Cuestiones

Q1. (1 punto) Describa qué son los materiales ferromagnéticos duros y blandos, qué los define y los diferencia.

Solución:

Los materiales blandos son aquellos cuya imanación remanente resulta más fácil de revertir (ver pág. 74). Esto es, tienen un campo coercitivo pequeño o bien una curva de histéresis "estrecha".

Los materiales duros, por el contrario, tienen campos coercitivos altos, curvas de histéresis amplias y por tanto su imanación es difícil de revertir.

Q2. (1 punto) ¿Por qué se introduce la corriente de desplazamiento? ¿Cuál es su expresión? ¿Qué principio físico pretende salvar? Razone la respuesta.

Q3. (1 punto) La siguiente tabla suministra la conductividad y permitividad media de tres materiales medida a 300ºK. Determine los rangos de frecuencias para los cuales cada uno de estos materiales se comporta como: conductor; dieléctrico con pequeñas pérdidas, dieléctrico.

Material	ε_r	γ (S/m)
Alumnio	1	$37{,}7 \cdot 10^6$
Agua de mar	81	4
Silicio	12	$4{,}45 \cdot 10^{-4}$

Solución:

Calculamos la frecuencia para la cual el cociente

$$\frac{\gamma}{\varepsilon\omega}$$

es la unidad, y a partir de este valor podemos determinar los rangos pedidos

a) Aluminio

$$f = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon} = \frac{37{,}7 \cdot 10^7}{2\pi\, 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 6{,}78 \cdot 10^{17} \simeq 10^{18} \text{ Hz}$$

Por tanto

$$\begin{array}{rl} f \leq 10^{17} & \gamma/\varepsilon\omega \gg 1 \Rightarrow \text{ Conductor} \\ f \geq 10^{19} & \gamma/\varepsilon\omega \ll 1 \Rightarrow \text{ Dieléctrico} \\ 10^{17} \leq f \leq 10^{19} & 0{,}1 \leq \gamma/\varepsilon\omega \leq 10 \Rightarrow \text{ Dieléctrico con pequeñas pérdidas} \end{array}$$

b) Agua de mar

$$f = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon} = \frac{4}{2\pi\, 81 \times 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 8{,}88 \cdot 10^{8} \simeq 10^{9} \text{ Hz}$$

Por tanto

$$\begin{array}{rl} f \leq 10^{8} & \gamma/\varepsilon\omega \gg 1 \Rightarrow \text{ Conductor} \\ f \geq 10^{10} & \gamma/\varepsilon\omega \ll 1 \Rightarrow \text{ Dieléctrico} \\ 10^{8} \leq f \leq 10^{10} & 0{,}1 \leq \gamma/\varepsilon\omega \leq 10 \Rightarrow \text{ Dieléctrico con pequeñas pérdidas} \end{array}$$

c) Silicio

$$f = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon} = \frac{4{,}35 \cdot 10^{-4}}{2\pi\, 12 \times 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 6{,}5 \cdot 10^{5} \simeq 10^{6} \text{ Hz}$$

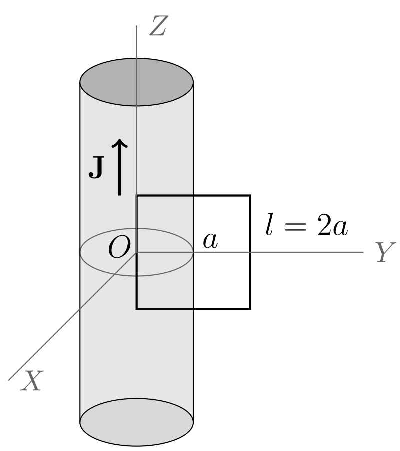
Por tanto

$$\begin{array}{rl} f \leq 10^{5} & \gamma/\varepsilon\omega \gg 1 \Rightarrow \text{ Conductor} \\ f \geq 10^{7} & \gamma/\varepsilon\omega \ll 1 \Rightarrow \text{ Dieléctrico} \\ 10^{5} \leq f \leq 10^{7} & 0{,}1 \leq \gamma/\varepsilon\omega \leq 10 \Rightarrow \text{ Dieléctrico con pequeñas pérdidas} \end{array}$$

Q4. (1 punto) ¿Cuál es la razón que justifica que no se diseñen guías de onda cuadradas? ¿Por qué se suele diseñar la guía rectangular de forma que $a = 2b$ siendo a y b las dimensiones de la guía?

Ejercicios

E1. (3 puntos)



Por un tubo de plástico recto e indefinido circula un líquido con una permeabilidad magnética μ de forma que produce una densidad de corriente inhomogénea que cambia radialmente como $\mathbf{J} = J_o(\rho/a)\,\mathbf{u}_z$. El radio del tubo es a. Una espira conductora cuadrada de lado $l = 2a$ se dispone como indica la figura adjunta.
Calcule el coeficiente de inducción mutua entre el tubo de corriente y la espira.

Solución:

Calculamos el flujo por la espira en función de la corriente total que circula por el tubo. Para ello tenemos que calcular previamente el campo magnético, $\mathbf{B}$, tanto en el interior del tubo como en el exterior.

- Interior del tubo

  Aplicamos el teorema de Ampère a un camino circular, incluido dentro del tubo,

$$\int \mathbf{H}_1 \cdot d\mathbf{l} = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s}$$

  Dada la simetría del problema, tomamos como es habitual $\mathbf{H}_1 \parallel d\mathbf{l}$ y $d\mathbf{l} = \rho d\varphi\, \mathbf{u}_\varphi$, $d\mathbf{s} = \rho\, d\rho\, d\varphi\, \mathbf{u}_z$. Sustituyendo,

$$H_1 2\pi\rho = \int_o^{2\pi} d\varphi \int_o^{\rho} J_o \frac{\rho}{a} (\rho\, d\rho) = J_o \frac{2\pi}{3a} \rho^3$$

  Despejando H_1,

$$H_1 = J_o \frac{\rho^2}{3a} \;\rightarrow\; \mathbf{H}_1 = J_o \frac{\rho^2}{3a} \mathbf{u}_\varphi$$

  tomamos $\mathbf{B}_1 = \mu \mathbf{H}_1$:

$$\mathbf{B}_1 = \mu J_o \frac{\rho^2}{3a} \mathbf{u}_\varphi$$

- Exterior del tubo

  Ahora el circuito es exterior al tubo, $\rho > a$

$$H_2\, 2\pi\rho = \int_o^{2\pi} d\varphi \int_o^{a} \frac{J_o}{a} \rho\, (\rho d\rho) = 2\pi J_o \frac{a^2}{3}$$

  La expresión de la derecha es justamente I por la ley de Ampère:

$$I = 2\pi J_o \frac{a^2}{3}$$

  Y ahora, despejando H_2,

$$\begin{aligned} H_2 &= \frac{J_o}{3} \frac{a^2}{\rho} \\ \mathbf{H}_2 &= \frac{J_o}{3} \frac{a^2}{\rho} \mathbf{u}_\varphi = \frac{I}{2\pi\, \rho} \mathbf{u}_\varphi \end{aligned}$$

  De donde tenemos $\mathbf{B}_2 = \mu_o \mathbf{H}_2$

$$\mathbf{B}_2 = \mu_o \frac{J_o}{3} \frac{a^2}{\rho} \mathbf{u}_\varphi$$

Ahora que ya tenemos la expresión completa del campo, vamos a calcular el flujo total que atraviesa la espira.

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$$

Puesto que la espira está situada a lo largo del eje Y, podemos tomar $\rho = y$, $\mathbf{u}_\varphi = \mathbf{u}_x$, $d\mathbf{s} = l dy\, \mathbf{u}_x$.

$$\Phi = l \left(\int_o^a B_1 dy + \int_a^{2a} B_2 dy \right)$$

$$\Phi = \frac{J_o\, l}{3a} \left(\mu \int_o^a y^2 dy + \mu_o \int_a^{2a} \frac{a^3}{y} dy \right) = \frac{J_o\, l}{3} a^2 \left(\frac{\mu}{3} + \mu_o \ln 2 \right)$$

Para hallar el coeficiente de inducción mutua dividimos el flujo que hemos calculado entre la corriente total que circula por el tubo:

$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\Phi}{(2\pi/3) J_o a^2} = \frac{J_o l}{3} a^2 \left(\frac{\mu}{3} + \mu_o \ln 2 \right) \frac{3}{2\pi J_o a^2} = \frac{l}{6\pi} \left(\mu + 3\mu_o \ln 2 \right)$$

Sustituyendo $l = 2a$,

$$M = \frac{a}{3\pi} \left(\mu + 3\mu_o \ln 2 \right)$$

E2. (3 puntos) Se desea adaptar una carga $Z_L = (800 + j400)\Omega$ en una línea de transmisión de impedancia característica $Z_o = 400\Omega$ que transmite una señal de longitud de onda $\lambda = 1{,}5$ m, con un sintonizador conectado en paralelo a la línea, constituido por una sección de línea con la misma impedancia característica y terminada en circuito abierto.

(a) Determinar las posibles longitudes l del sintonizador y las correspondientes distancias d a la carga a las que hay que colocarlo.

(b) Determinar el coeficiente de reflexión y la razón de onda estacionaria en los siguientes puntos:

- En la carga.
- En el punto donde se conecta el sintonizador.

Solución:

La impedancia de carga normalizada es

$$Z_{LN} = \frac{Z_L}{Z_o} = 2 + j$$

Llevamos este valor a la carta de Smith y obtenemos el punto simétrico respecto al centro que nos proporciona la admitancia de carga normalizada y su acimut (ver figura adjunta):

$$Y_{LN} = 0{,}4 - j0{,}2 \quad ; \quad \theta_{LN} = 0{,}464$$

A continuación, nos desplazamos hacia el generador hasta interceptar los puntos de admitancia unidad

$$Y_1 = 1 + j \quad ; \quad \theta_1 = 0{,}161$$

y

$$Y_1' = 1 - j \quad ; \quad \theta_2 = 0{,}337$$

Estos acimut determinarán la distancia a la que hay que colocar el sintonizador. En el primer caso

$$d_1 = 0{,}161\lambda + (0{,}5 - 0{,}464)\lambda = 0{,}197\lambda$$

y en el segundo caso

$$d_2 = 0{,}337\lambda + (0{,}5 - 0{,}464)\lambda = 0{,}373\lambda$$

Puesto que conocemos el valor de la longitud de onda de la señal, las distancias a las que podemos situar un sintonizador son

$$d_1 = 29{,}55 \text{ cm} \quad ; \quad d_2 = 55{,}95 \text{ cm}$$

A continuación debemos determinar la longitud de los sintonizadores. Puesto que nos dicen que se trata de un trozo de línea terminado en circuito abierto, esto significa que en el extremo del sintonizador la impedancia es infinita y la admitancia es nula. Por tanto, partimos del punto de admitancia nula situado en el extremo izquierdo del eje real (punto A de la carta de Smith de la figura 2), y nos desplazamos hacia el generador hasta intersectar las curvas de admitancia $-j$ y $+j$ para el primer y segundo caso respectivamente.

Para el primer sintonizador, tendremos $\theta_1' = 0{,}375\lambda$ y por tanto, su longitud es

$$l_1 = 0{,}375\lambda = 56{,}25 \text{ cm}$$

mientras que para el segundo sintonizador $\theta_2' = 0{,}125\lambda$ y su longitud es

$$l_2 = 0{,}125\lambda = 18{,}75 \text{ cm}$$

Por tanto, la carga puede ser adaptada mediante dos sintonizadores. Las longitudes de los mismos y las distancias a los que hay que colocarlos son:

$$\text{Sintonizador 1}\left\{\begin{array}{l} l_1 = 56{,}25 \text{ cm} \\ d_1 = 29{,}55 \text{ cm}\end{array}\right. \quad ; \quad \text{Sintonizador 2}\left\{\begin{array}{l} l_2 = 18{,}75 \text{ cm} \\ d_2 = 55{,}95 \text{ cm}\end{array}\right.$$

El coeficiente de reflexión en la carga lo obtenemos de la siguiente forma: El módulo viene dado por la la distancia que hay desde el punto donde se sitúa la impedancia normalizada al origen de la Carta de Smith. Con la ayuda del compás llevamos esta distancia a la escala que hay en la parte inferior de la carta:

$$\rho_L = 0{,}45$$

y el ángulo se lee directamente en la escala de ángulos de la carta

$$\theta_{\rho_L} = 26^o = 0{,}454 \text{ rad}$$

Por tanto, el coeficiente de refexión en la carga es

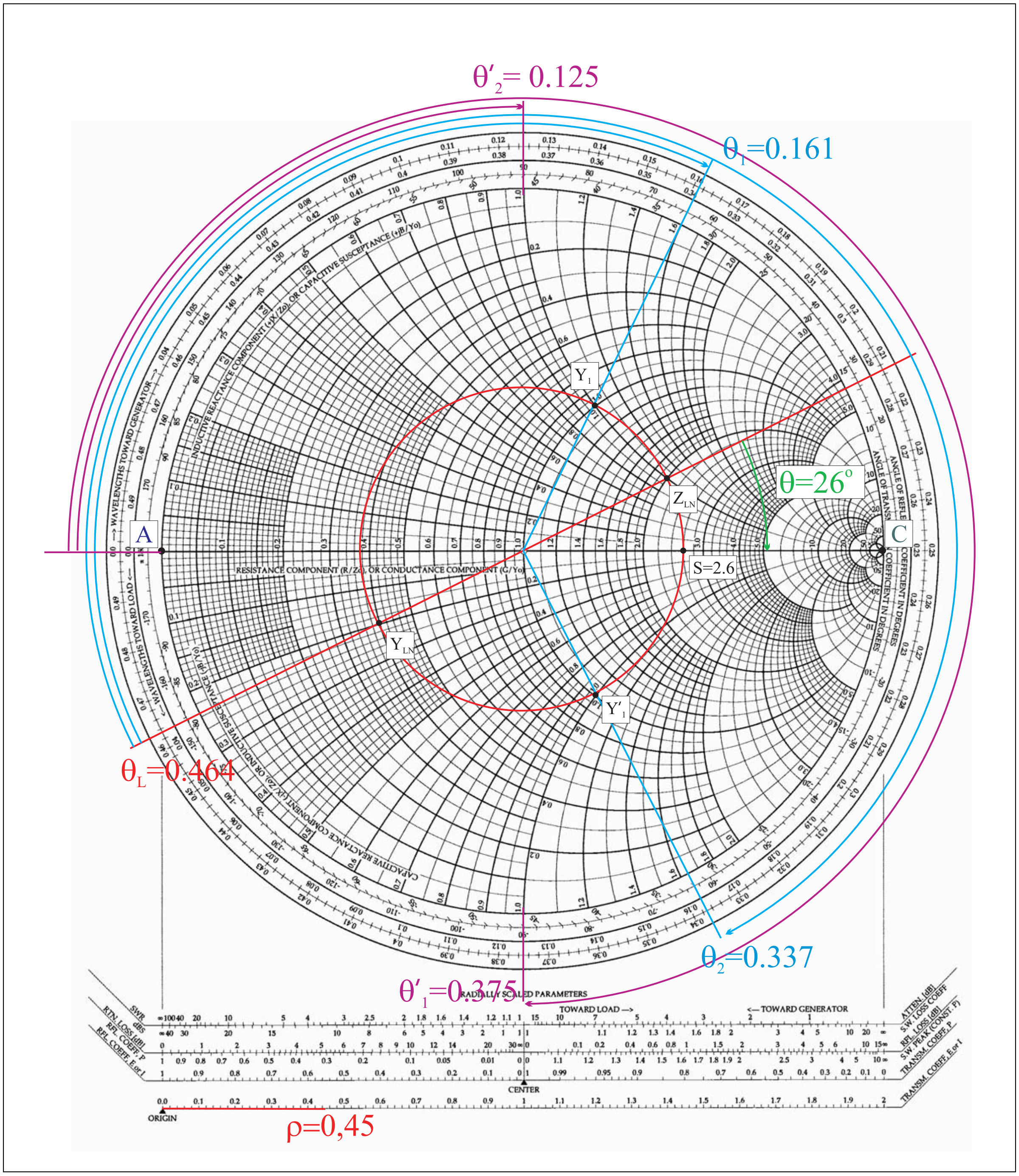
$$\widehat{\rho}_L = 0{,}45\, e^{j0{,}454}$$

La razón de onda estacionaria viene dada por el corte del círculo determinado por la impedancia de carga con el eje real positivo de la Carta de Smith

$$S_L = 2{,}6$$

Para terminar, en el punto en el que se conecta el sintonizador, se ha conseguido la adaptación de la carga, esto significa que en este punto se transmite toda la señal y no hay onda reflejada, por tanto, el coeficiente de reflexión es nulo y la razón de onda estacionaria, teniendo en cuenta la relación de una con otro

$$S = \frac{1+\rho}{1-\rho} = 1$$


θ′2= 0.125
θ1=0.161
Y1
ZLN
θ=26°
A
C
S=2.6
YLN
Y′1
θL=0.464
θ2=0.337
θ′1=0.375
RADIALLY SCALED PARAMETERS
ρ=0,45