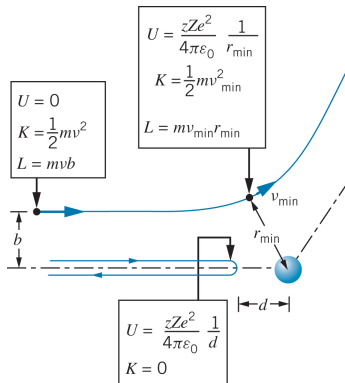


## Experimento de Geiger y Marsden: ejemplo

Determinar la distancia de mayor aproximación de una partícula  $\alpha$  de 8 MeV incidente sobre una lámina de oro,  $Z_{Au} = 79$ .

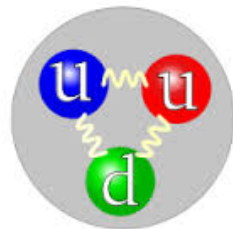
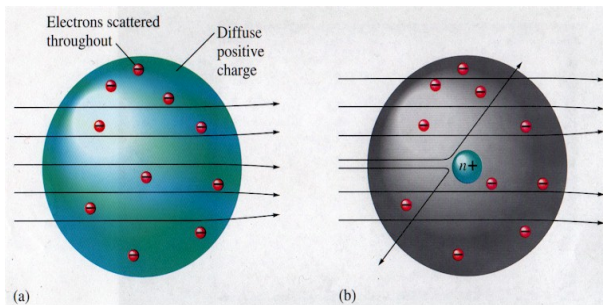
Sol: Partícula  $\alpha$  se frenará al aproximarse al núcleo. Perderá energía cinética y ganará potencial. Distancia mínima al núcleo  $\Leftrightarrow$  mínima energía cinética.

- Conservación de la energía :  $\frac{1}{2}mv_{min}^2 + \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 r_{min}} = \frac{1}{2}mv^2$
- Conservación momento angular:  $m vb = m v_{min} r_{min} \Rightarrow v_{min} = b v / r_{min}$

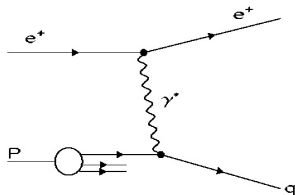


- $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{b^2v^2}{r_{min}^2}\right) + \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 r_{min}}$  ;  $b = 0 \Rightarrow d = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 K}$
- $d = \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{8 \text{ MeV}} = 28 \text{ fm} \gg \text{radio del núcleo de Au que es } 7 \text{ fm}$

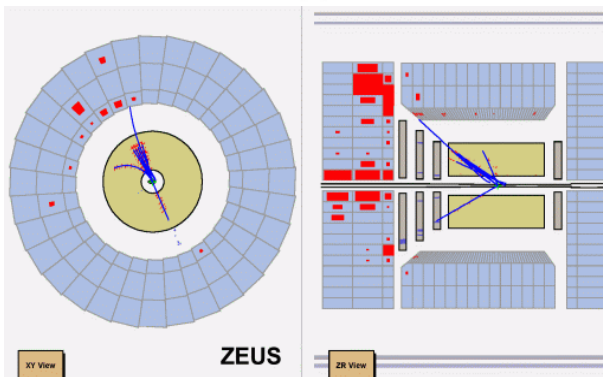
- Paradigma de la Física en el primer tercio siglo XX : Thomson vs Rutherford
- En la segunda mitad del siglo XX, es el protón puntual o compuesto?
- Experimentos dispersión con haces obtenidos en el laboratorio indican  $p = |uud \rangle$ ,  $n = |ddu \rangle$ ,  $\pi^+ = |u\bar{d} \rangle$



# La historia se repite: El experimento de Geiger y Marsden una vez más



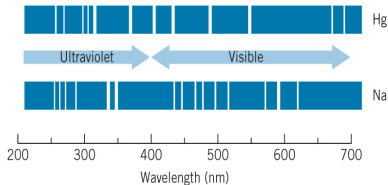
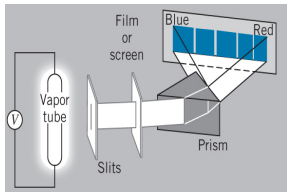
(a)



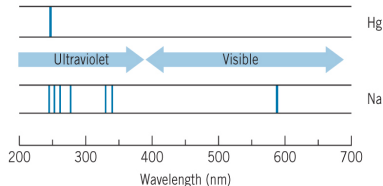
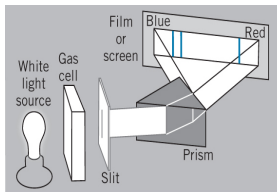
# Y de los electrones que se hicieron: Líneas espectrales

Un átomo puede radiar de manera

- continua : i.e.  $\forall \lambda$  como por ejemplo cuando se le calienta a gran T
- discreta : i.e. a algunos  $\lambda$  como p. ej. cuando se produce descarga en tubo con vapor de un elemento, Hg azul (436 nm) y verde (546 nm) , Na amarillo (590 nm), Ne rojo (700 nm)

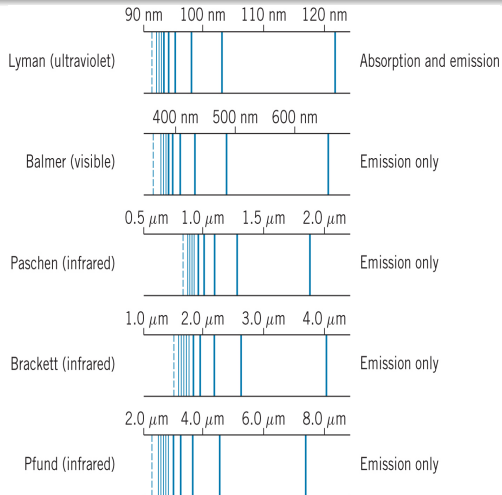


Si iluminado por luz blanca puede absorber alguna  $\lambda$  del espectro discreto





# Lineas espectrales del Hidrógeno



## Regularidades

- Balmer 1885:  $\lambda = (364.5 \text{ nm}) \frac{n^2}{n^2 - 4}$ ;  $n = 3, 4, 5 \dots$
- $\lambda = \lambda_{\text{limit}} \frac{n^2}{n^2 - n_0^2}$ ;  $n = n_0 + 1, n_0 + 2, n_0 + 3, \dots$ ;  $n_0 = 1$  (Lyman),  $n_0 = 2$  (Balmer),  $n_0 = 3$  (Paschen),  $n_0 = 4$  (Brackett),  $n_0 = 5$  (Pfund)

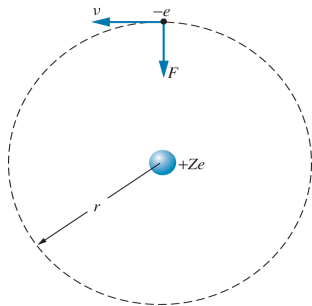
Para la serie de Paschen en hidrógeno se tiene  $\lambda_{limite} = 820.1 \text{ nm}$ . Determinar las tres longitudes de onda mayores de la serie. Mostrar que la mayor de la serie de Balmer y las dos mayores de la serie de Lyman, para la cual es  $\lambda_{limit} = 91.13 \text{ nm}$ , satisfacen el principio de Ritz.

Sol.:

- $\lambda = 820.1 \text{ nm} \frac{n^2}{n^2-3^2}$ ;  $n = 4, 5, 6, \dots$  para Paschen  $\Rightarrow$
- $n = 4 \Rightarrow \lambda = 820.1 \text{ nm} \frac{16}{16-9} = 1875 \text{ nm}$
- $n = 5 \Rightarrow \lambda = 820.1 \text{ nm} \frac{25}{25-9} = 1281 \text{ nm}$
- $n = 6 \Rightarrow \lambda = 820.1 \text{ nm} \frac{36}{36-9} = 1094 \text{ nm}$
- Las tres en la zona infraroja del espectro e.m.
- $\lambda = 364.5 \text{ nm} \frac{n^2}{n^2-2^2}$ ;  $n = 3, 4, 5, \dots$  para Balmer  $\Rightarrow$
- $n = 3 \Rightarrow \lambda = 364.5 \text{ nm} \frac{9}{9-4} = 656.1 \text{ nm} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = 4.57 \times 10^{14} \text{ Hz}$
- $\lambda = 91.13 \text{ nm} \frac{n^2}{n^2-1^2}$ ;  $n = 2, 3, 4, \dots$  para Lyman  $\Rightarrow$
- $n = 2 \Rightarrow \lambda = 91.13 \text{ nm} \frac{4}{4-1} = 121.5 \text{ nm} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = 24.67 \times 10^{14} \text{ Hz}$
- $n = 3 \Rightarrow \lambda = 91.13 \text{ nm} \frac{9}{9-1} = 102.5 \text{ nm} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = 29.24 \times 10^{14} \text{ Hz}$
- $24.67 + 4.57 = 29.24 (\times 10^{14}) \text{ Hz}$  : ejemplo del principio de Ritz

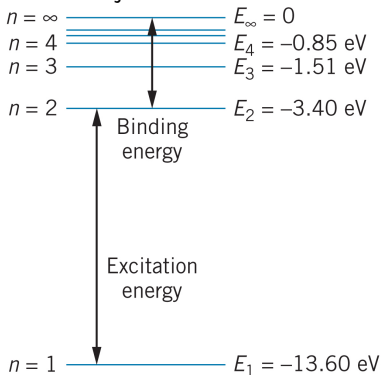
# El átomo de hidrógeno según Bohr

- N. Bohr (1913) *simil sistema solar: sol ↔ núcleo ; planetas ↔ electrones*
- $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$
- $E = K + U = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$
- Problema : **toda partícula cargada acelerada emite radiación e.m.**
- Parche : Excepción estados con  $\mathbf{L} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{r} = n\hbar, n = 1, 2, 3, \dots$
- $K = \frac{1}{2}m\left(\frac{n\hbar}{mr}\right)^2 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} n^2 = a_0 n^2, n = 1, 2, 3, \dots$
- $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = \frac{(\hbar \cdot c)^2}{mc^2(e^2/4\pi\epsilon_0)} = \frac{(197\text{eV} \cdot \text{nm})^2}{511 \times 10^3 \text{eV} \times 1.4\text{eV} \cdot \text{nm}} = 0.0529 \text{ nm} =$   
**radio de Bohr**



## El átomo de hidrógeno según Bohr : consecuencias

- Sólo ciertos radios son posibles i.e.  $r = a_0, 4a_0, 9a_0$  pero no  $r = 3a_0, 5a_0, ..$
- En contraposición con gravitación clásica donde hago orbitar un satélite a cualquier radio
- $E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.60 \text{ eV}}{n^2} \Rightarrow |E_n| \equiv \text{energía de enlace}$
- Estado fundamental:  $n = 1 \Rightarrow E_1 = -13.60 \text{ eV}$  ;  $r_1 = a_0 = 0.0529 \text{ nm}$
- Primera excitación:  $n = 2 \Rightarrow E_2 = -3.40 \text{ eV}$  ;  $r_2 = 4a_0 = 0.2116 \text{ nm}$
- Segunda excitación:  $n = 3 \Rightarrow E_3 = -1.51 \text{ eV}$  ;  $r_3 = 9a_0 = 0.4761 \text{ nm}$
- Figura adjunta muestra niveles de energía y energías de excitación y de enlace para estados más bajos



En el estado del átomo de hidrógeno correspondiente a  $n = 3$  determinar la velocidad del electrón, su energía cinética y su energía potencial según Bohr.  
Sol.:

- $r_3 = 9a_0 = 9 \times 0.0529 \text{ nm} = 0.476 \text{ nm}$

- $v = \frac{n\hbar}{m_e r} = c \frac{n\hbar c}{m_e c^2 r} = c \frac{3(1240 \text{ eV}\cdot\text{nm})/2\pi}{(0.511 \times 10^6 \text{ eV})(0.476 \text{ nm})} = 2.43 \times 10^{-3} c = 7.3 \times 10^5 \text{ m/s}$

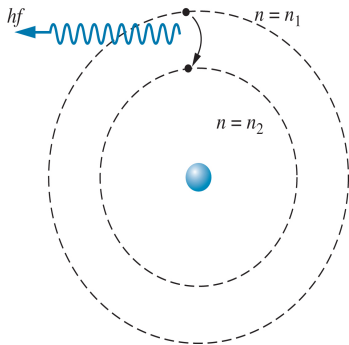
- $U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1.44 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{0.476 \text{ nm}} = -3.02 \text{ eV}$

- $K = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} = 1.51 \text{ eV}$

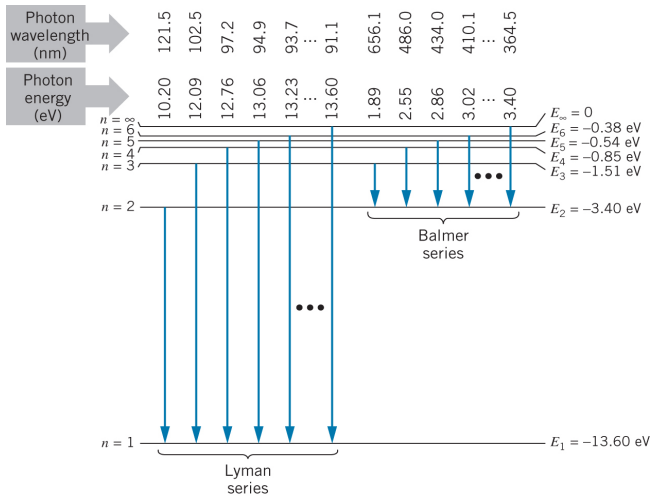
- En efecto  $E_n = -\frac{13.60 \text{ eV}}{n^2} = -\frac{13.60 \text{ eV}}{9} = -1.51 \text{ eV} = U + K$

# Lineas espectrales del hidrógeno según Bohr

- Si electrón salta de estado  $n_1$  a estado  $n_2$ ,  $n_1 > n_2$ , se radiará un fotón con energía  $h\nu = E_{n_1} - E_{n_2} \Rightarrow \nu = \frac{E_{n_1} - E_{n_2}}{2\pi\hbar}$
- $\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\epsilon_0^2\hbar^3} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$
- $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{64\pi^3\epsilon_0^2\hbar^3 c}{me^4} \left( \frac{n_1^2 n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \right) = \frac{1}{R_\infty} \left( \frac{n_1^2 n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \right)$
- $R_\infty = \frac{me^4}{64\pi^3\epsilon_0^2\hbar^3 c} = 1.097373 \times 10^7 m^{-1}$  : **constante de Rydberg**
- Para transiciones de  $n_1 = 3, 4, 5..$  a  $n_2 = 2$  :  $\lambda = (364.5 \text{ nm}) \left( \frac{n_1^2}{n_1^2 - 4} \right)$



# Lineas espectrales del hidrógeno según Bohr: continuación



- Si electrón salta de estado  $n_3$  a estado  $n_2$ , y luego de  $n_2$  a  $n_1$
- $\nu_{n_3 \rightarrow n_2} = cR_\infty \left( \frac{1}{n_3^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$
- $\nu_{n_2 \rightarrow n_1} = cR_\infty \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$
- $\nu_{n_3 \rightarrow n_2} + \nu_{n_2 \rightarrow n_1} = cR_\infty \left( \frac{1}{n_3^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) + cR_\infty \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = cR_\infty \left( \frac{1}{n_3^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$
- $\nu_{n_3 \rightarrow n_2} + \nu_{n_2 \rightarrow n_1} = \nu_{n_3 \rightarrow n_1}$



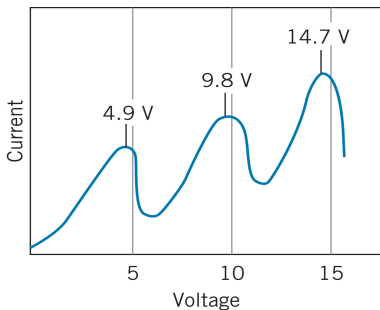
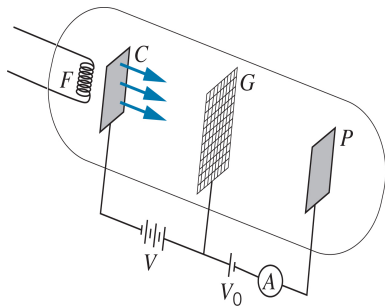
La longitud de onda más corta de la serie de Lyman para el átomo de hidrógeno es  $91.13 \text{ nm}$ . Determinar las tres longitudes de onda más largas pertenecientes a esta serie.

Sol.

- Para la serie de Lyman se tiene  $\lambda = (91.13 \text{ nm}) \frac{n^2}{n^2-1}$
- Para  $n=2$  :  $\lambda = 91.13 \frac{4}{3} = 121.51 \text{ nm}$
- Para  $n=3$ :  $\lambda = 91.13 \frac{9}{8} = 102.52 \text{ nm}$
- Para  $n=4$ :  $\lambda = 91.13 \frac{16}{15} = 97.21 \text{ nm}$

# El experimento de Franck y Hertz prueba existencia estados atómicos excitados

- J. Franck y G. Hertz 1914 : experimento en tubo con vapor de Hg a presión baja
- F calienta cátodo C que emite electrones que son acelerados a G por V
- Electrones sufren colisiones **elásticas** i.e. **sin pérdida de energía** con átomos Hg luego si  $\uparrow V \Rightarrow \uparrow I$  medida en A
- Si  $V : eV \sim$  energía estado excitado Hg, electrón perderá casi toda su energía en **múltiples colisiones inelásticas** impiden vencer potencial de frenado  $V_0 \Rightarrow \downarrow I$  en múltiplos de ella,  $4.9 eV, \leftrightarrow \lambda = 254 nm$  espectro Hg



Usamos vapor de Na en un experimento de tipo Franck-Hertz. El primer estado excitado del Na decae en el estado fundamental emitiendo un fotón de longitud de onda  $590 \text{ nm}$ . Determinar el voltaje al que deberemos observar la primera caída de potencial.

Sol.:

- $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{590 \text{ nm}} = 2.1 \text{ eV}$
- Luego la primera caída de potencial la observaremos a  $2.1 \text{ V}$

Aunque el modelo de Bohr predice correctamente las energías de los estados electrónicos, tiene serias deficiencias:

- Se basa en una hipótesis ad-hoc según la cual los electrones en órbitas estacionarias no tengan que radiar por 'bremsstrahlung'
- Para el estado fundamental del átomo de hidrógeno,  $n = 1$ , Bohr predice  $L = 1 \cdot \hbar$ , **exp.**  $L = 0$
- Viola las relaciones de incertidumbre de Heisenberg. En efecto, supongamos que el electrón orbita en el plano  $X - Y$ , entonces  $z = 0 \Rightarrow \Delta z = 0$  y también  $p_z = 0 \Rightarrow \Delta p_z = 0$  con lo cual  $\Delta z \Delta p_z = 0$  y
- No explica desdoblamiento de líneas espectrales
- Para átomos con  $Z > 1$  no sabe como incorporar fuerza entre electrones y no incorpora el principio de exclusión de Pauli

- Parámetro de impacto:  $b = \frac{zZ}{2K} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cot \frac{\theta}{2}$
- Fórmula de Rutherford :  $N(\theta) = \frac{nt}{4r^2} \left(\frac{zZ}{2K}\right)^2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$
- Fórmula de Balmer : líneas emisión hidrógeno en región visible:  
 $\lambda = (364.5 \text{ nm}) \frac{n^2}{n^2-4}$  ;  $n = 3, 4, 5, \dots$
- En general :  $\lambda = \lambda_{lim} \frac{n^2}{n^2-n_0^2}$  ;  $n = n_0 + 1, n_0 + 2, n_0 + 3, \dots \Rightarrow$ : Lyman( $n_0 = 1$ ), Paschen( $n_0 = 3$ ), Brackett( $n_0 = 4$ ), Pfund( $n_0 = 5$ )
- Radios de Bohr:  $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} n^2 = a_0 n^2$  ;  $a_0 = 0.0529 \text{ nm}$
- Energías :  $E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = \frac{-13.60 \text{ eV}}{n^2}$  :  $n = 1, 2, 3, \dots$
- Energía ionización o de enlace del nivel  $n$  :  $|E_n|$ .
- Longitudes onda líneas emisión:  $\lambda = \frac{1}{R_\infty} \frac{n_1^2 n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}$  ;  $R_\infty = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$