

# TEMA 6: MODULACIÓN Y DEMODULACIÓN ANGULAR

## Comunicaciones Inalámbricas

---

Marina Zapater

Primavera 2015

Departamento de Física Aplicada III, Universidad Complutense de Madrid



UNIVERSIDAD  
COMPLUTENSE  
MADRID

# CONTENIDO DEL TEMA:

Introducción: Modulación no lineal

Modulación PM y FM

Modulación de fase (PM)

Modulación de frecuencia (FM)

Modulación PSK y FSK

Demodulación FM y PM

Demodulación FSK y PSK

Ejercicios

# INTRODUCCIÓN: MODULACIÓN NO LINEAL

---

## Conceptos básicos

- La modulación no lineal resulta de variar la fase o frecuencia instantánea de la portadora con una señal proporcional a la señal de modulación.
- La potencia de salida de la señal no es proporcional a la potencia de entrada.
- En ancho de banda de la señal a la salida es mayor que el doble de la frecuencia más alta de la moduladora.

## Modulación de fase

- Generamos una señal con fase instantánea proporcional a la señal moduladora.

$$v(t) = A\cos(\Phi(t)) = A\cos(\omega_p t + \Delta\phi(t))$$

- Donde:

$$\Delta\phi(t) = K_m v_m(t) = \Delta\phi_{max} x(t)$$

- siendo  $x(t)$  la señal moduladora normalizada

$$x(t) = \frac{v_m(t)}{|v_m(t)|_{max}}$$

## Modulación de frecuencia

- Generamos una señal con frecuencia instantánea proporcional a la señal moduladora.

$$v(t) = A\cos(\Phi(t)) = A\cos(\omega_p t + \Delta\phi(t))$$

- La frecuencia instantánea es proporcional a la derivada de la fase, de forma que:

$$\Delta\phi(t) = 2\pi K_f \int v_m(t) dt = 2\pi \Delta f_{\max} \int x_m(t) dt$$

$$f(t) = f_p + \frac{1}{2\pi} \frac{d\Delta\phi(t)}{dt} = f_p + K_F v_m(t) = f_p + \Delta f_{\max} x(t)$$

- Una modulación de fase y una modulación de frecuencia, ambas con un tono a la frecuencia  $f_m$  como moduladora, es decir,  $x(t) = \cos(\omega_m t)$  son equivalentes.

- Para la modulación de fase, tendremos:

$$v(t) = A \cos[\omega_p t + \Delta\phi_{max} \cos(\omega_m t)]$$

- Y para la de frecuencia:

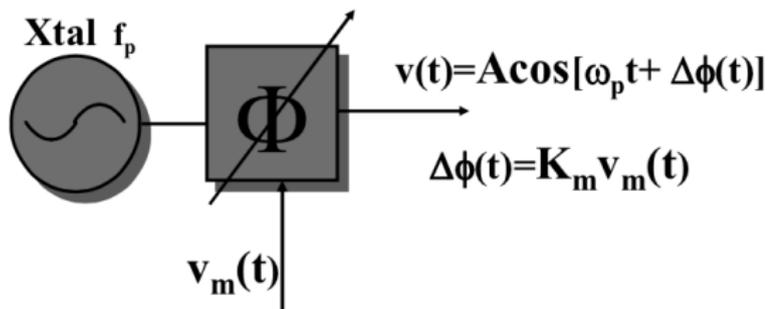
$$f(t) = f_p + \Delta f_{max} \cos(\omega_m t) \rightarrow \Delta\phi(t) = \frac{\Delta f_{max}}{f_m} \sin(\omega_m t)$$

$$v(t) = A \cos[\omega_p t + \frac{\Delta f_{max}}{f_m} \sin(\omega_m t)]$$

- Y esta equivalencia se cumple si:

$$\Delta\phi_{max} = \frac{\Delta f_{max}}{f_m}$$

Procedimiento para la modulación de fase:

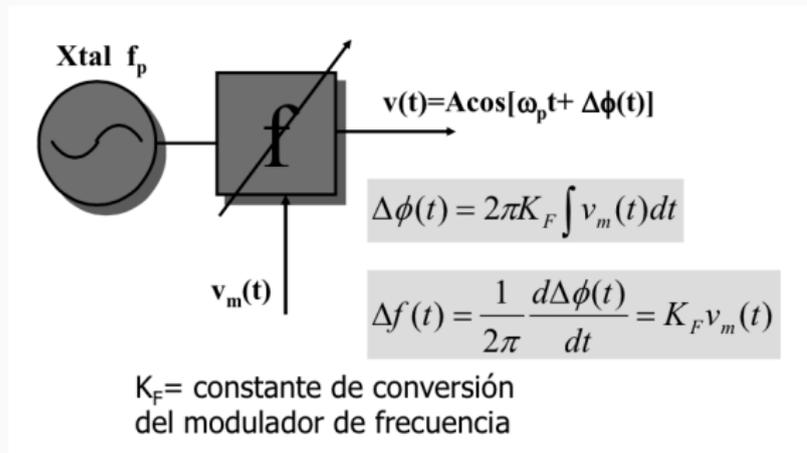


$K_m$  = constante de conversión  
del modulador de fase

# INTRODUCCIÓN: MODULACIÓN NO LINEAL

Procedimientos para la modulación en frecuencia

- **Directo** cambiar la frecuencia mediante un oscilador de frecuencia variable.
- **Indirecto** variar la fase de la portadora proporcionalmente al valor de una señal obtenida mediante integración de la moduladora.



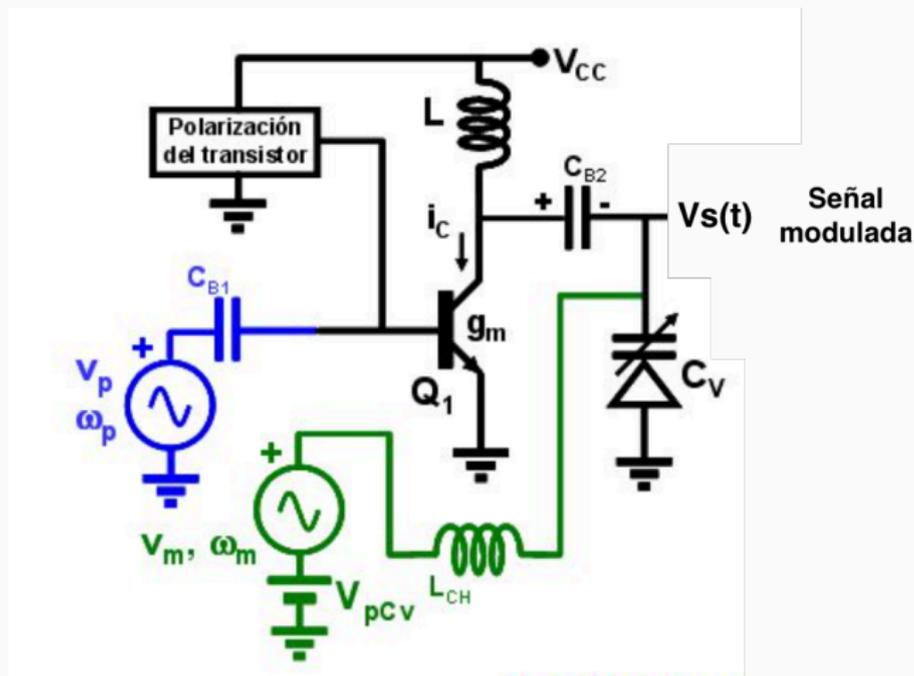
## MODULACIÓN PM Y FM

---

- Modulación con varactor
- Modulador Armstrong
- Modulador de fase con PLL

# MODULACIÓN PM CON VARACTOR

- La frecuencia de sintonía ( $f_0$ ) está controlada por un varactor



- Al variar la frecuencia de sintonía varía la fase de la función de transferencia a la frecuencia  $f_p$ .
- La señal de salida:

$$V_s = \frac{-g_m A}{1 + jQ\left(\frac{\omega_p}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_p}\right)}$$

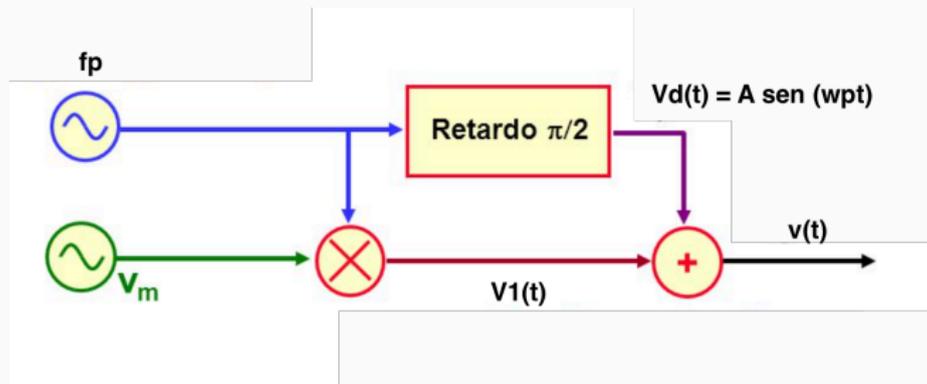
siendo  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC_{dv}}$  y  $Q = \omega_0 C_{dv} R$

- Y la fase puede describirse como:

$$\phi(t) = 2Q_0 \frac{v_m(t)}{V_{pol}} = K_m v_m(t)$$

- La señal modulada en PM puede expresarse como:

$$v(t) = A \text{sen}(\omega_p t + \Delta\phi_{\max} x_m(t))$$



- Para variaciones pequeñas de fase ( $\Delta\phi_{max} \ll 1$ ), tendremos:

$$v(t) = A\cos(\omega_p t) + AK_m Bx_m(t)\cos(\omega_p t)$$

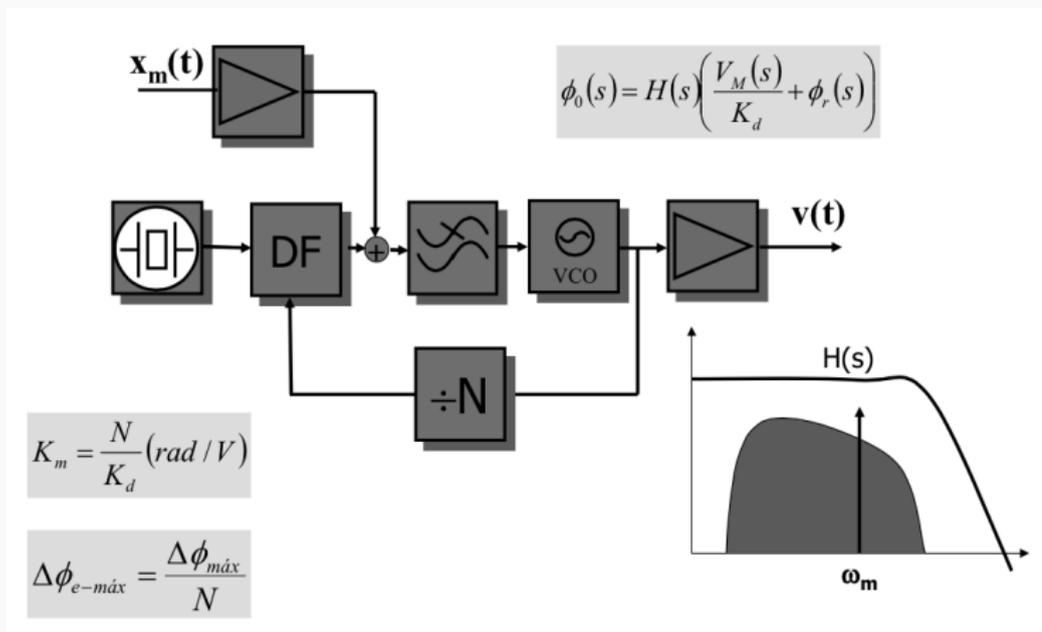
$$v(t) = A\cos[\omega_p t + K_m Bx_m(t)]$$

- De forma que la fase puede expresarse como:

$$\phi(t) = \text{atan}[K_m Bx_m(t)] = \text{atan}[K_m v_m(t)]$$

- Y aproximaremos la fórmula anterior de forma lineal. Esta aproximación tendrá cierta distorsión.

- Es el modulador más común, dado que el sintetizador permite su uso en circuitos canalizados.



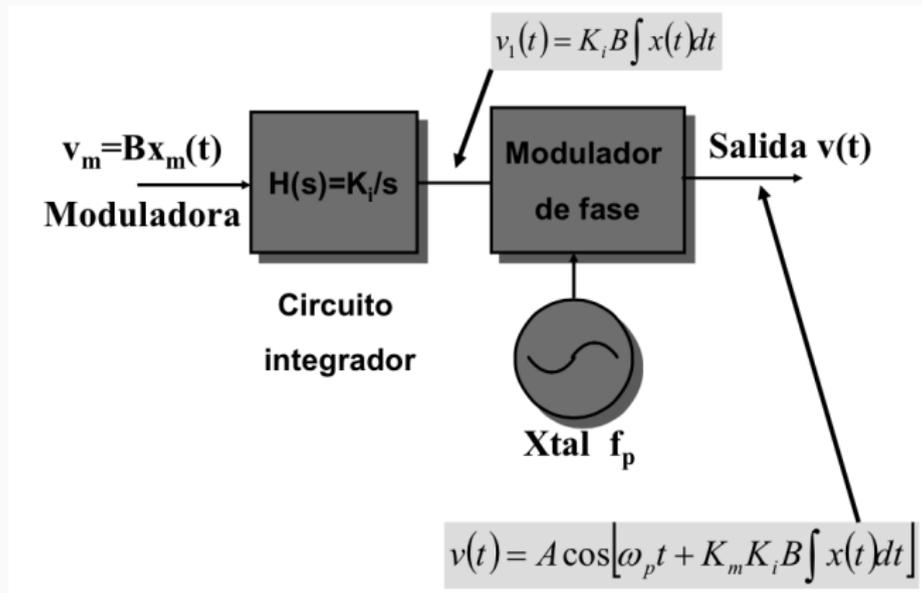
- Suponemos el bucle enganchado a la frecuencia de referencia ( $f_r$ )
- Recordemos que la función de transferencia del PLL ( $H(s)$ ) tiene un comportamiento paso bajo
- Normalmente, para tener una modulación PM con un  $\Delta\phi_{max}$  elevada, superamos los límites lineales del detector de fase
- La función del divisor de frecuencia es paliar el problema anterior, de forma que, si  $\Delta\phi_e$  es el máximo margen lineal:

$$N \geq \frac{\Delta\phi_{max}}{\Delta\phi_e}$$

- Modulación indirecta de frecuencia
- Modulador con VCO
- Estabilización con PLL

# MODULACIÓN FM INDIRECTA

- Se lleva a cabo de forma indirecta a través de una modulación PM



- La señal en banda base se aplica al integrador y se introduce al modulador PM

- La desviación máxima de frecuencia a la salida tiene la forma:

$$\Delta f_{max} = K_m K_i B / 2\pi$$

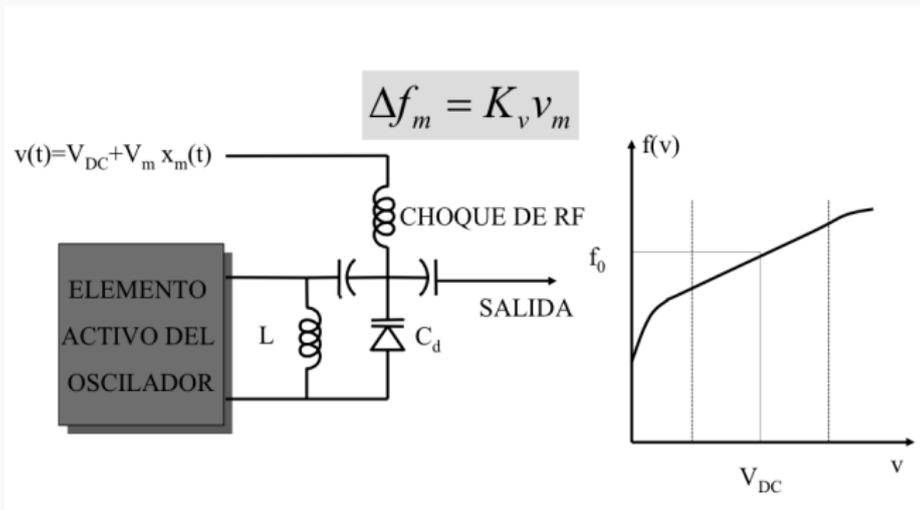
- La desviación de frecuencia a la salida suele ser menor a la deseada → se utiliza un multiplicador  $\times N$  de frecuencia a la salida:

$$N = \frac{\Delta f_{max}^{FM}}{\Delta f_{max}^{mod}}$$

- El multiplicador está formado por un elemento no lineal (un transistor) y un amplificador para señales de banda estrecha.
- En general,  $N < 10$  → para valores mayores se colocan varios multiplicadores en cascada
- Se generan muchos armónicos, así que se requiere un filtrado a la salida para seleccionar el deseado.

# MODULACIÓN FM CON VCO

- Es un método directo basado en aplicar la señal moduladora a un elemento que controla el valor de un VCO → se utiliza un varactor



- Aplican las ecuaciones del varactor vistas anteriormente:

$$v_d(t) = V_{pol} + v_m(t), \quad C_{dv} = \frac{K_{dv}}{v_d^2(t)}$$

- La frecuencia puede expresarse como:

$$f(t) = \frac{v_d(t)}{2\pi\sqrt{LK_{dv}}}$$

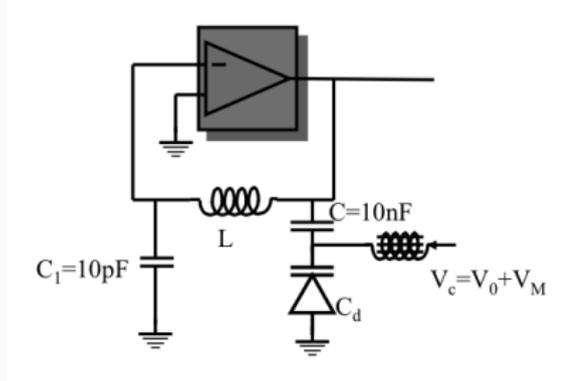
- y diferenciando obtenemos:

$$df = \frac{1}{2\pi\sqrt{K_{dv}L}} dv = K_m dv$$

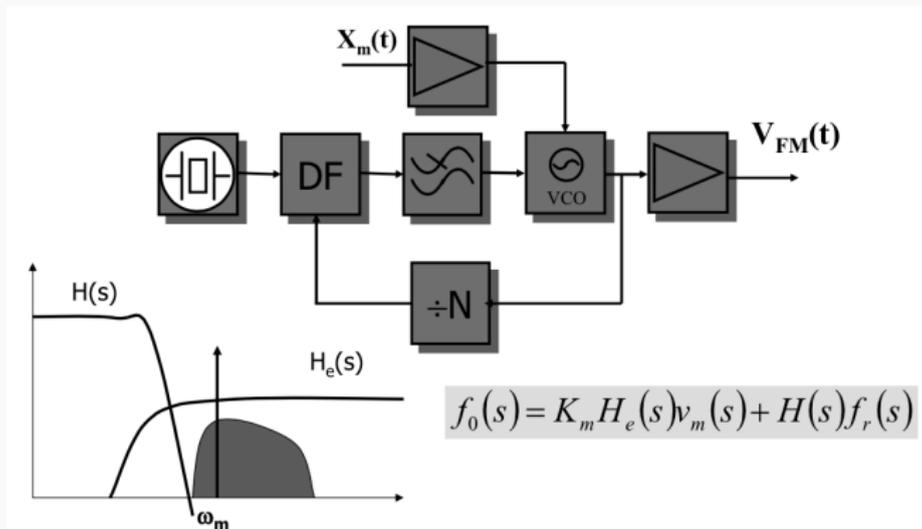
## EJEMPLO: OSCILADOR CONTROLADO POR VARACTOR

Considérese el oscilador de la figura, donde  $K_d = 500\text{pFV}^2$ . La tensión de polarización es  $V_0 = 4\text{V}$  y la capacidad  $C_1 = 10\text{pF}$ . Se supone que el amplificador, la capacidad de bloqueo de  $10\text{nF}$  y la bobina de choque no afectan al circuito resonante.

Determine los valores de la inductancia  $L$  y la constante de modulación  $K_m$  para que la frecuencia de resonancia sea de  $10.7\text{MHz}$ . Cuál será la tensión de pico para una modulación con  $75\text{kHz}$  de desviación máxima de frecuencia?



- El PLL puede utilizarse para producir FM, manteniéndose la estabilidad de la portadora por medio de una frecuencia de referencia fija.



- Suponemos el bucle enganchado a la frecuencia de referencia  $f_r$ , y tenemos presente que:

$$\phi(s) = \frac{2\pi f(s)}{s}$$

- Recordemos que la función de transferencia del error ( $H_e(s)$ ) es paso alto, mientras que la función de transferencia del lazo  $H(s)$  es paso bajo.
- Como norma general la frecuencia mínima de la moduladora es 2 veces la frecuencia propia del bucle. En caso contrario, el bucle la contrarrestaría.
- Problema: gran desviación de fase en el detector, supera el margen lineal del DF  $\rightarrow$  utilizamos divisores de frecuencia.
- Si  $\Delta\phi_e$  es el máximo margen lineal del detector:

$$N \geq \frac{\Delta f_{max}}{\Delta\phi_{efm}(min)}$$

# MODULACIÓN PSK Y FSK

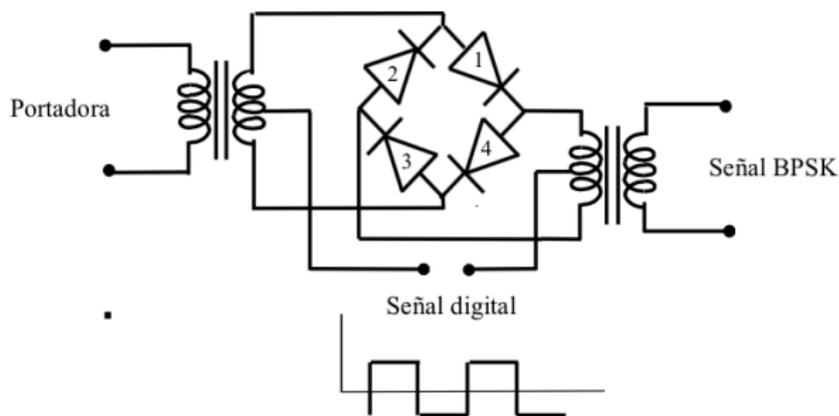
---

- Modulación BPSK
- Codificación BPSK diferencial
- Modulación QPSK

- El modulador BPSK es un esquema de modulación para señales digitales donde un símbolo equivale a un único dígito binario.
- La señal moduladora  $p(t) = \pm 1$  modula la fase de la portadora haciéndola variar entre dos valores posibles separados  $180^\circ$ .
- La expresión de la señal modulada BPSK es:
$$v(t) = Ap(t)\cos(\omega_p t) = A\sin(\omega_p t + p(t)\frac{\pi}{2})$$
- El ancho de banda de la señal BPSK es:  $B_{BPSK} = \frac{1}{T_b}$ , donde  $T_b$  es el tiempo de bit.
- El mayor problema que presenta es la sincronización de la fase de la portadora.

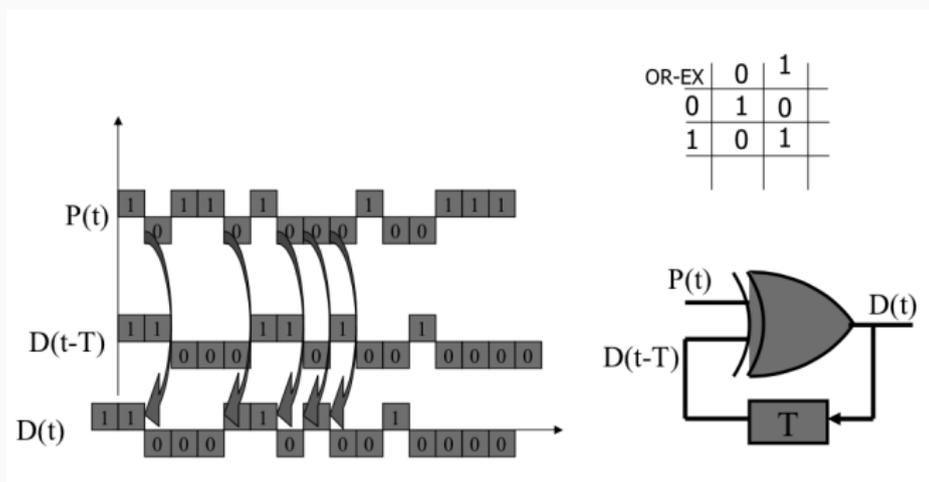
Esquema de un modulador BPSK en anillo:

- El modulador en anillo es el más usado: se comporta como un multiplicador de tres puertas, de forma que en cada una de ellas aparece el producto de las otras dos.

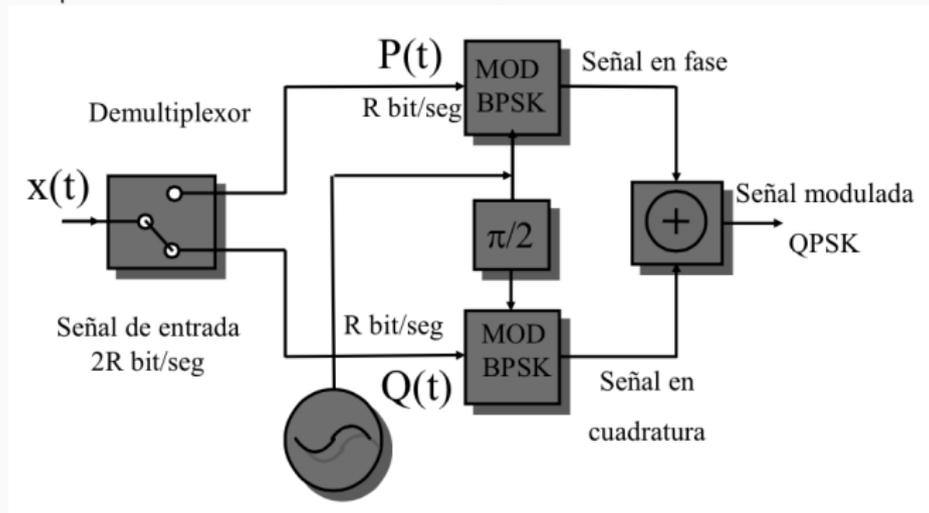


# CODIFICACIÓN BPSK DIFERENCIAL

- Se emplea para evitar la ambigüedad en la detección de señales BPSK codificadas con fases opuestas y estados equiprobables.
  - El receptor no puede distinguir de forma absoluta las fases de 0 y 180° después de perder la referencia de portadora.
- Cada vez que aparece un cero hay un cambio de signo.



Esquema de un modulador QPSK:

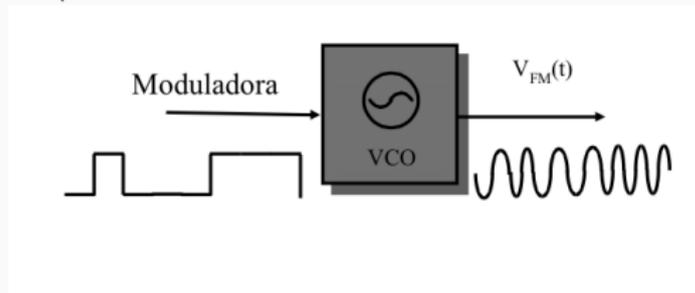


- La modulación QPSK consiste en dos modulaciones BPSK en cuadratura. La portadora da saltos de 0, 90, 180 y 270 grados.
- Ventajas idénticas a las modulaciones ASK multinivel.
- Muy utilizada en radioenlaces digitales.
- La banda utilizada por las señales BPSK y QPSK es prácticamente la misma.

- Tipos de modulación FSK:
    - Moduladores FSK lineales
    - Moduladores FSK no lineales
  - La frecuencia cambia al ritmo de la información de la señal moduladora:
- 1  $\rightarrow f_p + \Delta f$   
0  $\rightarrow f_p - \Delta f$
- En ausencia de modulación, se transmite la portadora  $f_p$
  - El ancho de banda de la señal FSK, si  $T_b$  es el tiempo de bit, es:

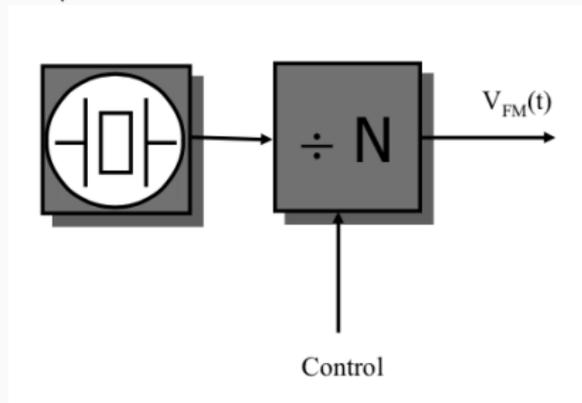
$$B_{FSK} = \frac{1}{T_b} + 2\Delta f$$

Esquema de un modulador FSK lineal:



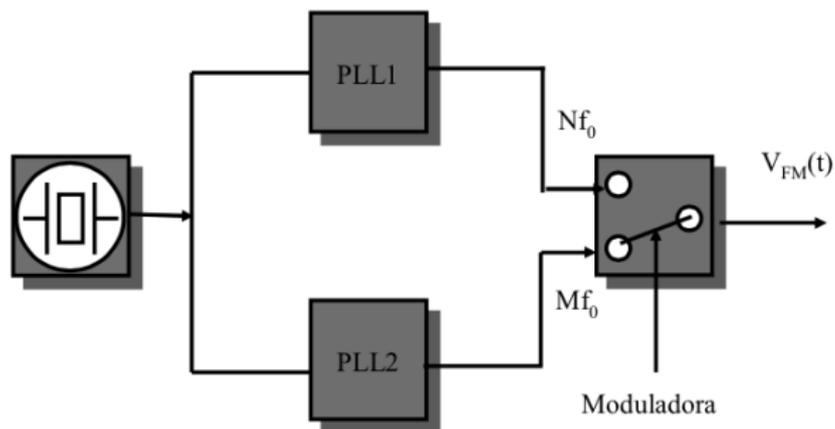
- Se emplea como modulador un VCO, controlándose la frecuencia de transmisión con la moduladora.
- Requiere gran estabilidad de la frecuencia del VCO para no tener desviaciones importantes en el tiempo

Esquema de un modulador FSK con divisores de frecuencia:



- El factor de división  $N$  varía en función de la información de modulación entre dos posibles valores.
- El principal inconveniente es que la frecuencia máxima está limitada por los circuitos lógicos.

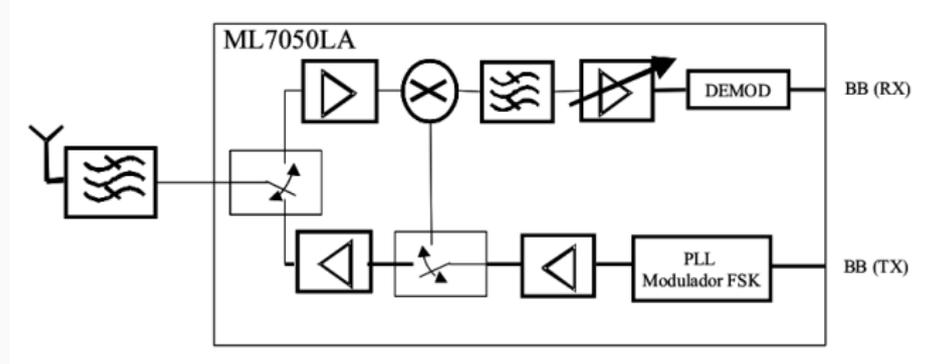
Esquema de un modulador FSK con conmutadores:



- Se usan 2 PLL para generar las dos frecuencias diferentes, y un selector para seleccionar la frecuencia en función de los bits de la señal moduladora.

## EJEMPLO: EJERCICIO MODULACIÓN

Se quiere analizar un sistema transceptor (transmisor y receptor) de Bluetooth para comunicaciones inalámbricas entre ordenadores portátiles.



Datos generales:

- Banda de paso del filtro de entrada 2.4 a 2.5GHz
- Frecuencias portadoras: 2402 a 2480MHz con saltos de 1MHz
- Frecuencia intermedia: 2MHz
- El sistema de espectro ensanchado funciona en modo salto de frecuencia con una velocidad de salto de 1600 saltos/seg

## EJEMPLO: EJERCICIO MODULACIÓN

1. Si se dispone de un oscilador a cristal de 16 MHz, dibuje un esquema del PLL sintetizador, basado en un divisor de doble módulo con  $P=32$ , un filtro activo y un detector de fase frecuencia, y diga qué frecuencias debe sintetizar tanto para transmisión como para recepción.
2. Modifique el esquema del sintetizador de frecuencia para que funcione como modulador FSK. ¿Qué señal moduladora hay que introducir, y en qué punto se introduce? Cuando trabaja en recepción, ¿qué señal hay que introducir en la puerta anterior?
3. Si  $\omega_n = 30 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$  y la señal moduladora ocupa una banda de 50kHz a 720kHz, evalúe si este circuito funciona de manera correcta como modulador FM. Si la desviación de frecuencia en el modulador es de  $\pm 75\text{kHz}$ , calcule el error de fase máximo que se produce cuando el modulador pasa de transmitir un 0 a transmitir un 1 y valore si el modulador funciona correctamente.

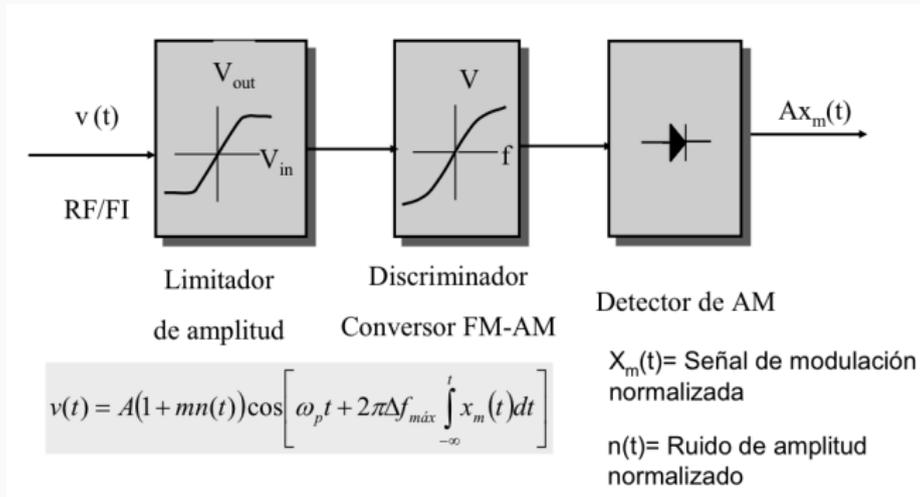
# DEMODULACIÓN FM Y PM

---

- Demodulador FM por discriminador
- Demodulador FM de cuadratura
- Demodulador FM con PLL

# DEMODULADOR FM POR DICRIMINADOR

- Detector clásico de FM, consiste en derivar la señal con respecto al tiempo y obtener la señal original más una señal modulada en AM.



## ■ Limitador:

- Evita la aparición de señales interferentes y ruido.
- Suprime cualquier modulación de amplitud sobre la señal
- Definimos el índice de supresión de AM como:

$$S_{AM} = \frac{m_e}{m_s}, \quad \text{suele estar sobre los 10 ó 20dB}$$

## ■ Discriminador:

- Diferenciamos la señal FM con respecto del tiempo, obteniendo una señal modulada en AM
- La función de transferencia del bloque es:  $H(j\omega) = kj(\omega - \omega_p)$
- Recordemos que derivar en el tiempo es multiplicar por  $j\omega$  en frecuencia.

## ■ Discriminador:

- Discriminación por **filtrado**: en un cierto margen de frecuencias, la función de un circuito sintonizado atacado por un generador de corriente es aproximadamente una recta.
- Discriminación por **retardo**, derivando de la forma:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{x(t) - x(t-t_0)}{t_0}$$

# DETECTOR DE FM EN CUADRATURA

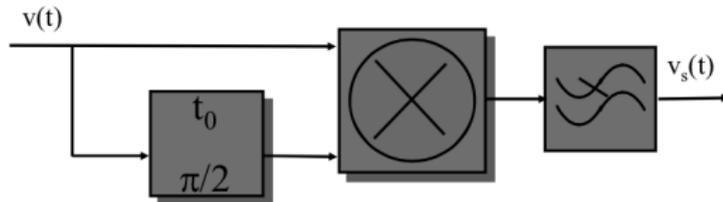
- Uno de los más usados en la actualidad
- El desfaseador introduce un desfase lineal:  $\phi = \pm\pi/2 - (\omega - \omega_p)t_0$

$$K_p v(t) B v(t-t_0) = A^2 K_p B \cos \left[ \omega_p t + 2\pi \Delta f_{\max} \int_{-\infty}^t x_m(t) dt \right] \cos \left[ \omega_p (t-t_0) + 2\pi \Delta f_{\max} \int_{-\infty}^{t-t_0} x_m(t) dt \right]$$

$$v_s(t) = \frac{A^2 K_p B}{2} \cos \left[ \omega_p (t-t_0) + 2\pi \Delta f_{\max} \int_{t-t_0}^t x_m(t) dt \right]$$

Si:  $t_0 \ll 1/f_m$

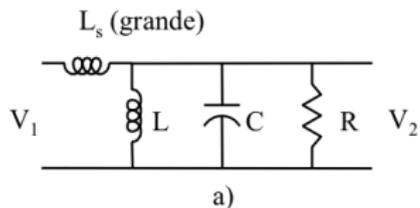
Si:  $\omega_p t_0 = \pi/2$



$$v_s(t) \approx A^2 K_p B \pi \Delta f_{\max} t_0 x(t)$$

- El multiplicador puede llevarse a cabo mediante un amplificador diferencial, o un mezclador doblemente equilibrado.
- El desfasador introduce un desfase de  $\pi/2$  en  $\omega_p$  y un retardo  $t_0$  en torno a esa frecuencia. Puede llevarse a cabo mediante:
  - Una célula RLC
  - Una línea de retardo

Esquemas de circuitos desfasadores basados en una célula RLC:

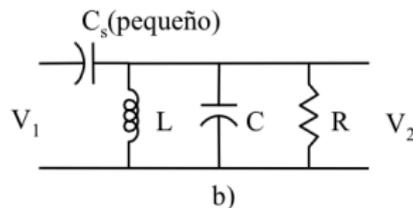


$$\omega_p^2 = \frac{1}{C} \left( \frac{1}{L} + \frac{1}{L_s} \right)$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

$$t_0 = \frac{Q}{\pi f_p}$$

$$D = \frac{1}{3} \left( \frac{QB_{FM}}{f_p} \right)^2$$

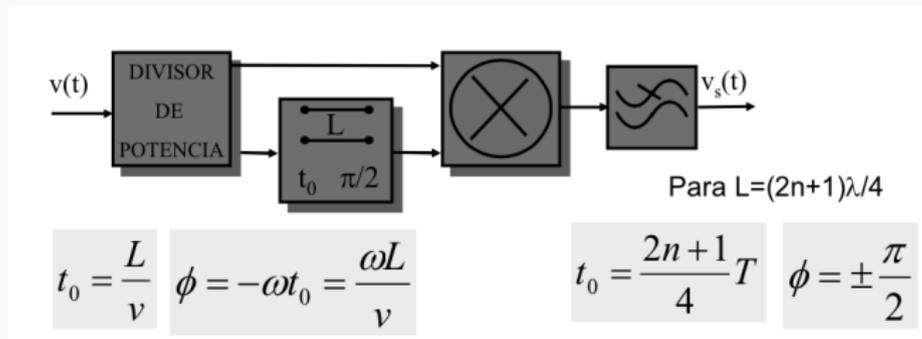


$$\omega_p^2 = \frac{1}{L(C + C_s)} \quad Q = \frac{R}{\omega_p L}$$

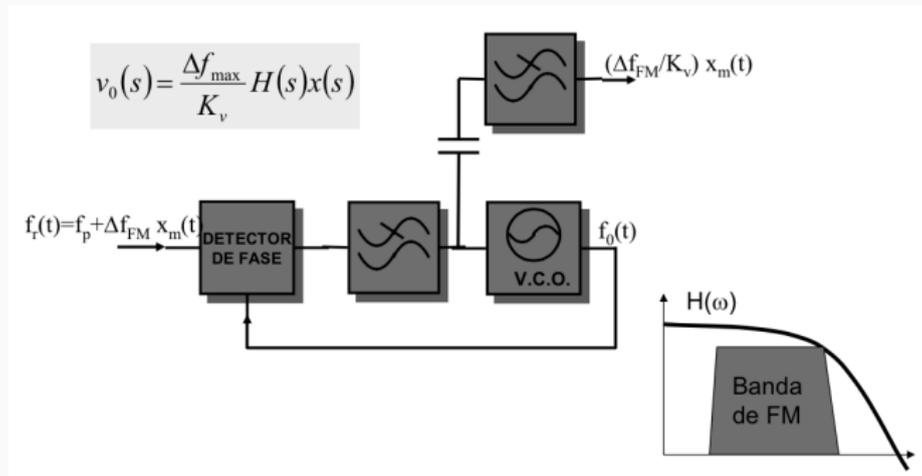
$$\phi = -\frac{\pi}{2}$$

Esquemas de circuitos desfasadores basados en línea de retardo:

- Usado únicamente en circuitos de microondas

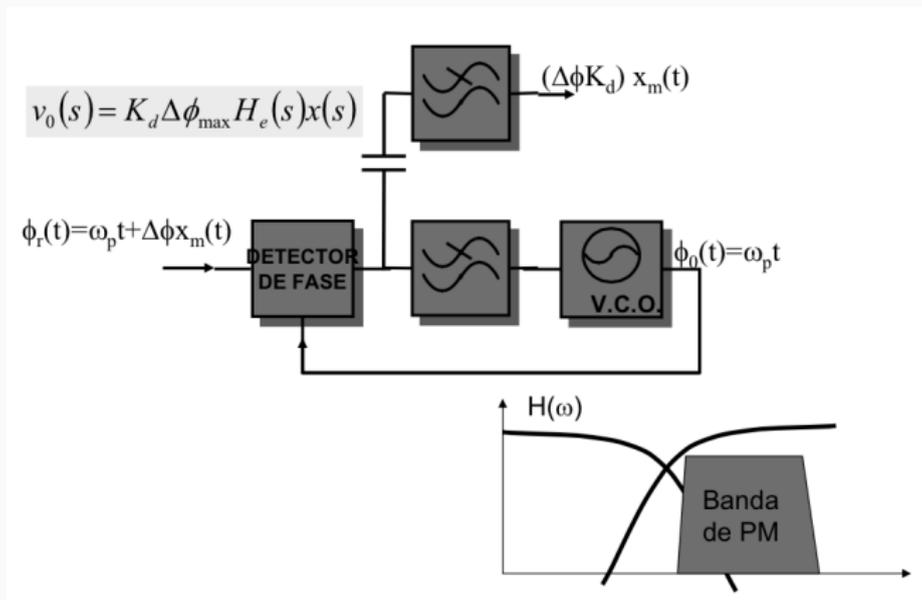


- Usamos un PLL para hacer la demodulación FM
- A la entrada del VCO tiene que existir un término proporcional a la moduladora.



# DEMODULACIÓN PM CON PLL

- Sólo veremos este tipo de demodulación PM
- En este caso usamos un PLL para hacer la demodulación PM

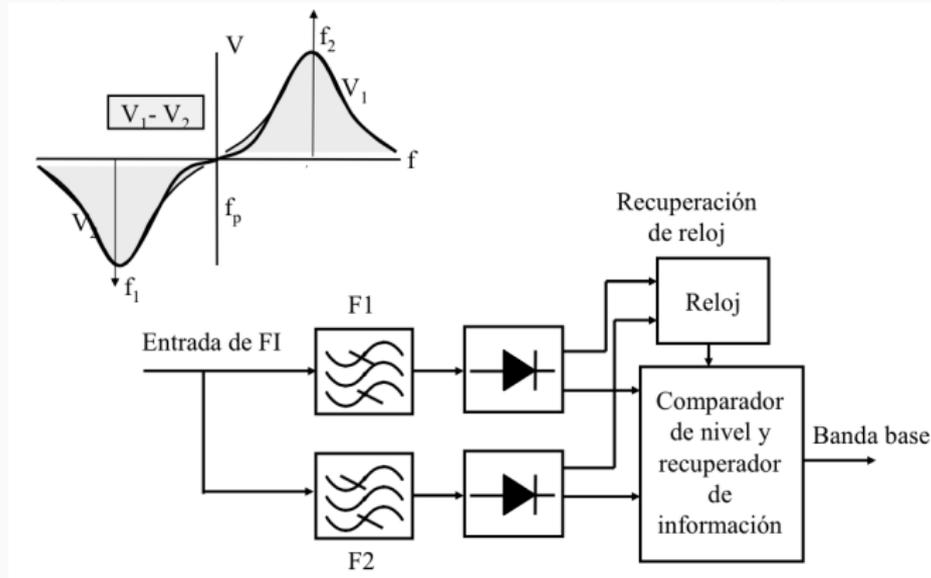


# DEMODULACIÓN FSK Y PSK

---

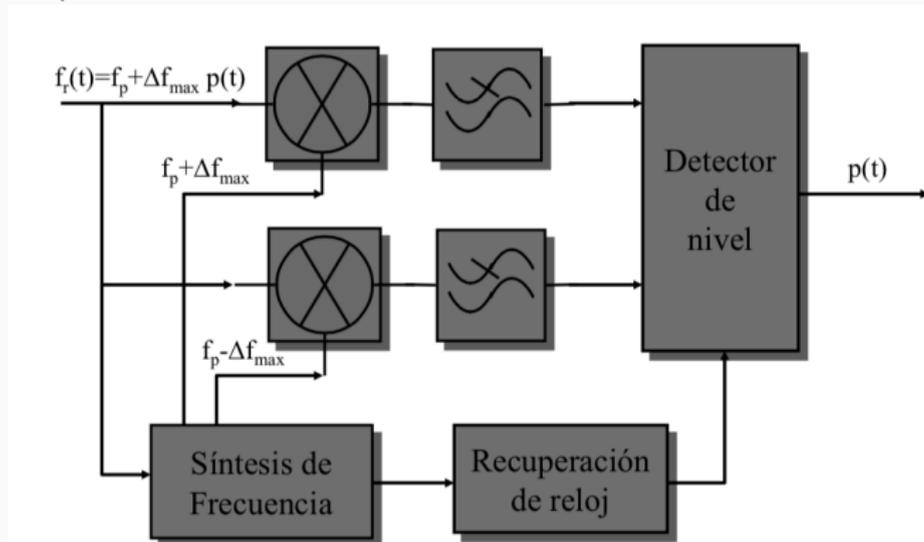
- La demodulación FSK puede llevarse a cabo de dos formas:
  - Coherente
  - No coherente

Esquema del demodulador FSK no coherente por filtrado:



- Utiliza dos filtros, sintonizados cada uno a la frecuencia de los símbolos emitidos.
- Compara el nivel de potencia a la salida de los filtros para decidir si se ha recibido un '1' o un '0'
- Existe un compromiso en el diseño de los filtros:
  - A mayor ancho de banda, mayor ruido
  - A menos ancho de banda, mayor interferencia entre símbolos (ISI).
- Tenemos menor calidad de detección que en detección coherente, pero el demodulador es más sencillo y barato.

Esquema del demodulador FSK coherente:

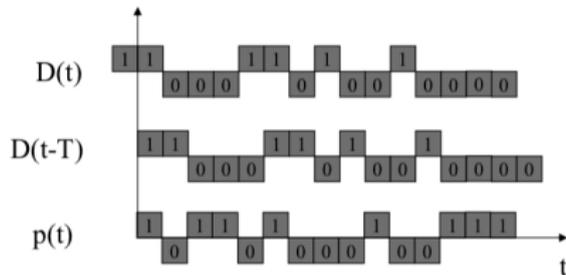
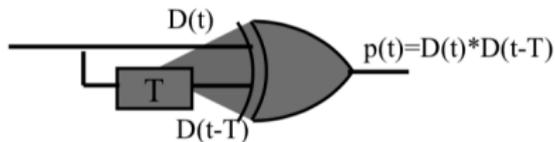


- En este caso se utiliza un PLL para la recuperación de la portadora y la síntesis de las frecuencias necesarias.

Veremos tres formas de detección PSK:

- Demodulador BPSK diferencial, no basado en PLL
- El bucle elevador al cuadrado (basado en PLL)
- El bucle de Costas (Costas Loop, basado en PLL)

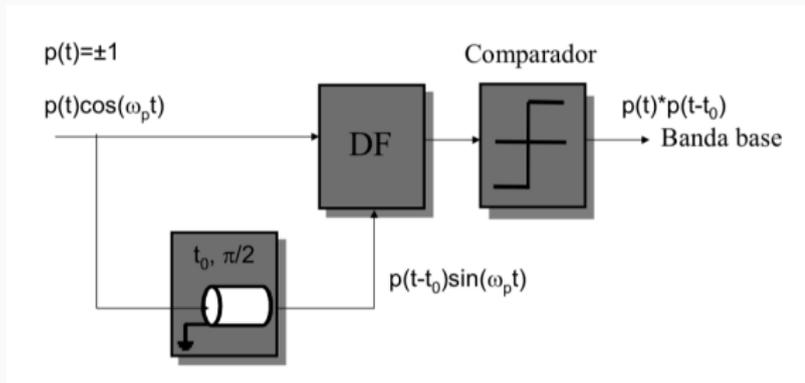
Decodificación BPSK:



**Nota:** Ver codificación diferencial BPSK

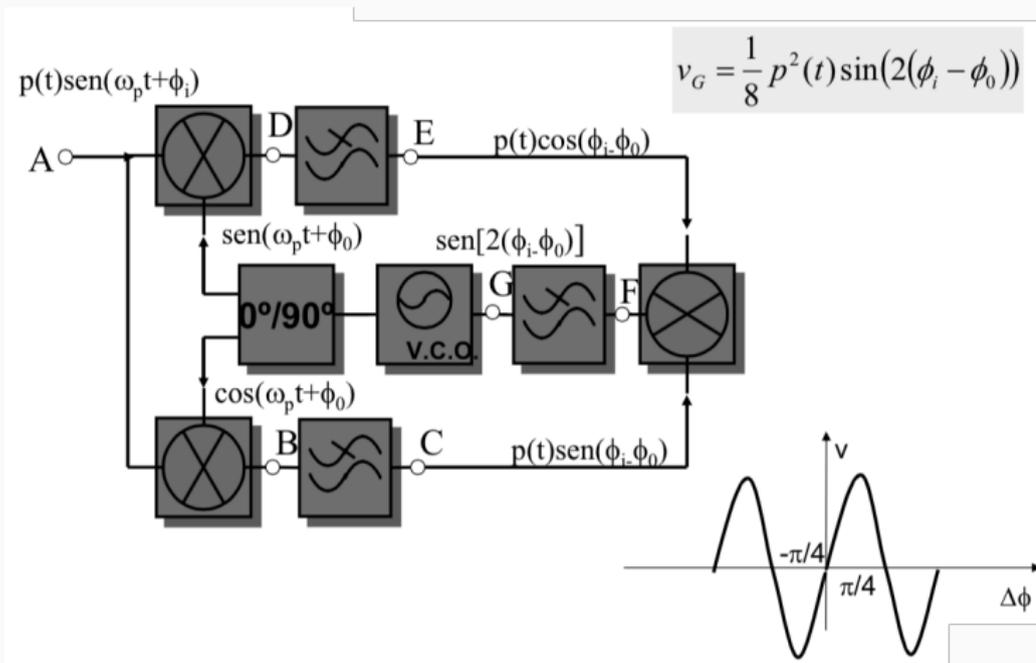
# DEMODULADOR BPSK DIFERENCIAL

- Pese a que no está basado en PLL, se usa por su gran sencillez
- Consiste en un detector de fase al que se introduce la señal BPSK y la misma retardada el tiempo de bit



- Igual que en la demodulación DBL, elevamos al cuadrado la señal para recuperar la portadora.
- Al elevar al cuadrado, se elimina la modulación PSK, dado que:
$$p^2(t) = (-p(t))^2$$
- Las fases de  $0^\circ$  y  $180^\circ$  pasan a ser  $0^\circ$  y  $360^\circ$

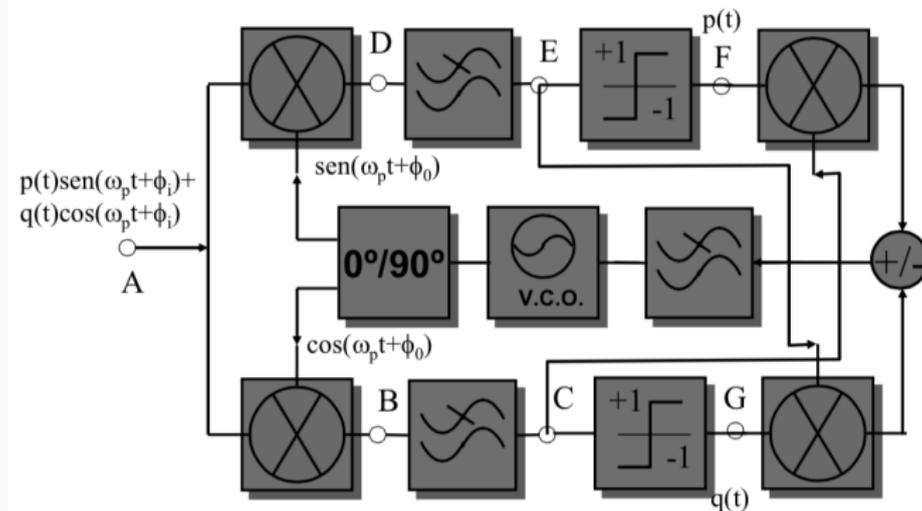
# DEMODULADOR PSK CON BUCLE DE COSTAS



- En esencia, en bucle de Costas es un PLL que nos permite recuperar la portadora y a la vez nos da en una de las ramas la señal demodulada (cuando el PLL está enganchado)
- La idea es la misma que la de un PLL, pero el detector de fase está compuesto por 3 mezcladores y 2 filtros
- Si el bucle está enganchado, entonces  $\phi_i = \phi_0$  y a la salida de la rama superior obtenemos la señal demodulada  $p(t)$

# DEMODULADOR QPSK CON BUCLE DE COSTAS

Esquema de un demodulador QPSK basado en bucle de Costas:

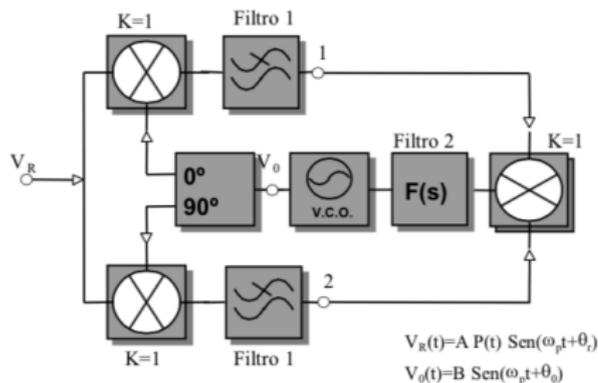


## EJERCICIOS

---

# EJERCICIO 1: BUCLE DE COSTAS

El esquema de la figura representa un demodulador de BPSK mediante un bucle de costas. La señal de entrada corresponde a una portadora de 180 MHz modulada en BPSK con  $p(t) = \pm 1$ , y una velocidad de transmisión de 4.2 Mbps. El VCO es un oscilador LC con varactor que puede oscilar entre 170 y 190 MHz con tensiones de control entre 0 y 5V.



Ecuaciones de interés.

$$\cos(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y))$$

$$\text{sen}(x)\text{sen}(y) = \frac{1}{2}(-\cos(x+y) + \cos(x-y))$$

$$\text{sen}(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\text{sen}(x+y) + \text{sen}(x-y))$$

$$\tau_2 = \frac{2\xi}{\omega_n}$$

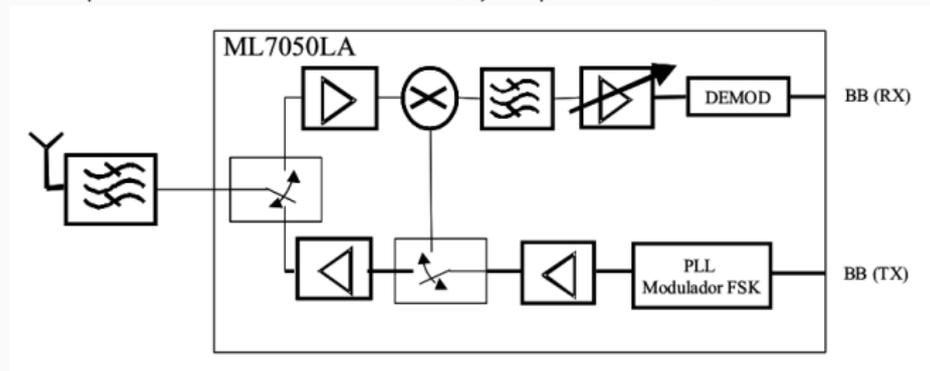
$$\tau_1 = \frac{2\pi K_d K_v}{\omega_n^2}$$

## EJERCICIO 1: BUCLE DE COSTAS

1. Cuál debe ser la frecuencia de corte de los filtros paso bajo que siguen al primer conversor en ambas ramas (Filtro 1)? Describa la forma que toma la tensión de salida en el tiempo para cada una de las ramas (puntos 1 y 2). Suponga multiplicadores ideales (constante de multiplicación igual a la unidad y tensiones de entrada  $A=B=1V$ )
2. El conjunto de los dos mezcladores y el multiplicador forman un detector de fase cuya tensión de salida es proporcional a la diferencia de fase entre la portadora de entrada y la señal del VCO. Determine esa constante del detector. Suponga que el error de fase es pequeño.
3. El filtro que sigue al segundo conversor (Filtro 2) es el filtro de lazo del PLL que permite enganchar en fase el demodulador. Si se utiliza un filtro activo, determine las constantes del filtro para conseguir una pulsación propia de  $6.0 \cdot 10^4$  rad/s y una constante de amortiguamiento de  $\xi = 0.7$ .
4. Indique el punto de salida de la tensión detectada.

## EJERCICIO 2: DEMODULADOR BLUETOOTH

Volvemos a usar el ejemplo de transceptor Bluetooth que usamos al final del apartado de modulación (Ejemplo slide 36)



Datos generales:

- Banda de paso del filtro de entrada 2.4 a 2.5GHz
- Frecuencias portadoras: 2402 a 2480MHz con saltos de 1MHz
- Frecuencia intermedia: 2MHz
- El sistema de espectro ensanchado funciona en modo salto de frecuencia con una velocidad de salto de 1600 saltos/seg

## EJERCICIO 2: DEMODULADOR BLUETOOTH

El demodulador está basado en un demodulador analógico de FM con PLL. Teniendo cuenta que la señal en banda base ocupa desde 50 kHz hasta 720 kHz y que la desviación de frecuencia es de  $\pm 75\text{kHz}$ , se pide que:

1. Dibuje un esquema del PLL correspondiente indicando el punto de salida de la señal demodulada.
2. Razone unos valores para la constante de amortiguamiento y la pulsación propia del bucle para una correcta demodulación.
3. Calcule el error de fase cuando la portadora está modulada con una señal de 720 kHz y una desviación de  $\pm 75\text{kHz}$ . Indique si el resultado es tolerable u obligaría a tomar algún tipo precaución o rediseño del demodulador.

PREGUNTAS?