Apellidos: _____ **Nombre:** _____

IMPORTANTE

- ⏲ Duración del examen: **90 minutos**
- ℹ No olvide anotar el nombre y los apellidos en todas las hojas de examen, incluido el enunciado de examen
- ℹ No se permite ningún tipo de documentación
- ℹ Las respuestas se entregarán en hojas de examen
- ℹ Se entregarán las hojas de examen, incluido el enunciado de examen, dobladas por la mitad

1. (40 puntos) Sea el sistema de control digital mostrado en la figura 1.

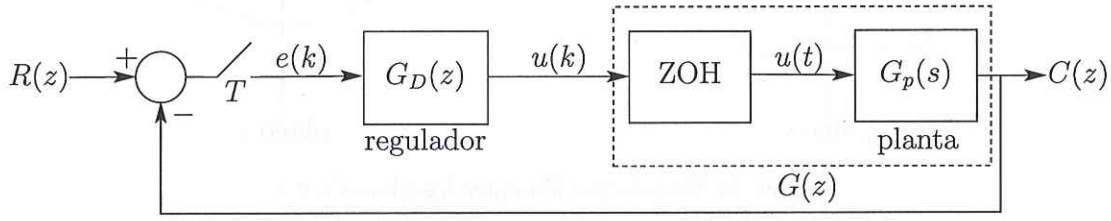

Figura 1: Sistema de control digital considerado.

Determine la secuencia de valores de $u(k)$, de forma que, una vez incorporado el controlador $G_D(z)$, la respuesta en lazo cerrado del sistema presente un tiempo de establecimiento mínimo, con un error en régimen permanente nulo y sin oscilaciones en régimen permanente ante una entrada rampa unidad. Se asume un período de muestreo T de 1 s y la función de transferencia de la planta obedece a

$$G(z) = \frac{z + 1/4}{(z-1)(z-1/2)}.$$

2. (40 puntos) Sea el sistema de control mostrado en la figura 2.

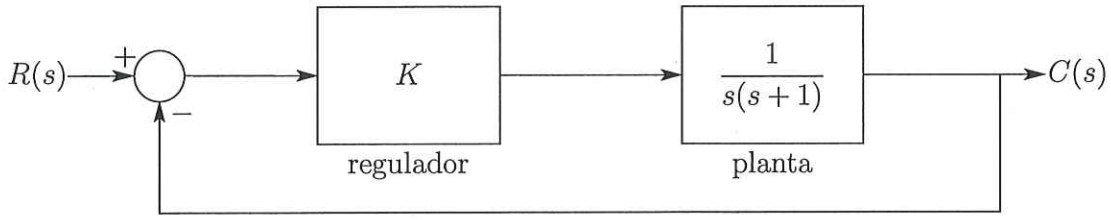

Figura 2: Sistema de control considerado.

Determine el rango de valores que debería adoptar K para que las raíces en lazo cerrado sean reales cuando se procede a «discretizar» el sistema mediante el método de diferencias de adelanto (*forward difference method*).

3. (20 puntos) Sea la transformación entre los planos s y z reflejada en la figura 3.

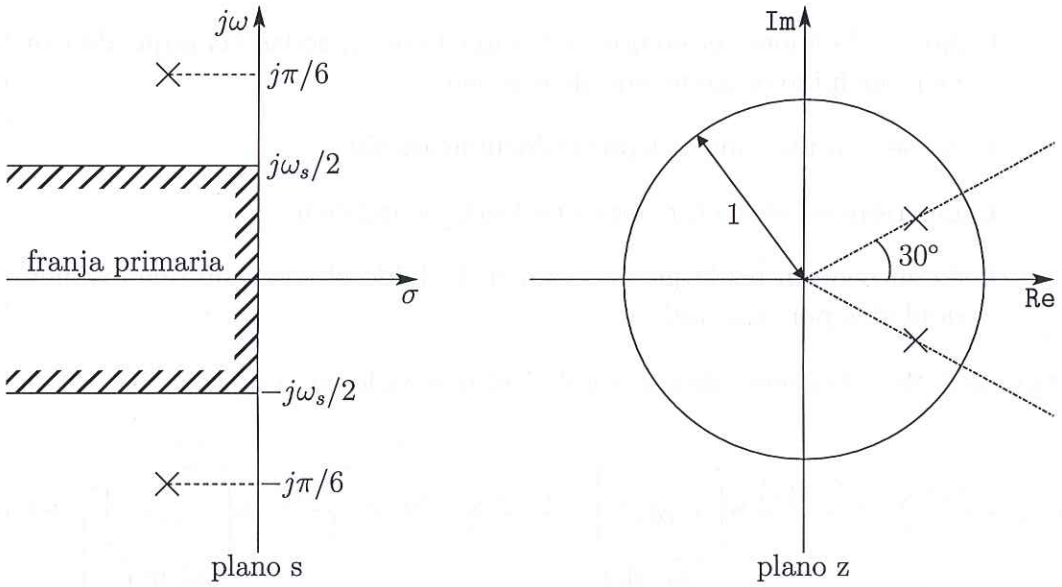

Figura 3: Transformación entre los planos s y z.

Determine el período de muestreo T que se emplea en el esquema de la figura 3, sabiendo que el sistema presenta como raíces dominantes las marcadas con el símbolo $\times$.

Universidad de Alcalá

Apellidos:	Pág.:
Nombre:	Fecha:
Titulación:	
Asignatura:	Curso / grupo:

1

$$G(z) = \frac{z+0{,}25}{z^2-1{,}5z+0{,}5} = \frac{z^{-1}+0{,}25z^{-2}}{1-1{,}5z^{-1}+0{,}5z^{-2}} = z^{-1}+\cdots$$

$$F(z) = \cancel{a_0}^{\,0} + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$$

$$U(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \underset{\substack{\parallel \\ 1}}{b}\left(z^{-2}+z^{-3}+z^{-4}+\cdots\right)$$

$$U(z) = \frac{C(z)}{G(z)} = \frac{C(z)}{R(z)}\cdot\frac{R(z)}{G(z)} = F(z)\cdot\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}\cdot\frac{1-1{,}5z^{-1}+0{,}5z^{-2}}{z^{-1}+0{,}25z^{-2}}$$

$$= F(z)\cdot\frac{\cancel{z^{-1}}}{(1-z^{-1})^{\cancel{2}}}\cdot\frac{\cancel{(1-z^{-1})}(1-0{,}5z^{-1})}{\cancel{z^{-1}}(1+0{,}25z^{-1})}$$

$$= F(z)\cdot\frac{1-0{,}5z^{-1}}{(1-z^{-1})(1+0{,}25z^{-1})}$$

$$U(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + z^{-2}\left(1+z^{-1}+z^{-2}+\cdots\right)$$

$$= b_0 + b_1 z^{-1} + z^{-2}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}$$

$$= \frac{b_0+(b_1-b_0)z^{-1}+(1-b_1)z^{-2}}{(1-z^{-1})}$$

$$b_0+(b_1-b_0)z^{-1}+(1-b_1)z^{-2} = F(z)\cdot\frac{1-0{,}5z^{-1}}{1+0{,}25z^{-1}}$$

Universidad de Alcalá

Apellidos:	Pág.:
Nombre:	Fecha:
Titulación:	
Asignatura:	Curso / grupo:

2

ECUACIÓN CARACTERÍSTICA: $S^2+S+K=0$

DIFERENCIAS DE ADELANTO: $S=\dfrac{Z-1}{T}$

$$\frac{(Z-1)^2}{T^2}+\frac{Z-1}{T}+K=0$$

$$Z^2+\underbrace{(T-2)}_{b}Z+\underbrace{(1+KT^2-T)}_{c}=0$$

$$Z=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2\cdot 1}$$

PARA QUE LAS RAÍCES SEAN REALES $b^2-4ac\geq 0$

$$(1-4K)T^2-4\geq 0$$

$$T^2\geq\frac{4}{1-4K}\ ;\ T\geq+\sqrt{\frac{4}{1-4K}}$$

$$1-4K>0$$

$$K<\frac{1}{4}$$

Universidad de Alcalá

Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

3

$$(w_S - w_1)\cdot T = \frac{\pi}{6}(30°)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T} - w_1\right)\cdot T = \frac{\pi}{6} \; ; \; w_1 = \pi/6$$

$$2\pi - \pi/6 = w_1 \cdot T$$

$$\frac{11\pi}{6} = \frac{\pi}{6}\cdot T \rightarrow T = 11 \; s$$