5. Análisis Dimensional - Dimensional Analysis

1. Determine las dimensiones de la viscosidad dinámica μ, la viscosidad cinemática $\nu = \mu/\rho$, la presión p, la fuerza F, el momento de una fuerza M, el trabajo W, la potencia $\dot{W}$, el calor específico c, la conductividad térmica k, la difusividad térmica $D_T = k/(\rho c)$.
   Determine the dimensions for dynamic viscosity μ, kinematic viscosity $\nu = \mu/\rho$, pressure$p$, force F, moment M, work W, power $\dot{W}$, specific heat c, thermal conductivity k, and thermal diffusivity $D_T = k/(\rho c)$.
   Sol. $[\mu] = ML^{-1}T^{-1}$, $[\nu] = L^2T^{-1}$, $[p] = ML^{-1}T^{-2}$, $[F] = MLT^{-2}$, $[M] = ML^2T^{-2}$, $[W] = ML^2T^{-2}$, $[\dot{W}] = ML^2T^{-3}$, $[c] = L^2T^{-2}\Theta^{-1}$, $[k] = MLT^{-3}\Theta^{-1}$, $[D_T] = L^2T^{-1}$

2. La ley de Stefan-Boltzmann establece que el flujo de calor por radiación que emite un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura $\dot{Q}_R = \sigma T^4 A$, donde $\dot{Q}_R$ es el flujo de calor emitido (cantidad de calor emitida en la unidad de tiempo), A es el área de la superficie y T es la temperatura del cuerpo. ¿Cuáles son las dimensiones de la constante de Stefan-Boltzmann σ?
   Stefan-Boltzmann law states that the power radiated by a black body is proportional to the forth power of temperature $\dot{Q}_R = \sigma T^4 A$, where $\dot{Q}_R$ stands for the heat flux radiated (heat per unit time), A is the surface area, and T is the black body's temperature. What would be the dimensions for the Stefan-Boltzmann constant σ?
   Sol. $[\sigma] = MT^{-3}\Theta^{-4}$

3. Para un fluido no newtoniano, la expresión más sencilla para el esfuerzo en función de la velocidad de deformación viene dada por una ley potencial $\tau = C\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^n$, donde θ es el ángulo de la deformación de cortadura. La constante C juega el papel de la viscosidad. Determine las dimensiones de C.
   For a non-newtonian fluid, the simplest expression for the shear stress as a function of rate at which the mean velocity changes is given by $\tau = C\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^n$, where θ is the shear deformation angle. The constant C then plays the viscosity role, what would be its dimensions?
   Sol. $[C] = ML^{-1}T^{n-2}$

4. Una fórmula para estimar el valor del camino libre medio λ de un gas ideal es $\lambda = C\frac{\mu}{\rho\sqrt{R_gT}}$, donde R_g es la constante propia del gas, μ es la viscosidad, ρ es la densidad y T es la temperatura. ¿Qué dimensiones tiene la constante de proporcionalidad C?
   One expression to estimate the mean free path λ for an ideal gas is $\lambda = C\frac{\mu}{\rho\sqrt{R_gT}}$, where R_g is the gas constant, μ is the gas viscosity, ρ is the gas density and T is the temperature. What are the dimensions of the proportionality constant C?

Sol. $[C] = 1$

5. El *número de Stokes*, St, utilizado en estudios de dinámica de partículas, es una combinación adimensional de 5 variables: la aceleración de la gravedad g, la densidad ρ, la viscosidad μ, la velocidad de la partícula v_p y el diámetro de la partícula D_p. Obtenga la forma del St sabiendo que es proporcional a μ e inversamente proporcional a g.
   The Stokes number, St, widely used in particle dynamics, is a dimensionless combination of 5 variables that include: gravity g, density ρ, viscosity μ, particle velocity v_p, and particle diameter D_p. Determine the parametrical dependence of St upon knowledge that it is proportional to μ and inversely proportional to g.
   Sol. $St = \dfrac{\rho D_p^2 g}{v_p \mu}$

6. Si Q es caudal, g es la aceleración de la gravedad y h y L son longitudes, utilice el teorema Pi para expresar la relación $Q(g, h, L)$ en forma adimensional.
   If Q is the volumetric flow rate, g is the gravity acceleration and h and L are two independent lengths, employ Pi-theorem to rewrite the relationship $Q(g, h, L)$ in a dimensionless form.
   Sol. $\dfrac{Q}{g^{1/2}L^{5/2}} = f\left(\dfrac{h}{L}\right)$

7. Indique la relación para la caída de presión (presión reducida) por unidad de longitud ΔP_L en un conducto circular liso por el que fluye un caudal Q de un líquido de densidad ρ y viscosidad μ. Utilice v_m y L como la velocidad media en el conducto y la longitud total del conducto, respectivamente. Suponga que $Re_D = \rho v_m D/\mu \ll 1$.
   Obtain the relationship for the pressure loss ΔP_L in a smooth cylindrical duct through which a liquid with density ρ and viscosity μ flows with volumetric flow rate Q. Take v_m as the mean velocity and L as the total duct length. Assume that $Re_D = \rho v_m D/\mu \ll 1$.
   Sol. $\Delta P_L \propto \dfrac{Q\mu}{D^4}$

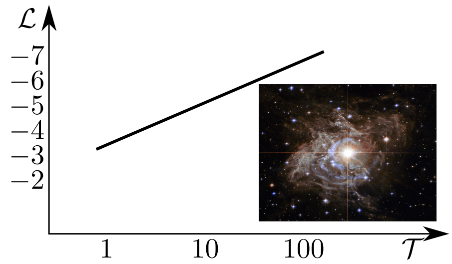
8. La potencia, $\dot{W}$, requerida para mover la hélice de una avioneta en régimen de crucero depende de la velocidad de vuelo, v, el diámetro de la hélice, D, la velocidad de giro de la hélice, ω, la densidad y la viscosidad del fluido, ρ y μ y la velocidad del sonido en el aire, c. Aplique el teorema Pi para reformular la relación $P(V, D, \omega, \rho, \mu, c)$ en términos de parámetros adimensionales.
   The power, $\dot{W}$, required to move the blades of a light plane at cruise velocity depends on the flight velocity, v, rotor diameter D and its angular velocity ω, gas density and viscosity, ρ and μ, and air speed of sound, c. Use Pi-theorem to rewrite the relationship $\dot{W}(V, D, \omega, \rho, \mu, c)$ as a function of dimensionless numbers only.
   Sol. $\dfrac{\dot{W}}{\rho\omega^3 D^5} = f\left(\dfrac{v}{\omega D}, \dfrac{c}{\omega D}, \dfrac{\rho v D}{\mu}\right)$

9. Si el periodo de oscilación $\mathcal{T}$ de un péndulo simple se considera función de su longitud L, su masa m, el ángulo máximo de oscilación θ_m y la aceleración de la gravedad g, ¿cómo depende $\mathcal{T}$ del resto de parámetros?.
   If the oscillation period $\mathcal{T}$ of a simple pendulum depends on the pendulum length, L, its mass, m, the maximum oscillation angle θ_m, and the gravity acceleration g, how does $\mathcal{T}$ depends on the given parameters?
   Sol. $\mathcal{T} = \sqrt{\dfrac{L}{g}} f(\theta_m)$

10. La constante de Planck h es una constante física que se define como el cuanto elemental de acción. Para una onda electromagnética (o fotón) de frecuencia f, la constante de Planck permite obtener la energía del mismo a través de la relación $E = hf$. Determine las unidades de la constante h.
    The Planck constant is a physical constant that defines the elemental quantum of action. For an electromagnetic wave (or foton) of frequency f, the Planck constant provides the energy of the photon through the relationship $E = hf$. Determine the units of the Planck constant h.

Sol. $[h] = ML^2T^{-1}$.

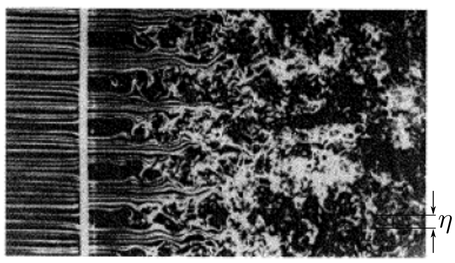
11. Determinadas estrellas, como las Cefeidas de tipo 1, muestran un comportamiento oscilatorio característico que varía con el radio y la temperatura de la estrella, produciendo pulsaciones bien definidas en amplitud y frecuencia. Una caracterísitica importante es que el periodo de la oscilación $\mathcal{P}$ (en días) aumenta con la luminosidad de la estrella (comúnmente medida con la magnitud absoluta $\mathcal{M}_{abs}$), tal que $\mathcal{M}_{abs} \sim -2.43\,(\log_{10}\mathcal{P} - 1) - 4.05$. Si el periodo de oscilación depende de las propiedades físicas de la estrella (densidad media ρ, radio R) y de la constante de gravitación universal G ($[G] = M^{-1}L^3T^{-2}$), determine a) la relación funcional entre el periodo de oscilación de la estrella y sus propiedades físicas y b) la ecuación funcional que relaciona $\mathcal{M}_{abs}$ con las propiedades físicas de la estrella.
A Cepheid variable is a type of star that pulsates radially, varying in both diameter and temperature and producing changes in brightness with a well-defined stable period and amplitude. The period of oscillation $\mathcal{P}$ (in days) increases with the star brightness (commonly measured with the absolute magnitude $\mathcal{M}_{abs}$) such that $\mathcal{M}_{abs} \sim -2.43\,(\log_{10}\mathcal{P} - 1) - 4.05$. If the period of the oscillation depends upon the properties of the star (density ρ and radius R) and the gravitational constant G (with dimensions $[G] = M^{-1}L^3T^{-2}$). Determine the relationship a) between the frequency $\mathcal{P}$ and the other parameters and b) the equation the relates the value of $\mathcal{M}_{abs}$ with the star physical properties.



Sol. a) $\mathcal{P} \propto \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \to \mathcal{P} = (C\rho)^{-1/2}$, $C =$ const. Sol. b) $\mathcal{M}_{abs} \sim 2.43\left(\frac{1}{2}\log_{10}\mathcal{C}\rho + 1\right) - 4.05$

12. La velocidad angular ω de un aerogenerador en autorotación depende del diámetro del rotor D, el número de palas N, la velocidad del viento v, la densidad ρ y viscosidad μ del aire y la altura H del aerogenerador comparada con la altura L de la capa límite atmosférica: $\omega = f\,(D, N, v, \rho, \mu, h/l)$. Reescriba la función en forma adimensional usando $Re_D = \rho v D/\mu$ como parámetro adimensional.
The angular velocity ω of a wind turbine depends on the rotor diameter D, the number of blades, N, the wind velocity, v, air density and viscosity, ρ and μ, and the relative rotor height h compared to the atmospheric boundary-layer height l: $\omega = f\,(D, N, v, \rho, \mu, h/l)$. Rewrite this expression in dimensionless form using $Re_D = \rho v D/\mu$ as a non-dimensional number.
Sol. $\dfrac{\omega D}{v} = f(Re_D, \dfrac{h}{l}, N)$

13. La turbulencia en gases puede desarrollarse in un amplio rango de escalas temporales y espaciales. El tamaño de los vórtices más pequeños, η está determinado por la viscosidad cinemática ν y el calor disipado por unidad de tiempo y masa ϵ (dimensiones de J/(s kg) en unidades del S.I.). Usando el teorema Pi, determine el valor de la escala espacial η y su correspondiente escala temporal τ_η como función de ν y ϵ.
Turbulent motions in gases occur over a wide range of length and time scales. The size of the smallest eddies by η is determined by the kinematic viscosity ν and the dissipation rate per unit mass ϵ (with dimensions $\mathrm{J/(s\ kg)} inS.I.units$). Use the Pi-theorem to determine the values of the length scale η and its corresponding temporal scale τ_η as a function of ν and ϵ.



Sol. $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$, $\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$

14. Uno de los métodos más extendidos para determinar el coeficiente de tensión superficial σ de un líquido consiste en medir la fuerza F necesaria para separar de la superficie un anillo de diámetro D, mediante la relación $F = 2\pi D\sigma$. Determine las dimensiones del coeficiente de tensión superficial.

A very popular method used to determine the surface tension coefficient σ in liquids consists of measuring the force F required to separate a ring from the liquid surface. Knowing that the force F is related to σ and the ring diameter D through the expression $F = 2\pi D\sigma$, determine the dimensions for σ.
Sol. $[\sigma] = MT^{-2}$

15. Las ondas de gravedad producidas en la superficie de un líquido, u ondas capilares, tienen una frecuencia característica ω, cuya relación con el número de onda k, viene dada por la relación de dispersión $\omega = \omega(k)$. Determine la relación de dispersión sabiendo que ω depende principalmente de la densidad ρ, gravedad g y número de onda k.
Let's consider waves on the surface of water, which are called gravity waves (or sometimes capillary waves). The relationship of the frequency with the wave number, $\omega = \omega(k)$, is known as the dispersion relation for the wave. Use dimensional analysis to predict the dispersion relationship upon knowledge that ω depends on density ρ, gravity g, and wave number k.
Sol. $\omega = C\sqrt{gk}$, $C = \text{const.}$

16. En un a explosión nuclear existe una gran liberación de energía E producida de manera casi instantánea y una región muy localizada. Esto produce una onda de choque (hemi) esférica cuya presión detrás de la misma es miles de veces superior a la del ambiente. ¿Cómo depende la posición de la onda de choque, radio R, con el tiempo t? El choque viaja sobre aire con densidad ρ.
In a nuclear explosion there is an essentially instantaneous release of energy E in a small region of space. This produces a (hemi) spherical shock wave, with the pressure inside the shock wave thousands of times greater that the initial air pressure, which may be neglected. How does the radius R of this shock wave grow with time t? The shock travels through air with density ρ.
Sol. $R = C\left(\frac{Et^2}{\rho}\right)^{1/5} \sim t^{2/5}$, $C = \text{const.}$

17. La fuerza de sustentación F que actúa sobre un misil es función de su longitud L, diámetro D, velocidad v, ángulo de ataque α, de la densidad ρ, viscosidad μ y velocidad del sonido c del aire. Escriba la función $F = f(L, D, v, \rho, \mu, \alpha, c)$ en términos de grupos adimensionales.
The lift force F that acts on a missile depends on the proyectil length L, diameter D, velocity v, the angle of attack α, and fluid density ρ, viscosity μ, and speed of sound c. Write the corresponding dimensionless relationship for $F = f(L, D, v, \rho, \mu, \alpha, c)$.
Sol. $\dfrac{F}{\rho v^2 D^2} = f\left(\dfrac{v}{c}, \dfrac{\rho v D}{\mu}, \dfrac{L}{D}, \alpha\right)$

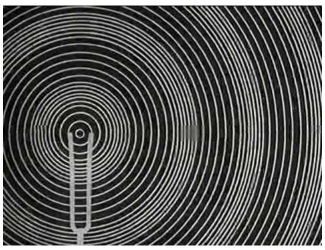
18. El incremento de presión total Δp_t que una bomba hidráulica produce en un fluido depende de la geometría y el tamaño D de la bomba, la velocidad angular de giro ω, la densidad ρ y la viscosidad μ del líquido y el caudal volumétrico Q que mueve. Así, para bombas de una geometría determinada, podemos escribir $\Delta p_t = f(D, \omega, \rho, \mu, Q)$. Si una bomba particular, de tamaño D_1, funcionando a velocidad de giro ω_1 y trabajando con un caudal Q_1 de agua, produce un aumento de presión $\Delta p_{t,1}$, ¿qué aumento de presión $\Delta p_{t,2}$ producirá la misma bomba en un caudal $Q_2 = 2Q_1$ de agua si funciona al doble de revoluciones por minuto $\omega_2 = 2\omega_1$? Puede considerar despreciables los efectos de la viscosidad.
The total pressure increase generated by a hydraulic pump depends on the geometry and pump diameter D, angular velocity ω, liquid density ρ and viscosity μ, and the volumetric flow rate Q. Then, for pumps with identical geometry, the pressure increase can by written as $\Delta p_t = f(D, \omega, \rho, \mu, Q)$. Let's consider a particular hydraulic pump with diameter D_1 and operating frequency ω_1, driving a water flow rate Q_1, then generating a total pressure increase $\Delta p_{t,1}$. What would be the total pressure increase $\Delta p_{t,2}$ produced by the same pump

if its operating conditions change to $Q_2 = 2Q_1$ and $\omega_2 = 2\omega_1$? Neglect viscous effects.
Sol. $\Delta p_{t,2} = 4\Delta p_{t,1}$

19. Un barco de eslora $L_p = 150$ m, diseñado para navegar a $v_p = 18$ knots (1 nudo $\equiv 0.5144$ m/s), se ensaya en un canal hidrodinámico usando un modelo de $L_m = 3$ m de largo. La velocidad v_m del modelo se establece para garantizar la semejanza física suponiendo que los efectos de la viscosidad son despreciables. Si la resistencia de onda del modelo es $F_m = 2.2$ N, estime a) el valor de la velocidad v_m y b) de la resistencia de onda en el barco F:
The length of a boat designed to sail with cruise velocity $v_p = 18$ knots (1 knot $\equiv 0.5144$ m/s) is $L_p = 150$ m. A scaled model of the ship ($L_m = 3$) is made to be tested in a model basin. The velocity of the model v_m must be chosen such that physical similarity, neglecting viscous effects, is satisfied. If the drag force measured in the experiments is $F_m = 2.2$ N, calculate a) the value of model velocity v_m and b) the drag force F
Sol. a) $v_m = 1.31$ m/s , Sol. b) $F = 275\,000$ N

20. Para probar la aerodinámica de baja velocidad de un prototipo de avión de envergadura L_p, que ha de volar a una velocidad v_p en condiciones de atmósfera estándar (densidad $\rho_p = 1.2$ kg/m^3, viscosidad $\mu_p = 1.8\,10^{-5}$ kg/(m·s) y velocidad del sonido $c_p = 340$ m/s), se usa un túnel de viento criogénico en el que el fluido de trabajo es N_2 a baja temperatura y alta presión (densidad $\rho_m = 7.6$ kg/m^3, viscosidad $\mu_m = 1.2\,10^{-5}$ kg/(m·s) y velocidad del sonido $c_m = 275$ m/s). Determine a) la velocidad v_m que debemos imponer al nitrógeno en el túnel criogénico y la escala del modelo que se debe usar L_m para garantizar igualdad de números de Mach entre modelo y prototipo. b) Calcule la relación entre la fuerza de resistencia medida en el modelo F_m y la fuerza de resistencia que experimentará el prototipo F_p. Recuerde $Ma = v/c$.
In order to test the low-velocity aerodynamics of the prototype plane, with length L_p, that flights with velocity v_p in air atmospheric standard conditions (density $\rho_p = 1.2$ kg/m^3, viscosity $\mu_p = 1.8\,10^{-5}$ kg/(m·s) and speedo of sound $c_p = 340$ m/s), a model is tested in a cryogenic wind tunnel that uses N_2 in high pressure and low temperature conditions (density $\rho_m = 7.6$ kg/m^3, viscosity $\mu_m = 1.2\,10^{-5}$ kg/(m·s) and speedo of sound $c_m = 275$ m/s). Determine a) the ship model velocity v_m and length L_m that guarantee that Mach number is the same in both conditions. b) Calculate the relationship between the force measured in the model with respect to that exerted in the prototype ship. Remind that $Ma = v/c$.
Sol. a) $v_m = 0.81v_p$,$L_m = 0.13L_p$, Sol. b) $F_p = 14.25F_m$

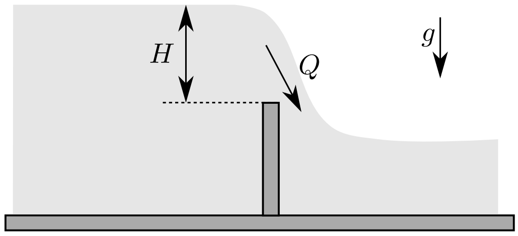
21. El valor máximo local de la presión p_0 de las ondas emitidas por una fuente acústica isótropa en el seno de un fluido depende de la distancia r a la fuente, de la potencia acústica $\dot{W}$ emitida por la fuente y de las propiedades del medio: la densidad ρ, la viscosidad μ y la velocidad del sonido c. Así, $p_0 = f(r, \dot{W}, \rho, \mu, c)$. Indique cuál de las siguientes formas de expresar esta relación en términos de grupos adimensionales es correcta. Utilice las variables dimensionalmente independientes ρ, μ y a para formar los grupos adimensionales.
The local maximum pressure p_0 of the wave fronts radiated from an isotropic acoustic source depends on the distance r to the source, the radiation acoustic power $\dot{W}$ and the fluid properties: density ρ, viscosity μ and speed of sound a, so that $p_0 = f(r, \dot{W}, \rho, \mu, c)$. Please choose which of the following dimensionless relationships is right. Please take $\dot{W}$, r and a as the dimensionally independent parameters to form the dimensionless groups.



Sol. $$\frac{p_0 c r^2}{\dot{W}} = f\left(\frac{\rho c^3 r^2}{\dot{W}}, \frac{\mu c^2 r}{\dot{W}}\right)$$

22. Un vertedero es una obstrucción en un canal que se utiliza para controlar el caudal, como muestra la figura. El caudal Q varía con la gravedad g, la anchura b del rebosadero (en la dirección perpendicular al papel) y la altura del nivel del agua H por encima del vertedero aguas arriba. Sabiendo que Q es proporcional a b, utilice el teorema Pi para expresar la relación $Q(g, b, H)$ en forma adimensional.

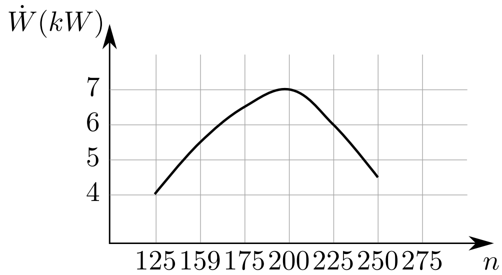
A spillway is a structure used to provide the controlled release of flows as depicted in the figure. The volumetric flow rate Q depends on gravity g, horizontal depth (along paper direction) b and the water level with respect to the weir height H. Knowing that Q is directly proportional to b, use Pi-theorem to write the relationship $Q(g, b, H)$ in dimensionless form.



Sol. $\frac{Q}{g^{1/2}H^{3/2}b}$ =const.

23. Se pretende estudiar las prestaciones de una turbina eólica de diámetro D y forma geométrica dada sobre la que incide una corriente de aire de velocidad v. La turbina gira a una velocidad dada n (revoluciones por unidad de tiempo). Suponiendo que el aire se comporta como incompresible, se pide a) utilizar el análisis dimensional para determinar la dependencia funcional de la potencia $\dot{W}$ que se extrae de la turbina como función del menor número de parámetros adimensionales del problema y b) simplificar los resultados anteriores suponiendo que el efecto de la viscosidad μ es despreciable, justificando la razón. Para una turbina de $D = 5$ m sobre la que incide una corriente de aire de velocidad $v = 10$ m/s se ha medido la potencia obtenida en función de la velocidad de giro, obteniéndose los resultados que se muestran en el gráfico adjunto. Como se ve, las medidas revelan que la máxima potencia se obtiene para $n = 200$ rpm. Basándose en estos resultados, se pide: c) para una velocidad de $v = 15$ m/s, determine el valor de n para el que se obtendría la máxima potencia, así como dicha potencia. d) A partir de los datos de la gráfica, obtenga para $n = 200$ rpm la curva que da la variación de W con v. e) Para una turbina geométricamente semejante de diámetro $D = 10$ m girando a $n = 175$ rpm, calcule el valor de W correspondiente a una corriente incidente de velocidad $v = 20$ m/s.

We want to investigate the performance of a wind turbine of given geometrical shape and diameter D rotating with angular velocity n subject to a wind stream of velocity v. Assume in the development that the velocity is sufficiently small compared with that of sound that air effectively behaves as an incompressible fluid. Use the dimensional analysis a) to reduce the parametric dependence of the power produced by the wind turbine $\dot{W}$ and b) simplify the results by assuming that the effect of viscosity μ is negligible. Justify the simplification.



We have measured the variation with n of the power delivered by a given turbine of diameter $D = 5$ m on a day when the wind was blowing at $v = 10$ m/s, given the results shown in the plot below. Based on these results, address the following three questions: c) If the wind velocity on a different day is $v = 15$ m/s, determine the angular velocity required for the turbine to deliver maximum power as well as the resulting power. d) If we fix the angular velocity at $n = 200$ rpm, obtain the power response as a function of the wind velocity $W(v)$. e) Consider a geometrically similar turbine of diameter $D = 10$ m, obtain the power that it would deliver if placed rotating at $n = 175$ rpm in a wind stream of velocity $v = 20$ m/s.

Sol. a) $\frac{\dot{W}}{\rho v^3 D^2} = f\left(\frac{nD}{v}, \frac{\rho v D}{\mu}\right)$, Sol. b) $Re = \frac{\rho v D}{\mu} \gg 1 \rightarrow \frac{\dot{W}}{\rho v^3 D^2} = f\left(\frac{nD}{v}\right)$

Sol. c) $\frac{n_1 D}{v_1} = \frac{n_2 D}{v_2} \rightarrow v_2 = 300 \text{ rpm} \rightarrow W_2 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^3 W_1 = 23.625$ kW

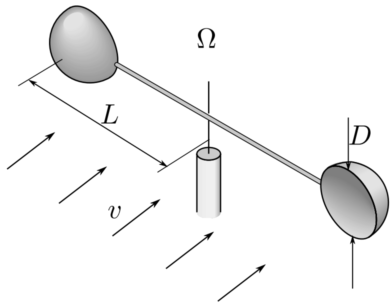
Sol. d) $v_2 = \frac{200}{n_1} 10 = (16, 13.3, 11.43, 10.8.89, 8)$ m/s , $W_2 = \left(\frac{v_2}{10}\right)^3 W_1 = (16.38, 13.03, 9.7, 7, 4.2, 2.3)$ kW

Sol. e) $n_2 = \frac{20}{10}\frac{5}{10} 175 \text{ rpm} = 175 \text{ rpm}$, $W_2 = \left(\frac{20}{10}\right)^3 \left(\frac{10}{5}\right)^2 6.5 \text{ kW} = 208$ kW.

24. Un anemómetro de cazoletas es un aparato usado en meteorología para medir la velocidad del viento. Este dispositivo está formado por semiesferas huecas situadas en los extremos de unos brazos que giran sobre un eje vertical como consecuencia de las sobrepresiones que ejerce el viento sobre la parte cóncava de las

cazoletas. Se sabe que la velocidad de giro del anemómetro, Ω, depende de la velocidad del viento, v, el diámetro de las cazoletas, D, la longitud de los brazos, L, la densidad y la viscosidad del aire, ρ y μ y el número de brazos del anemómetro N (en el caso particular de la figura, $N = 2$). Se pide: a) Aplique el teorema Pi para determinar el número de parámetros adimensionales de los que depende la velocidad de giro, Ω. b) Determine todos los grupos adimensionales que aparecen en el problema, tomando v, L y ρ como parámetros dimensionalmente independientes. c) Estime el valor del número de Reynolds del flujo alrededor del anemómetro con $L = 5$ cm suponiendo una velocidad del viento $v = 10$ m/s y un diámetro de cazoletas $D = 4$ cm. Utilice para ello los siguientes valores: $\rho = 1.2$ kg/m^3 y $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5}$ kg/(m·s). ¿Dependerá la velocidad de giro del número de Reynolds? d) Durante la calibración de un anemómetro en el túnel de viento se obtienen una serie medidas de velocidad de giro en función de la velocidad del viento (ver tabla). Escriba la ley que relaciona la velocidad del viento, v, con la velocidad de giro del anemómetro, Ω.

A hemispherical cup anemometer is a device commonly used in meteorology to measure the wind velocity. It is made of hemispherical cups placed at the ends of the rotating arms, which rotate over the vertical axis due to the overpressure generated by the wind on the concave side of the cups. It is known that rotation velocity, Ω, depends on the wind velocity v, cups diameter, D, arms length, L, number of arms N ($N = 2$ in the figure), and gas density and viscosity, ρ and μ. Taking v, L and ρ as parameters dimensionally independent, a) determine the number of dimensionless groups on which Ω depends. b) Obtain the value of the corresponding dimensionless numbers.



c) Compute the Reynolds number for when wind velocity is $v = 10$ m/s and the geometrical properties are $L = 5$ cm and $D = 4$ cm. Use $\rho = 1.2$ kg/m^3 and $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5}$ kg/(m·s) for air properties. Would Ω depend on the Reynolds number significantly?. d) Use the values presented in the table value, obtained in calibrating the device, to derive the law that relates the wind velocity v with the angular velocity Ω.

V (m/s)	4	6	8	10	12	14
Ω (r.p.m.)	152	228	304	380	456	532

Sol. a) $j = 3$, $n = 6$, $k = n - j = 3$, Sol. b) $\frac{\Omega L}{v} = f\left(\frac{D}{L}, \frac{\rho v L}{\mu}, N\right)$,

Sol. c) $Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{1.2 \cdot 10 \cdot 0.05}{1.8 \cdot 10^{-5}} = 3.3 \cdot 10^4 \gg 1 \rightarrow \frac{\Omega L}{v} = f\left(\frac{D}{L}, N\right)$

Sol. d) $\frac{\Omega L}{v} = 0.0263 =$const. $\Omega = 0.0263 \frac{v}{L}$