Métodos sistemáticos de resolución de circuitos

- Permiten resolver los circuitos de forma ordenada escribiendo las ecuaciones del circuito en función del mínimo número de variables

- Métodos sencillos y fáciles de aplicar

- Tienen como base los lemas de Kirchhoff

    - Método de mallas
    - Método de nudos

Método de mallas

- Consiste en aplicar el segundo lema de Kirchhoff a todas las mallas de un circuito

  ❖La suma algebraica de las tensiones a lo largo de cualquier línea cerrada en un circuito es nula en todo instante.

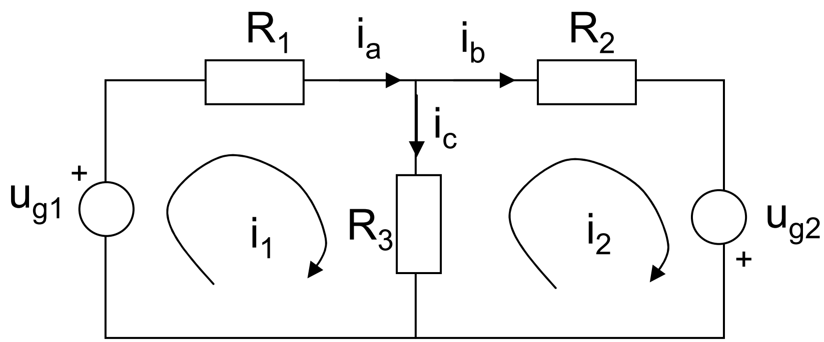
  $$\Sigma\ v(t) = 0$$

  ❖Malla: Conjunto de ramas que forman un camino cerrado y que no contienen ninguna otra línea cerrada en su interior.

- Es conveniente sustituir todos los generadores de corriente reales por generadores de tensión reales

Método de mallas

1. Se asigna a cada malla una corriente desconocida, circulando en el mismo sentido en todas las mallas "corriente de malla"

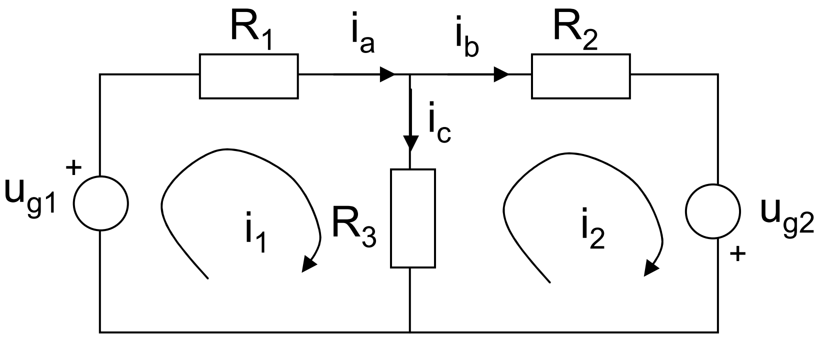


2. Las corrientes que circulan por cada rama se pueden calcular en función de las corrientes de mallas

$i_a=i_1$ $\quad$ $i_b=i_2$ $\quad$ $i_c=i_1-i_2$

3. Se aplica el segundo lema de Kirchhoff a cada malla. (Consideraremos las elevaciones de tensión negativas y las caídas de tensión positivas)

Método de mallas



$$\left.\begin{array}{l} -u_{g1} + i_1 R_1 + (i_1 - i_2) R_3 = 0 \\ -u_{g2} + i_2 R_2 + (i_2 - i_1) R_3 = 0 \end{array}\right\}$$

expresando en forma matricial las ecuaciones anteriores:

$$\begin{pmatrix} u_{g1} \\ u_{g2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

R_{11} = Resistencia total en la malla 1

R_{22} = Resistencia total en la malla 2

R_{12} = R_{21} = - Resistencia compartida por las mallas 1 y 2

Aplicación del método de mallas a circuitos con generadores de corriente ideales

- Los generadores de corriente ideales no se pueden sustituir por fuentes de tensión al no tener una resistencia en paralelo
- Se añade como variable u_x la tensión en bornes de la fuente de corriente ideal
- Se plantean las ecuaciones de mallas como en el caso anterior
- Se plantean ecuaciones adicionales (tantas como fuentes de corriente ideales) que relacionen las corrientes de malla con las corriente de los generadores de corriente ideales

Método de nudos

- Consiste en aplicar el primer lema de Kirchhoff a todos los nudos de un circuito

  - ❖La suma algebraica de las corrientes entrantes a un nudo es nula en todo instante.

$$\Sigma \, i(t) = 0$$

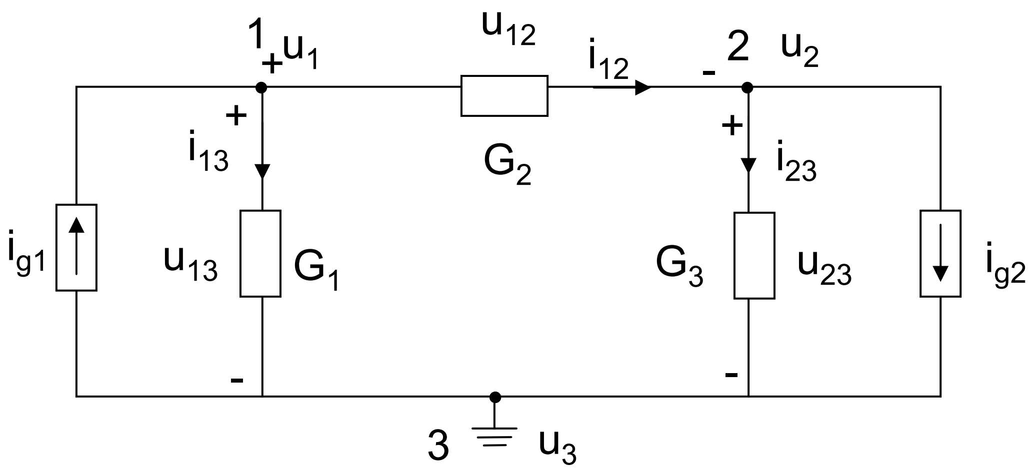
  - ❖Nudo: Punto de confluencia de varias ramas.

- Es conveniente sustituir todos los generadores de tensión reales por generadores de corriente reales

Método de nudos

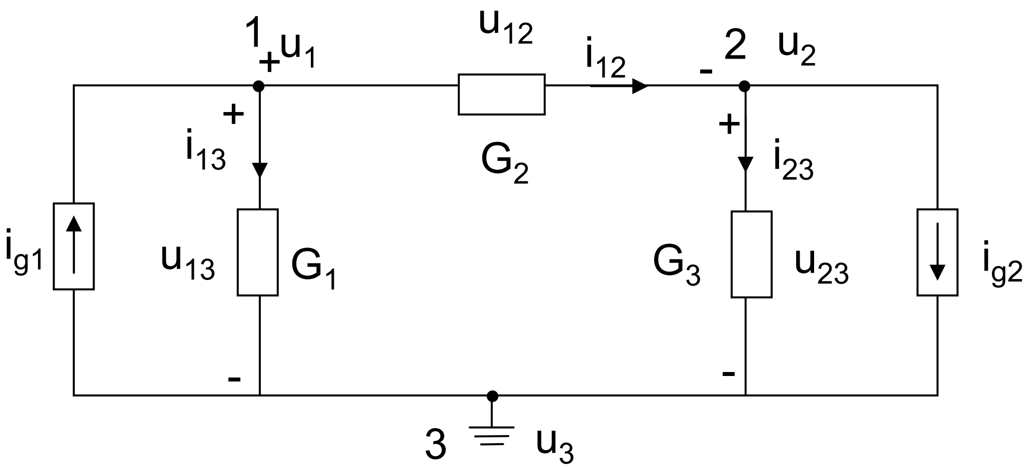
- Se elige un nudo que se tomará como nudo de referencia (es conveniente elegir como referencia el nudo en el que confluyan más ramas)
- Se considerará el nudo de referencia como tierra (u=0)
- Se define la “tensión de nudo” como el potencial de un nudo respecto al nudo de referencia

$u_{13}=u_1 - u_3 = u_1$ $\qquad$ $u_{23}=u_2 - u_3 = u_2$ $\qquad$ $u_{12}=u_1 - u_2$



Método de nudos

- Se aplica el 1er lema de Kirchhoff a todos los nudos independientes del circuito



$$\begin{cases} i_{g1} - i_{12} - i_{13} = 0 \\ i_{12} - i_{23} - i_{g2} = 0 \end{cases}$$

$$i_{12} = u_{12}G_2 = (u_1 - u_2)G_2 \qquad i_{13} = u_1 G_1 \qquad i_{23} = u_2 G_3$$

$$\begin{cases} i_{g1} - (u_1 - u_2)G_2 - u_1 G_1 = 0 \\ (u_1 - u_2)G_2 - u_2 G_3 - i_{g2} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} i_{g1} = (G_1 + G_2)u_1 - G_2 u_2 \\ -i_{g2} = -G_2 u_1 + (G_2 + G_3)u_2 \end{cases}$$

Método de nudos

pasando a forma matricial

$$\begin{pmatrix} i_{g1} \\ -i_{g2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

G_{11} = Conductancia total conectada al nudo 1

G_{22} = Conductancia total conectada al nudo 1

G_{12} = G_{21} = -Conductancia común a los nudos 1 y 2

Circuitos lineales

- Los teoremas que se tratarán a continuación únicamente son aplicables a redes lineales.
- Un circuito es lineal cuando todos sus componentes son lineales, esto es verifican una relación u/i lineal.

Principio de superposición

La respuesta de un circuito lineal a varias fuentes de excitación actuando simultáneamente, es igual a la suma de las respuestas que se obtendrían cuando actuase cada una de ellas por separado.

- Este principio resulta muy útil cuando para analizar circuitos alimentados por fuentes de distinta frecuencia

Principio de superposición

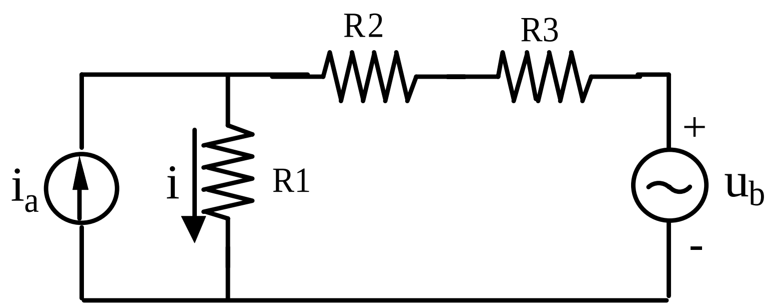
- El teorema de superposición es aplicable para el cálculo de tensión e intensidad, pero no para calcular la potencia.

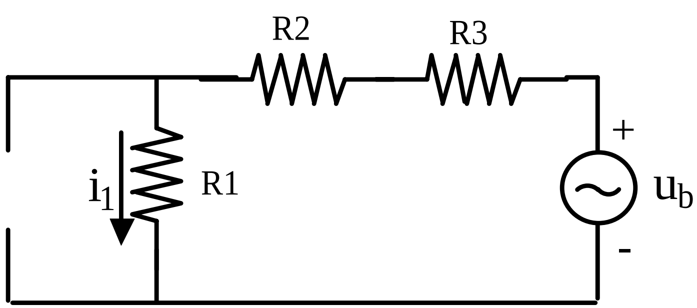
- Se estudia el efecto de cada fuente "*anulando*" las demás fuentes **independientes**

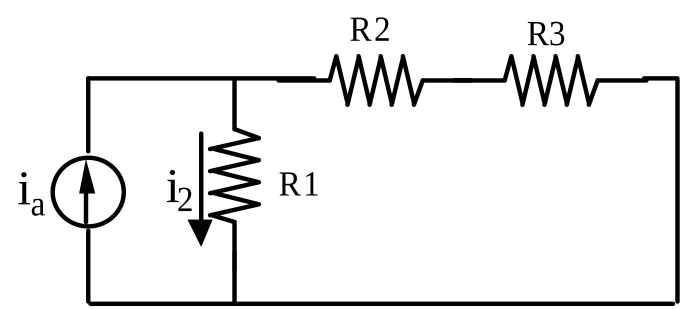
    - Fuentes de tensión $\Rightarrow$ Cortocircuito
    - Fuentes de corriente $\Rightarrow$ Circuito abierto

- Si en el circuito existen fuente dependientes se mantienen en todos los circuitos en los que se desdoble el original.

Ejemplo



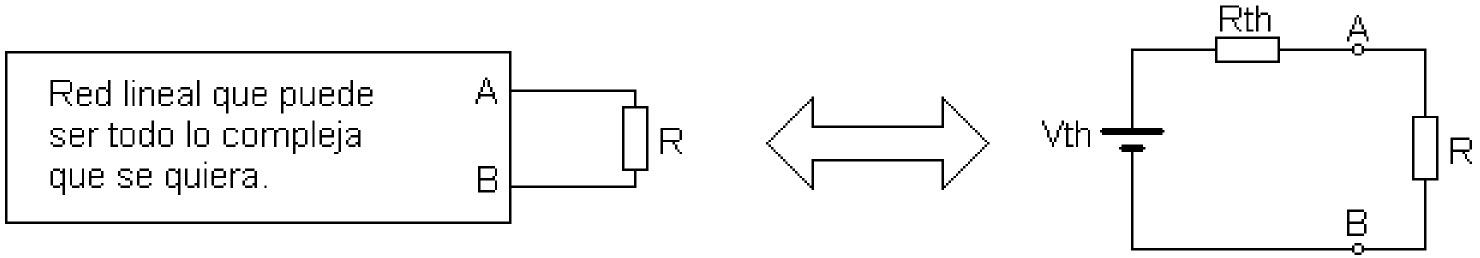




$$i=i_1+i_2$$

Teorema de Thevenin

Cualquier red compuesta por elementos pasivos y activos (independientes o dependientes) se puede sustituir, desde el punto de vista de sus terminales externos, por un generador de tensión u_{th} denominado generador Thevenin, más una resistencia en serie R_{th}



❖Este teorema resulta muy útil cuando se desea estudiar lo que ocurre en una rama de un circuito

Cálculo de u_{th} y R_{th}

- Para calcular uth y Rth hay que dar dos valores a la resistencia conectada entre los terminales A y B, y analizar el circuito para ambos valores:
  - R= $\propto$ circuito abierto

    en estas condiciones se calcula la tensión entre A y B en circuito abierto (“tensión de vacío”)

    $$u_{AB}=u_0=u_{th}$$
  - R=0 cortocircuito

    en estas condiciones se calcula la corriente que circula entre A y B (“corriente de cortocircuito”)

    $$R_{th}=u_{th}/i_{cc}$$

Alternativa para calcular R_{th}

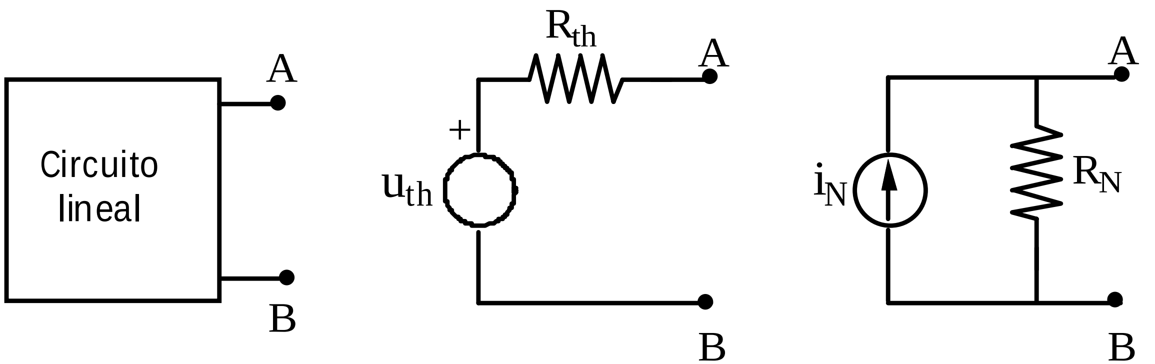
- Si en el circuito no existen fuentes dependientes R_{th} se puede calcular de otro modo:
  - Se suprimen todas las fuentes, sustituyendo las fuentes de corriente por circuitos abiertos (i=0) y las fuentes de tensión por cortocircuitos (u=0).
  - Se calcula la resistencia equivalente que aparece entre A y B

Otra alternativa para calcular R_{th}

- En cualquier caso se puede calcular R_{th} del siguiente modo:
  - Se desactivan las fuentes independientes
  - Se aplica en los terminales A y B una fuente de prueba V_p
  - Se calcula la corriente que suministra la fuente de prueba
  - La resistencia de Thevenin es el cociente tensión/corriente en la fuente de prueba

Teorema de Norton

- Cualquier red lineal se puede sustituir, desde el punto de vista de sus terminales exteriores, por un generador de corriente (i_N) en paralelo con una resistencia R_N.



$$R_N = R_{th} \qquad i_N = \frac{u_{th}}{R_{th}}$$