
Algoritmos y Estructuras de Datos

Tema 2: Diseño de Algoritmos

Contenidos

- 1. Algoritmos recursivos
 - 1.1 Algoritmos recursivos. Recursión simple
 - 1.2 Algoritmos con vuelta atrás y ejemplos
- 2. Complejidad de los algoritmos
- 3. Algoritmos de búsqueda y su complejidad
- 4. Optimización de algoritmos

Recursividad

- Una **definición** de un **concepto** es **recursiva**, si es una definición que **emplea el propio concepto** en la **definición**
- Por ejemplo: *Máximo Común Divisor*

$$MCD(m,n)= \begin{cases} n, & \text{si } RESTO(m,n) = 0 \\ MCD(n, RESTO(m,n)) & \end{cases}$$

- Un **método** Java es **recursivo** si su cuerpo incluye **llamadas a si mismo**
 - La recursión es **indirecta** cuando un método *m* incluye **llamadas a métodos** que directamente o **indirectamente** incluyen llamadas a *m*

Ejemplos de métodos recursivos

- Una definición matemática de factorial es:

$$\text{factorial}(n) \text{ es } \begin{cases} 1, & \text{si } n \leq 1 \\ n * \text{factorial}(n-1), & \text{en otros casos} \end{cases}$$

- Una implementación de esa definición en Java es:

```
long factorial(long n) {  
    if (n <= 1) return 1;  
    else return n * factorial(n - 1);  
}
```

- En Java cualquier método puede ser recursivo
 - **No** hay que **confundir** recursividad y llamadas a métodos o constructores **sobrecargados**

Estructura de la recursión simple

- La **llamada recursiva** debe estar en el cuerpo de algún tipo de **condición**. Un método recursivo sencillo incluye:

- **Cálculos generales** del método.
- **Ejecuciones base** del método: esas ejecuciones no hay llamadas recursivas. Siempre debe haber al menos una.
- **Ejecuciones recursiva** del método: ejecuciones que producen llamadas recursivas

```
long factorial(long n) {  
    if (n <= 1) return 1;  
    else return n * factorial(n - 1);  
}
```

Variables en ejecución

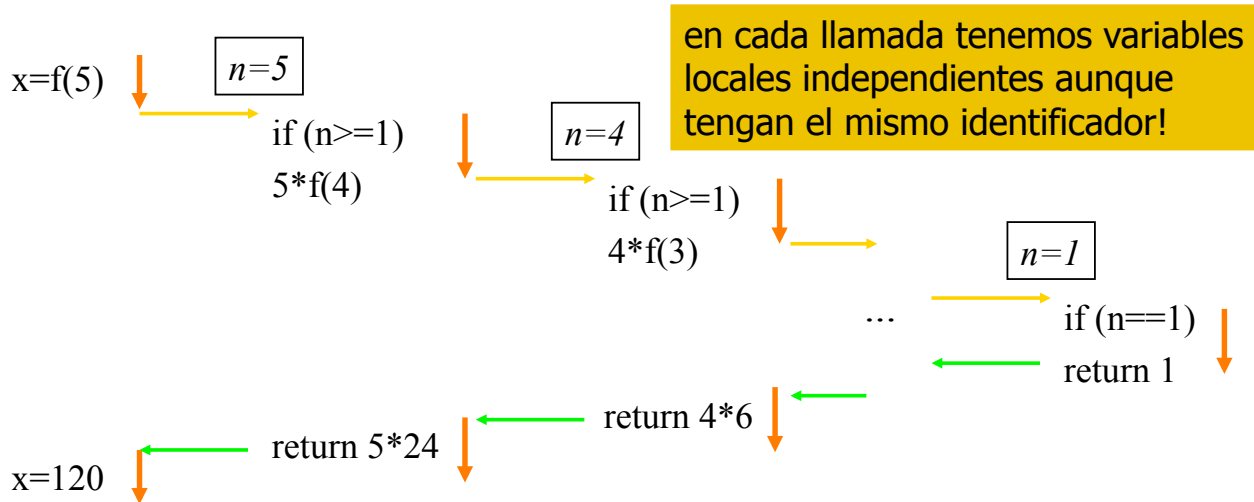
- Variables a las que accede un método recursivo:

- **Variables locales y parámetros**: cada llamada recursiva tiene su copia de estas variables, y no puede acceder a los valores de las llamadas anteriores
 - Al final de la ejecución se **destruyen** esas variables
 - Mientras está pendiente de resolverse una llamada recursiva, sus llamadas anteriores también están **pendientes** de terminar
 - Recursión infinita. No hay memoria para almacenar todo:

```
int recursionInfinita() {  
    recursionInfinita();  
}
```

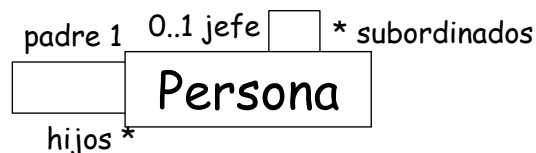
- **Los campos** están asociados a los objetos y clases y todas las llamadas actúan sobre esos **mismos** campos y sus valores

Ámbito dinámico (recursivo)



Estructuras recursivas

- Muchas estructuras de datos incluyen **referencias** a objetos de su **misma clase**



- Algunos conjuntos de los objetos crean **estructuras recursivas**. Ejemplos de estructuras generales: estructuras jerárquicas y de listas
- Algunas operaciones que tratan esas referencias se pueden hacer con recursividad
 - Por ejemplo: búsquedas en ramas de árboles

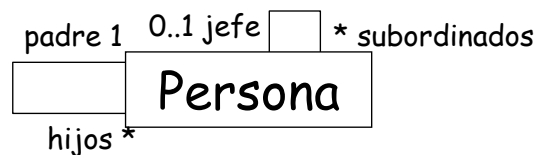
Estructuras recursivas

```
class Persona {  
    String nombre;  
    Persona padre;  
    Persona[] hijos;  
    Persona jefe;  
    Persona[] subordinados;  
    Persona jefeEmpresa() {  
  
    }  
    String descendientes() {  
  
  
  
    }  
}
```



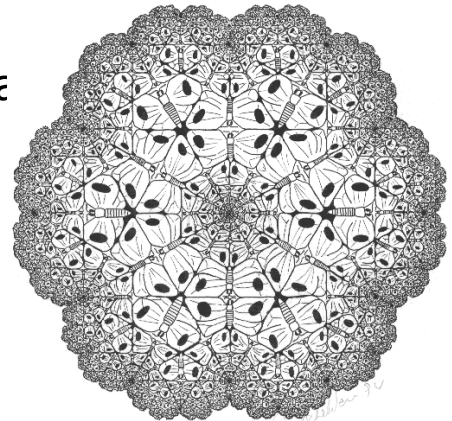
Estructuras recursivas

```
class Persona {  
    String nombre;  
    Persona padre;  
    Persona[] hijos;  
    Persona jefe;  
    Persona[] subordinados;  
    Persona jefeEmpresa() {  
        if (jefe == null) return this;  
        else return jefe.jefeEmpresa();  
    }  
    String descendientes() {  
        String nombres="";  
        if (hijos.length == 0) return nombres;  
        for (int i=0; i < hijos.length; i++)  
            nombres=hijo[i].nombre+ " "+hijos[i].descendientes();  
        return nombres;  
    }  
}
```



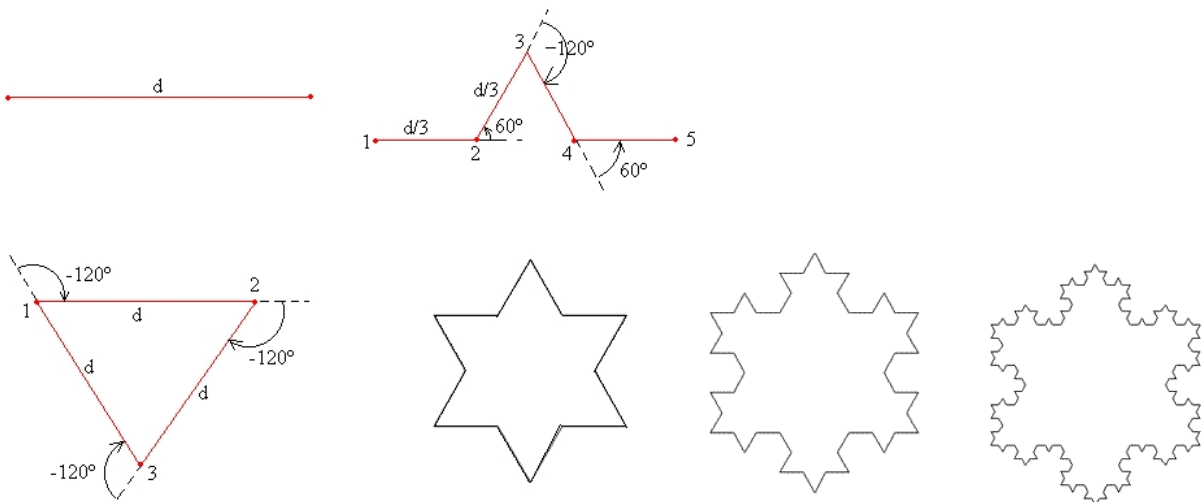
Curvas recursivas: Fractales

- Un **fractal** es un objeto geométrico cuya **estructura básica**, fragmentada o irregular, se **repite** a diferentes escalas
- El método traza una forma geométrica simple
 - En la **siguiente escala** partes de esa figura pueden representarse con la forma geométrica
 - En la **siguiente escala** partes de esa figura pueden representarse con la forma geométrica
 - ...



Fractales: curva de Koch

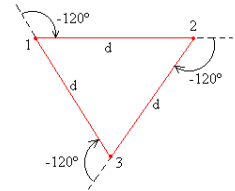
- En el copo de nieve de Koch cada segmento es sustituido por cuatro segmentos, cada uno de ellos de un tercio de la longitud del anterior



Fractales: curva de Koch

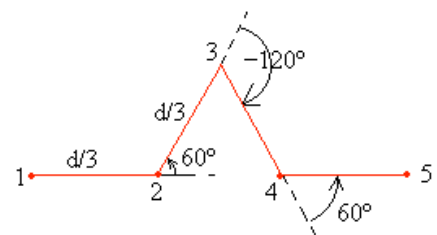
```
public class KochSnowflake extends GraphicsProgram {
    private static final double FRACCION = 0.75;
    private static final int ORDEN = 5;
    private GPen lapiz;

    public void run() {
        double ancho = 500; // getWidth();
        double alto = 500; // getHeight();
        lapiz = new GPen();
        add(lapiz, ancho / 2, alto / 2);
        dibujaFractalKoch(FRACCION * Math.min(ancho, alto), ORDEN);
    }
    private void dibujaFractalKoch(double extremo, int orden) {
        lapiz.move(-extremo / 2, -extremo / (2 * Math.sqrt(3)));
        dibujaLineaFractal(extremo, 0, orden);
        dibujaLineaFractal(extremo, -120, orden);
        dibujaLineaFractal(extremo, +120, orden);
    }
}
```



Fractales: curva de Koch

```
private void dibujaLineaFractal(double r, int theta, int orden) {
    if (orden == 0) {
        lapiz.drawPolarLine(r, theta);
    } else {
        dibujaLineaFractal(r / 3, theta, orden - 1);
        dibujaLineaFractal(r / 3, theta + 60, orden - 1);
        dibujaLineaFractal(r / 3, theta - 60, orden - 1);
        dibujaLineaFractal(r / 3, theta, orden - 1);
    }
}
```



Llamadas recursivas

- Cada llamada tiene asociado un **retorno**
 - Una **excepción** aborta solo la **llamada**
 - Las excepciones pueden seguir el anidamiento
- La **primera llamada en terminar** será la **última** llamada hecha, y la **última** en terminar será la **primera**
- La recursividad debe terminar en algún momento y el **número de llamadas anidadas** debe ser **limitado**
 - Si no hay memoria suficiente -> excepción
- La(s) llamada(s) recursiva(s) debe(n) estar en una sentencia alternativa o en el cuerpo de un bucle que no siempre se ejecuta

Recursividad vs bucle

- **Recursividad** es una forma de **iteración**
- Dos formas alternativas de resolver un problema

```
int fact(int n) throws Exception {
    if (n < 0) throw new Exception("argumento no válido");
    int f=1;
    while (n > 1) {
        f=n*f;
        n=n-1;
    }
    return f;
}
```

- En **general**, debemos elegir la que es mas **fácil entender**

Recursividad vs bucle

- Un **bucle** podemos implementarlo con sentencias condicionales (if) y **recursividad**:

```
void rellenar(int[] a, int desde) {  
    for (int i=desde; i >= 0; i--)  
        a[i]=i;  
}
```

```
void rellenar(int[] a, int n) {  
    if (n < 0) return; // Ejecución Base  
    else {  
        a[n] = n; // Cálculos Generales  
        rellenar(a, n - 1); // Ejecución Recursiva  
    }  
}
```

Algoritmos y Estructuras de datos DIT-UPM

17

Método recursivo y fachada

- Las implementaciones de los métodos recursivos suelen emplear **parámetros auxiliares** para controlar los niveles de recursividad
 - Esos parámetros crean confusión (no sabemos que poner) para quién usa el método, porque desconocemos la implementación
- Un **método fachada** es la entrada pública, un método privado recursivo implementa la operación

```
public boolean isIncluido(int x, int[] a) { // Método fachada para saber si x está en a  
    return isIncluido(x, a, a.length - 1);  
}  
private boolean isIncluido(int x, int[] a, int n) {  
    if (a[n] == x) return true; // Ejecuciones Base  
    if (n < 0) return false;  
    return isIncluido(x, a, n - 1); // Ejecución Recursiva  
}
```

Algoritmos y Estructuras de datos DIT-UPM

18