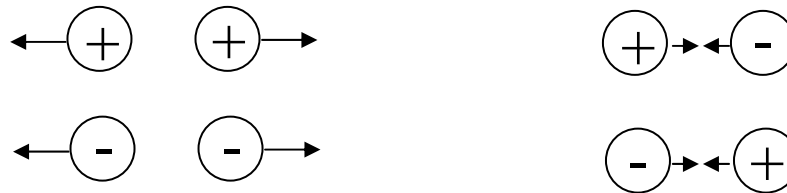


Magnitudes básicas

- Carga eléctrica
- Corriente eléctrica
- Tensión o diferencia de potencial
- Potencia eléctrica

Carga eléctrica

- Es la base para describir los fenómenos eléctricos
- Propiedad de la materia presente en todos los cuerpos
- Es de naturaleza bipolar (+ ó -)
- El trasvase de carga entre unos cuerpos y otros es el origen de cualquier fenómeno eléctrico.
- Unidad SI: [C] $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$
- El signo de las cargas es arbitrario, pero de él depende la interacción entre ellas.



Corriente eléctrica

- Se produce por el desplazamiento de las cargas en un material

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Variación de carga por unidad de tiempo en la sección transversal de un conductor

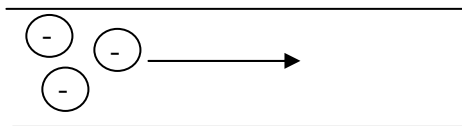
- Unidad SI [A]

Corriente eléctrica

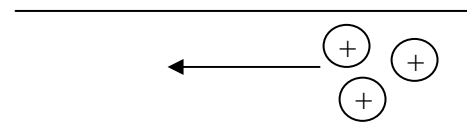
CONVENIO DE SIGNO

Se considera que la corriente eléctrica es un movimiento de cargas positivas

La conducción se debe a un desplazamiento de electrones



Es equivalente suponer un desplazamiento de electrones en un sentido



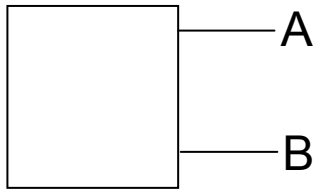
Que suponer un desplazamiento de una cantidad de carga + equivalente en sentido opuesto

Tensión o diferencia de potencial

- Trabajo que se debe suministrar para mover una carga entre dos puntos de un circuito

$$u = \frac{dw}{dq}$$

$$\text{Unidad SI: } [V] = \frac{[J]}{[C]}$$



u_A = potencial eléctrico en A

u_B = potencial eléctrico en B

$u_{AB} = u_A - u_B$ = diferencia de potencial entre A y B

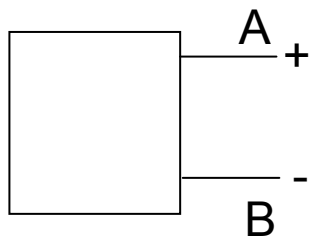
$u_{AB} > 0$ A está a mayor potencial que B (al pasar de A a B las cargas pierden energía)

$u_{AB} < 0$ A está a menor potencial que B (al pasar de A a B las cargas ganan energía)

Tensión o diferencia de potencial

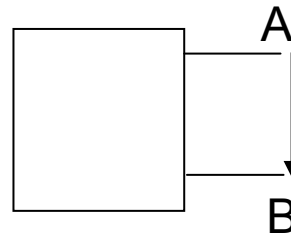
NOTACIÓN

- Punto de mayor potencial se denota +
- Punto de menor potencial se denota -



$$u_{AB} > 0$$

o bien



$$u_{AB} > 0$$

Potencia eléctrica

- Trabajo realizado por unidad de tiempo

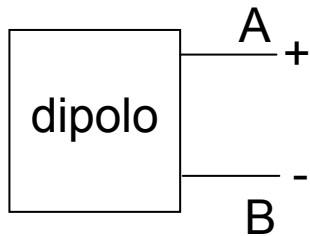
$$p(t) = \frac{dw}{dt} = u(t) \frac{dq}{dt} = u(t)i(t)$$

$$u = \frac{dw}{dq}$$

- Unidades SI: $[W]=[J]/[s]$

Potencia eléctrica

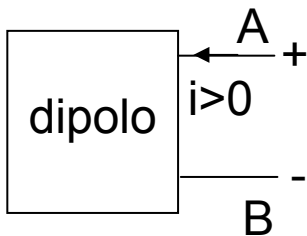
CONVENIO DE SIGNO



Dipolo absorbe potencia $p > 0$ (ej. resistencia)

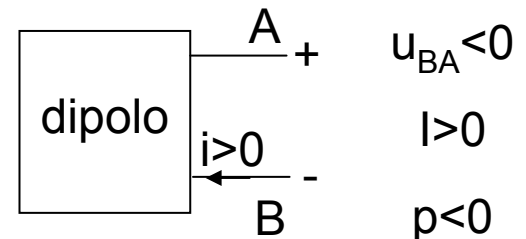
Dipolo cede potencia $p < 0$ (ej. generador)

COHERENCIA DE LOS CRITERIOS DE SIGNOS DE U, I Y P ($p = ui$)



$$u_{AB} > 0, i > 0 \Rightarrow p > 0$$

Las cargas pierden energía el dipolo la consume



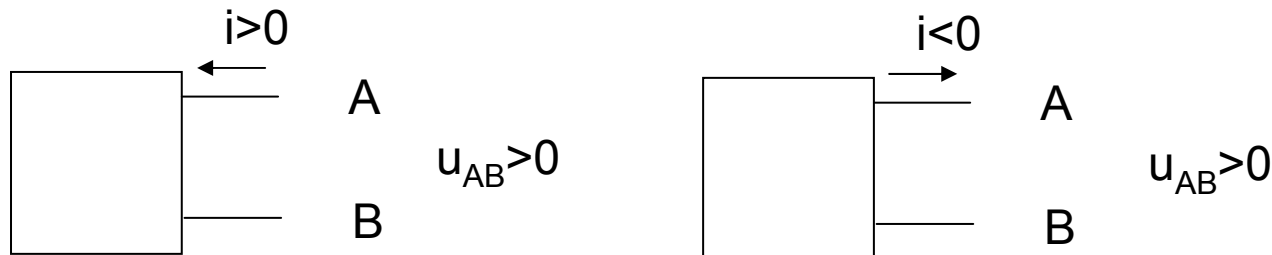
$$u_{BA} < 0$$

$$I > 0$$

$$p < 0$$

Resumen convenio de signos

- Corriente:
 - $i > 0$ en el sentido del movimiento de las cargas +
- Tensión:
 - $u_{AB} > 0$ A a mayor potencial que B
 - $u_{AB} < 0$ A a menor potencial que B
- Potencia
 - $p > 0$ dipolo absorbe potencia
 - $p < 0$ dipolo cede potencia



Lemas de Kirchhoff

Definiciones topológicas

- Rama: Elemento que presenta dos terminales
- Nudo: Punto de confluencia de varias ramas
- Malla: Conjunto de ramas que forman un camino cerrado y que no contienen ninguna otra línea cerrada en su interior.

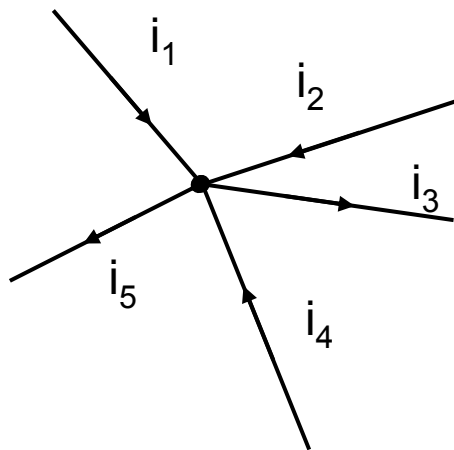
1^{er} lema de Kirchhoff

La suma algebraica de las corrientes entrantes a un nudo es nula en todo instante

$$\Sigma i(t) = 0$$

(Ley de conservación de la carga)

Ejemplo



$$i_1 + i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

Se consideran las corrientes entrantes + y las corrientes salientes -

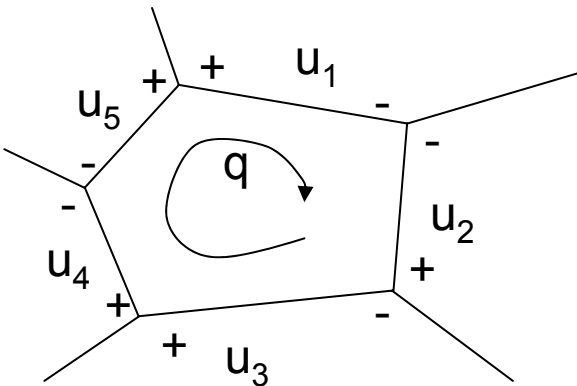
2º lema de Kirchhoff

La suma algebraica de las tensiones a lo largo de cualquier línea cerrada en un circuito es nula en todo instante.

$$\Sigma u(t) = 0$$

(Ley de conservación de la energía)

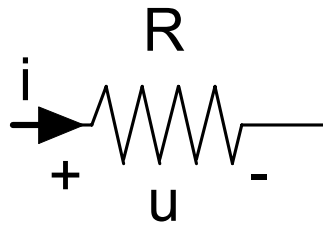
Ejemplo



$$u_1 - u_2 - u_3 + u_4 - u_5 = 0$$

Se consideran las caídas de tensión $+$ y las elevaciones $-$

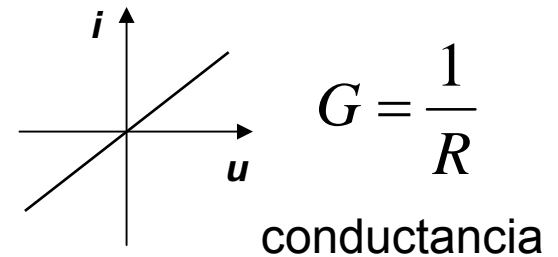
Resistencia desde el punto de vista del circuito



En la resistencia se produce una caída de tensión. Las cargas pierden energía que se disipa en forma de calor

$$u = Ri \quad \text{Ley de Ohm}$$

- Característica u/i de una resistencia

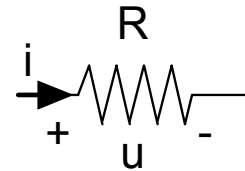


- Unidades en el SI: $[\Omega] = \frac{[V]}{[A]}$ $[S] = \frac{[1]}{[\Omega]}$

Potencia y energía

- Potencia disipada

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2 = \frac{u^2}{R} \geq 0$$



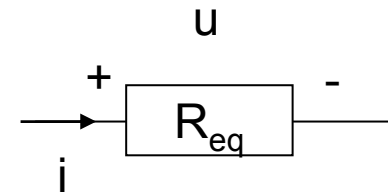
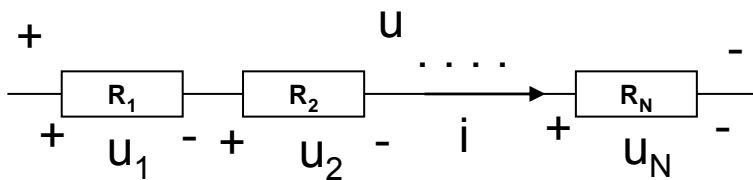
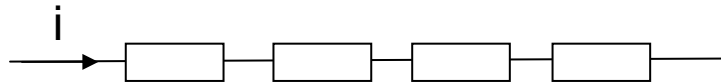
En una R la potencia se disipa en forma de calor

- Energía disipada

$$w(t) = \int_{t_0}^t Ri^2(\tau) d\tau = \int_{t_0}^t \frac{u^2(\tau)}{R} d\tau \geq 0$$

Asociación de resistencias en serie

- Se dice que dos o más elementos están en serie si por ellos circula la misma intensidad

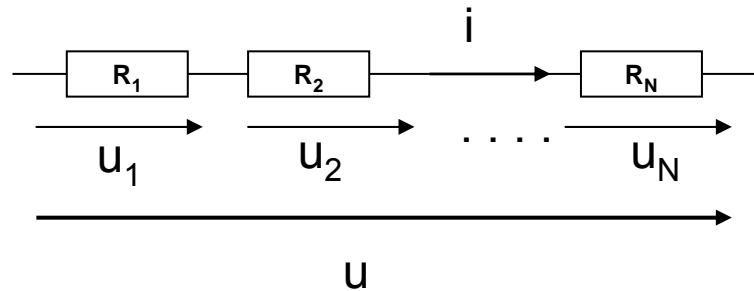


$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n = iR_1 + iR_2 + \dots + iR_n = i(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = iR_{eq}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Divisor de tensión

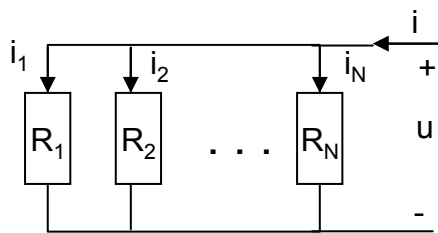
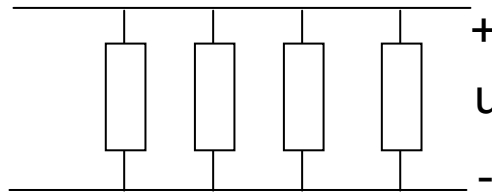
- La tensión que cae en cada resistencia es una porción de la tensión total



$$u_k = R_k i = R_k \frac{u}{R_1 + R_2 + \dots + R_N} = \frac{R_k}{R_{eq}} u$$

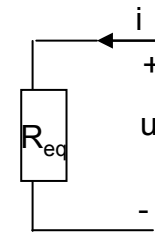
Asociación de resistencias en paralelo

- Se dice que dos o más elementos están en paralelo si están sometidos a la misma tensión



$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_N = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) u = \left(\frac{1}{R_{eq}} \right) u$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$



o bien $i = G_{eq} u$

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_N$$

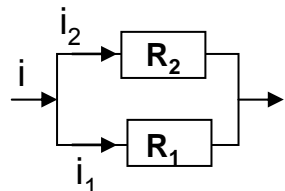
Divisor de corriente

- Un divisor de corriente es una asociación de resistencias en paralelo. La corriente que atraviesa cada resistencia es una porción de la corriente total

$$\left. \begin{array}{l} i_1 = uG_1 \\ u = \frac{i}{G_1 + G_2 + \dots + G_n} \end{array} \right\} i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + \dots + G_n} i$$

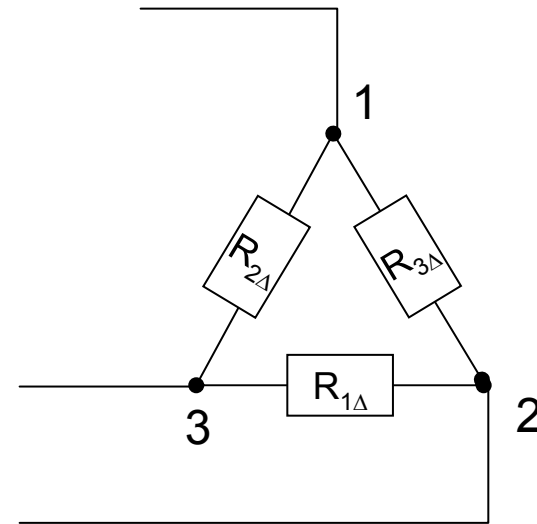
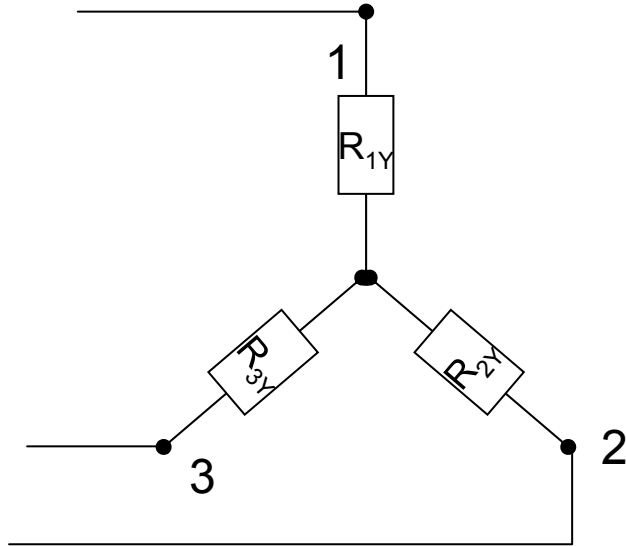
$$i_k = \frac{\frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R_{eq}}} i = \frac{G_k}{G_{eq}} i$$

- Caso particular de dos resistencias en paralelo


$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \quad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

Equivalencia estrella triángulo

- Para que las dos configuraciones sean equivalentes, deben proporcionar la misma respuesta ante la misma excitación= debe presentar la misma resistencia vista desde cada par de terminales



Transformación estrella-triángulo

$$R_{1Y} = \frac{R_{3\Delta} R_{2\Delta}}{R_{1\Delta} + R_{2\Delta} + R_{3\Delta}}$$

$$R_{2Y} = \frac{R_{3\Delta} R_{1\Delta}}{R_{1\Delta} + R_{2\Delta} + R_{3\Delta}}$$

$$R_{3Y} = \frac{R_{1\Delta} R_{2\Delta}}{R_{1\Delta} + R_{2\Delta} + R_{3\Delta}}$$

Transformación triángulo-estrella

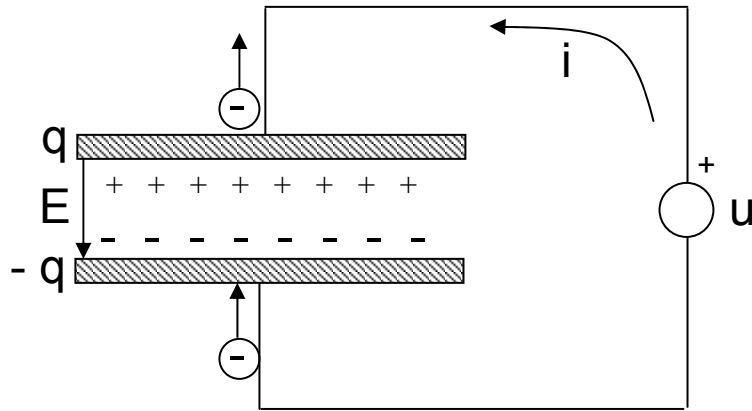
$$R_{1\Delta} = \frac{R_{1Y} R_{2Y} + R_{2Y} R_{3Y} + R_{3Y} R_{1Y}}{R_{1Y}}$$

$$R_{2\Delta} = \frac{R_{1Y} R_{2Y} + R_{2Y} R_{3Y} + R_{3Y} R_{1Y}}{R_{2Y}}$$

$$R_{3\Delta} = \frac{R_{1Y} R_{2Y} + R_{2Y} R_{3Y} + R_{3Y} R_{1Y}}{R_{3Y}}$$

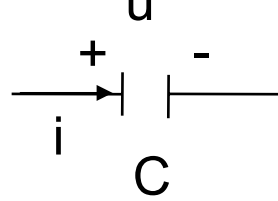
Condensadores

Un condensador es un elemento pasivo capaz de almacenar energía eléctrica



- Dos placas metálicas separadas una distancia d y con un dieléctrico entre ellas que impide un flujo de carga
- Al aplicar una ddp entre ambas placas aparece un trasvase de carga entre ellas
- Se establece un campo eléctrico en el que se almacena la energía suministrada por la fuente

Relación u/i

$$q = Cu \Rightarrow \left(\frac{dq}{dt} \right) = C \frac{du}{dt} \Rightarrow i(t) = C \frac{du}{dt}$$


The diagram shows a capacitor symbol consisting of two parallel vertical lines. The top line is labeled with a '+' sign and the bottom line with a '-' sign. Above the lines is the letter 'u' representing voltage. Below the lines is the letter 'C' representing capacitance. An arrow labeled 'i' points from left to right between the two lines, representing current.

- Si $u = \text{cte}$ $i = 0 \Rightarrow$ En corriente continua un condensador se comporta como un circuito abierto

$$\int_{t_0}^t \frac{du}{dt} dt = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt \Rightarrow u(t) - u(t_0) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

- La tensión en un condensador no puede variar bruscamente

Potencia y energía

$$p(t) = u(t)i(t) = uC \frac{du}{dt}$$

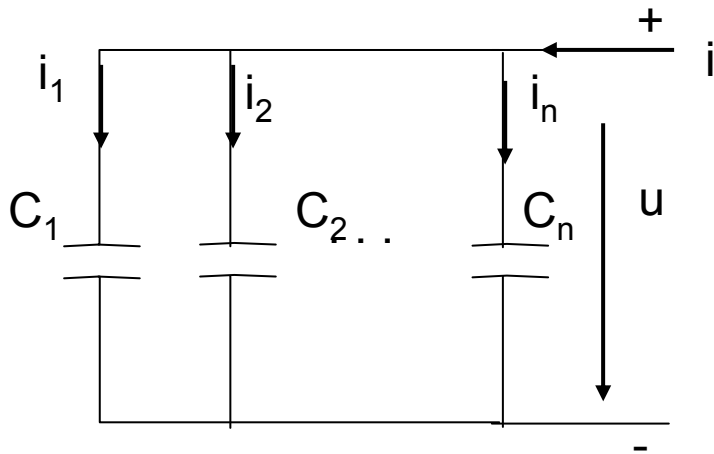
La potencia puede ser $>$ ó $<$ que 0 \Rightarrow el condensador absorbe o cede potencia

•Energía almacenada entre 0 y t

$$W = \int_0^t p(t)dt = \int_0^t Cu \frac{du}{dt} dt = \frac{1}{2} Cu^2 \geq 0 \quad (\text{Suponiendo que } u(0)=0)$$

La energía almacenada es siempre mayor o igual que cero. Si el condensador cede potencia lo hace a expensas de la energía previamente almacenada \Rightarrow Es un elemento pasivo

Asociación de capacidades en paralelo



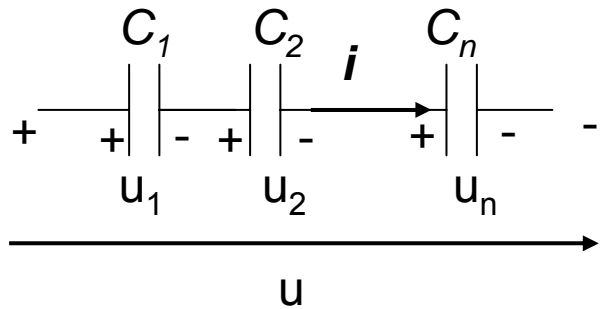
$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

$$i_k = C_k \frac{du}{dt}$$

$$i = C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt} + \dots + C_n \frac{du}{dt} = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \frac{du}{dt} = C_{eq} \frac{du}{dt}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

Asociación de capacidades en serie



$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$\frac{du_k}{dt} = \frac{1}{C_k} i$$

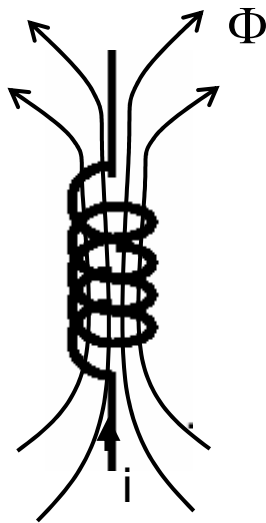
$$\frac{du}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt} + \dots + \frac{du_n}{dt} = \frac{1}{C_1} i + \frac{1}{C_2} i + \dots + \frac{1}{C_n} i =$$

$$= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) i = C_{eq} i$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

Bobinas

Una bobina es un dispositivo capaz de almacenar energía magnética



- Al circular corriente por la bobina aparece un flujo magnético
- Φ depende de la corriente

$$N\Phi = Li$$

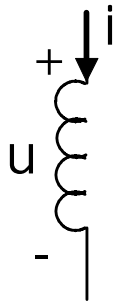
L=Coeficiente de autoinducción de la bobina (o inductancia propia)

SI:[H]=Henrios

$$L = \frac{N^2}{R} = \frac{N^2 S_{fe} \mu}{l_{fe}}$$

Relación u/i

- Si i que recorre la bobina es variable en el tiempo $\Rightarrow \Phi$ es variable \Rightarrow Se induce una f.e.m. que se opone al flujo (Faraday Lenz)



$$u = -e = N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

$$N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

Si $i = \text{cte}$ $u = 0 \Rightarrow$ En corriente continua una bobina se comporta como un cortocircuito

$$\int_{t_0}^t \frac{di}{dt} dt = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt$$

\Rightarrow

$$i(t) - i(t_0) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt$$

La corriente en una bobina no puede variar bruscamente

Potencia y energía

$$p(t) = u(t)i(t) = Li \frac{di}{dt}$$

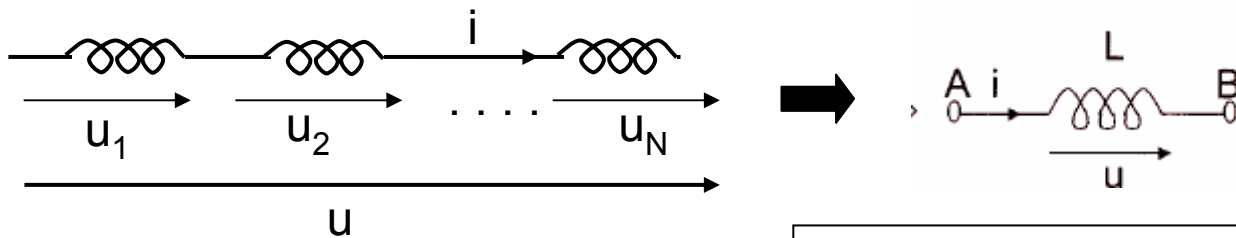
La potencia puede ser $>$ ó $<$ que $0 \Rightarrow$
la bobina absorbe o cede potencia

- Energía almacenada entre 0 y t

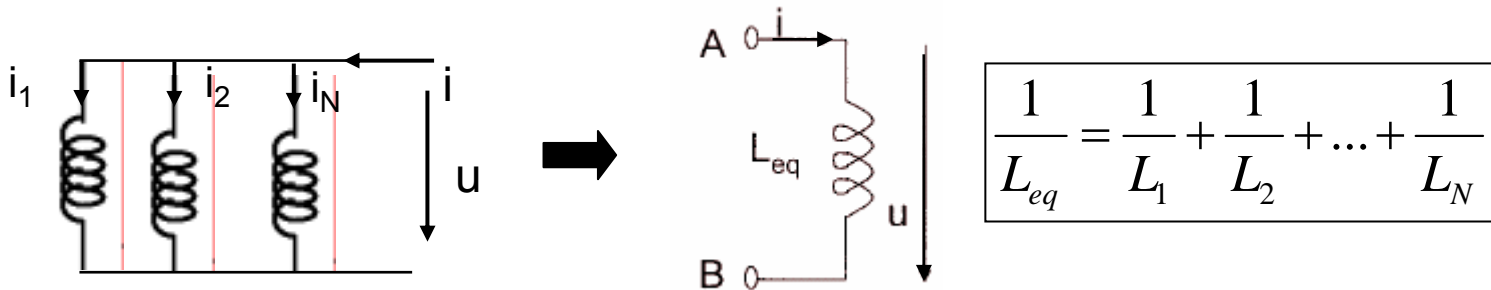
$$W = \int_0^t p(t)dt = \int_0^t Li \frac{di}{dt} = \frac{1}{2} Li^2 \geq 0 \quad (\text{Suponiendo que } i(0)=0)$$

La energía almacenada es siempre mayor o igual que cero. Si la bobina cede potencia lo hace a expensas de la energía previamente almacenada \Rightarrow Es un elemento pasivo

Asociación de bobinas en serie y en paralelo



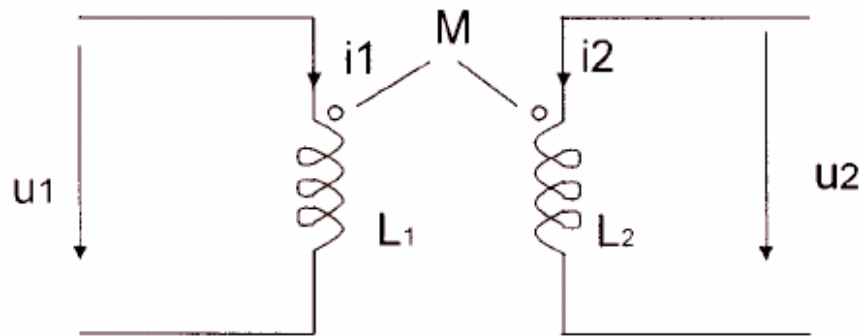
$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_N = \sum_{k=1}^N L_k$$



$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

Bobinas acopladas

- Un par de bobinas están acopladas entre sí, cuando las tensiones en cada una de ellas dependen no sólo de la corriente que circula por cada bobina sino también de las corrientes que circulan por las demás bobinas acopladas a ellas.



M=coeficiente de inducción mutua
(inductancia mutua)

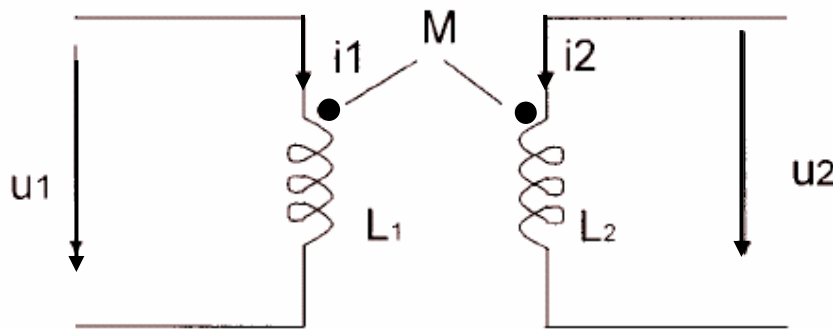
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

SI: [H] =Henrios

Terminales correspondientes

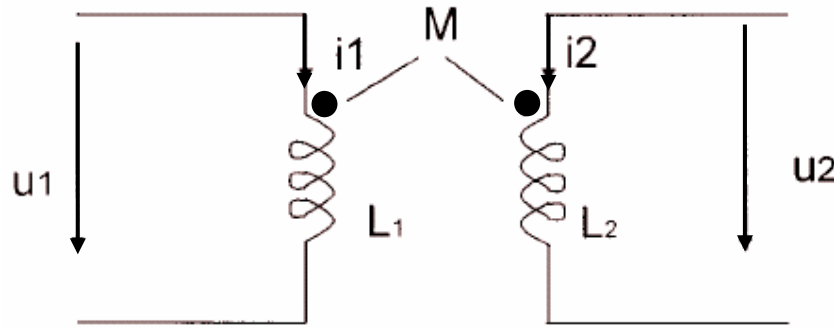
- Se dice que dos terminales de dos bobinas son correspondientes entre sí si una corriente que entre por uno de los terminales en la bobina 1 induce en la bobina 2 una tensión del mismo sentido que la que induciría una corriente que entrase por el terminal correspondiente de dicha bobina 2.



$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

Potencia y energía



$$p(t) = u_1 i_1 + u_2 i_2 = L_1 i_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M_{12} \left[i_1 \frac{di_2(t)}{dt} + i_2 \frac{di_1(t)}{dt} \right] + L_2 i_2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M_{12} i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \geq 0$$

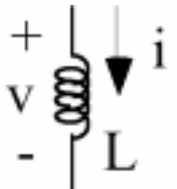
Resumen elementos pasivos

- Resistencia



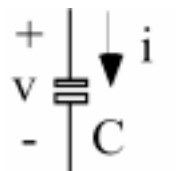
$$u(t) = Ri(t) \quad i(t) = Gu(t)$$

- Bobina



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad i = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt$$

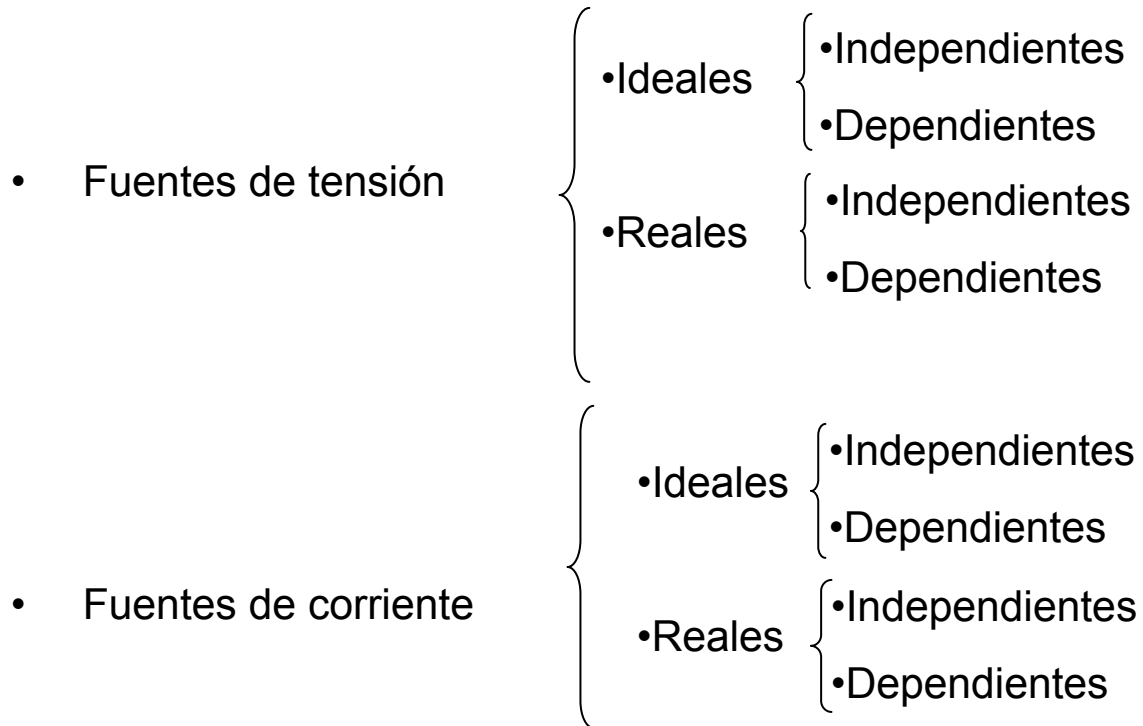
- Condensador



$$u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt \quad i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

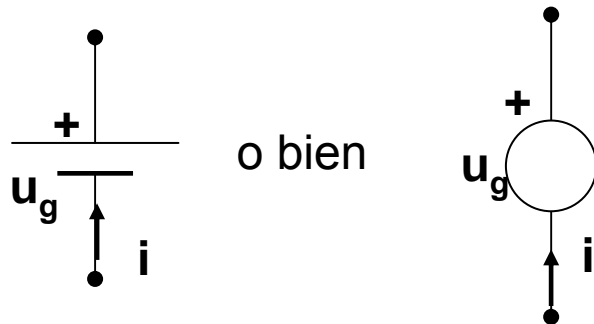
Elementos activos

- Son los encargados de suministrar energía eléctrica al circuito (fuentes o generadores)



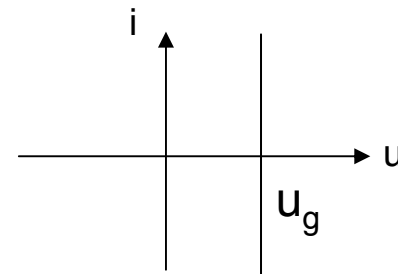
Fuentes de tensión ideales

- Dispositivo que proporciona energía eléctrica con una determinada tensión que es independiente de la corriente que pasa por él



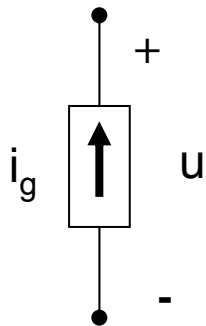
- El signo + se pone en el punto a mayor potencial
- Si se conecta una carga al generador de tensión ideal, éste suministrará corriente al circuito.

- Característica u/i del dispositivo



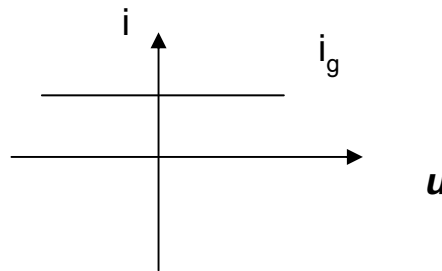
Fuente de corriente ideal

- Dispositivo que proporciona energía con una determinada corriente que es independiente de la tensión en bornes



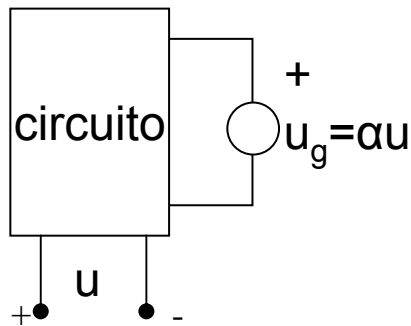
- La flecha indica el sentido de circulación de la corriente
- La tensión en bornes de la fuente depende de la carga conectada a ella (no tiene por qué ser 0!!!)

- Característica u/i

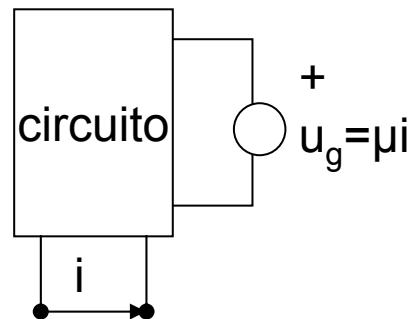


Fuentes dependientes

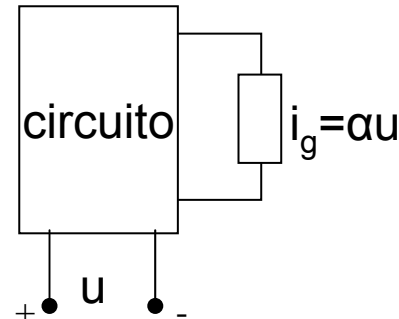
- La magnitud de la fuente dependiente está ligada a otra magnitud de un elemento determinado del circuito
- Cuatro tipos de fuentes



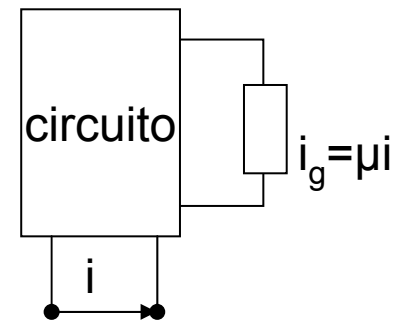
F. TENSIÓN
controlada
por TENSIÓN



F. TENSIÓN
controlada
por CORRIENTE



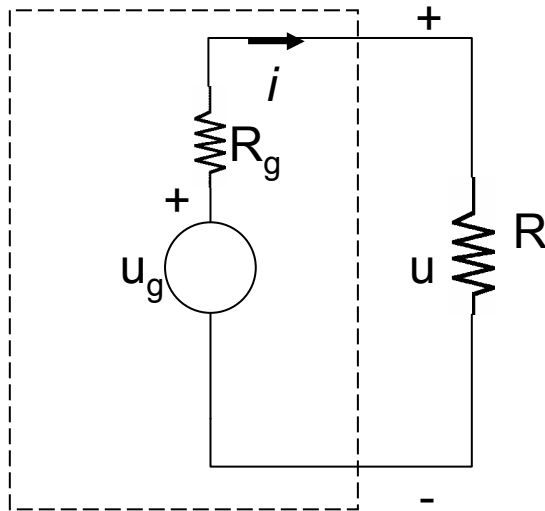
F. CORRIENTE
controlada
por TENSIÓN



F. CORRIENTE
controlada
por CORRIENTE

Fuente de tensión real

- Elemento de un circuito que proporciona energía eléctrica con una determinada tensión $u(t)$ que depende de la corriente que pasa por él

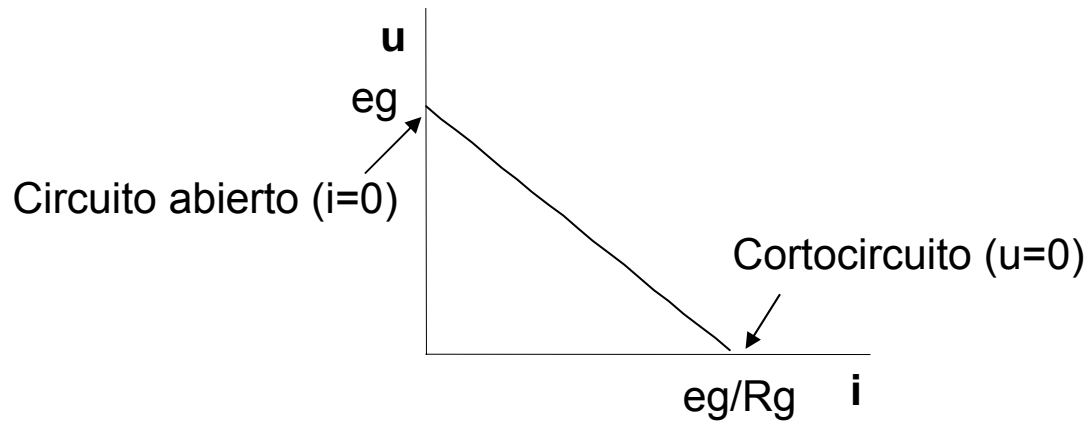


- Se representa mediante una resistencia interna R_g de la fuente
- Cuanto mayor sea la corriente que atraviesa la fuente mayor será su caída de tensión interna

$$u = e_g - R_g i$$

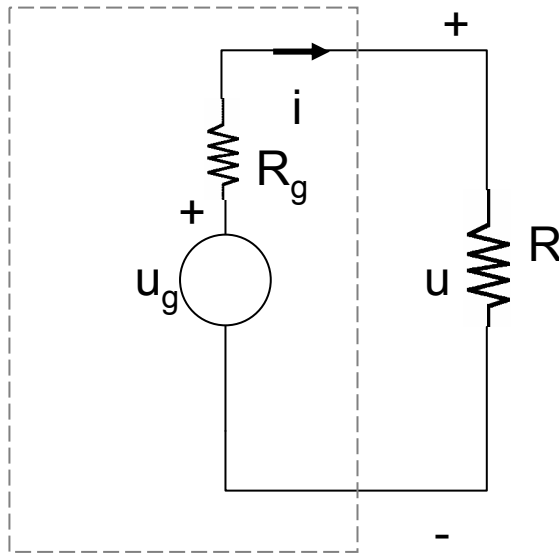
Fuente de tensión real

- Curva u/i



Potencia entregada por una fuente de tensión

- Al conectar R se genera una corriente



$$i = \frac{e_g}{R_g + R} \quad \Rightarrow \quad u = Ri = R \cdot \frac{e_g}{R_g + R}$$

$$p = ui = R \cdot \frac{e_g^2}{(R_g + R)^2}$$

Parte de la potencia entregada por la fuente se consume en su resistencia interna

$$p_g = R_g \cdot \frac{e_g^2}{(R_g + R)^2}$$

- Rendimiento de la fuente

$$\eta = \frac{p}{p + p_g} = \frac{R}{R + R_g} \quad \left\{ \begin{array}{l} \eta \rightarrow 1 \\ R \rightarrow \infty \end{array} \right.$$

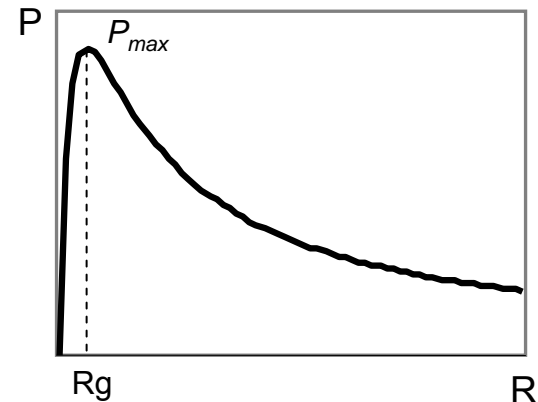
Transferencia de máxima potencia

- La transferencia de potencia depende tanto de R_g como de R
- La máxima transferencia se obtiene cuando

$$\frac{dp}{dR} = 0 \Rightarrow R = R_g \Rightarrow P_{\max} = \frac{e_g^2}{4R}$$

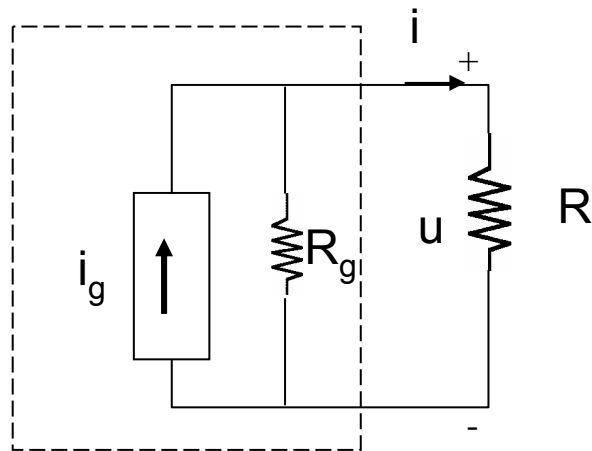
En este caso el rendimiento es del 50%

$$\eta = \frac{R}{R + R_g} = 50\%$$



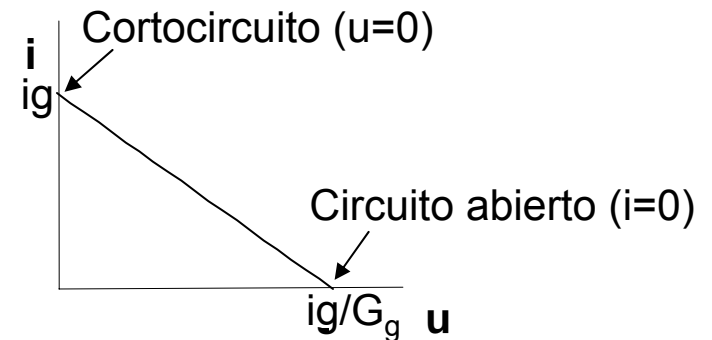
Fuente de corriente real

- Elemento que proporciona energía eléctrica con una determinada $i(t)$ que depende de la tensión en bornes



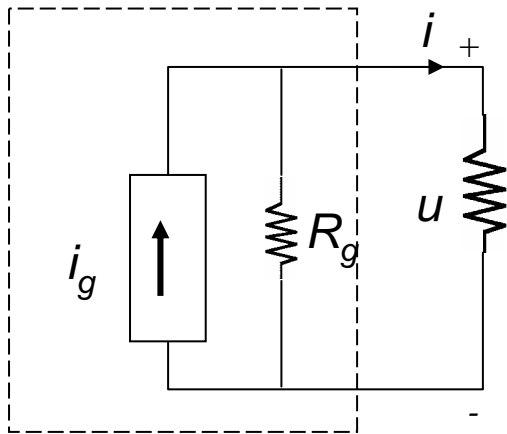
$$i = i_g - u / R_g$$

- Curva u/i



Potencia entregada por una fuente de corriente real

- Al conectar una carga (resistencia R), se genera una corriente

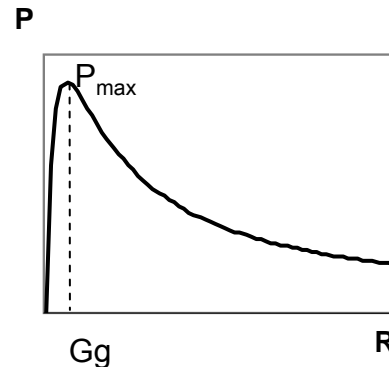


$$i = i_g - \frac{u}{R_g} = i_g - G_g u \quad \Rightarrow \quad u = \frac{i_g - i}{G_g}$$

$$p = ui = G \cdot \frac{i_g^2}{(G_g + G)^2}$$

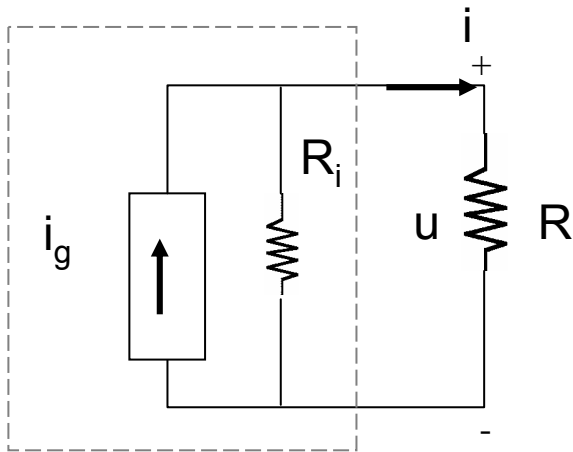
- Potencia máxima

$$\frac{dp}{dR} = 0 \Rightarrow G = G_g \Rightarrow P_{\max} = \frac{i_g^2}{4G_g}$$



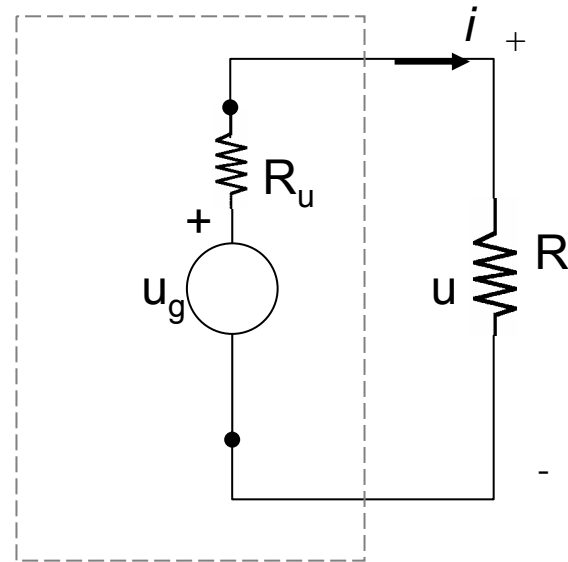
Fuentes reales equivalentes

- Dos fuentes reales son equivalentes (de cara al resto de la red) si para cualquier tensión aplicada suministran la misma corriente



$$i = i_g - u / R_i$$

$$i_g = \frac{u_g}{R_u} \text{ y } R_u = R_i$$



$$u = u_g - R_u i$$

Herramientas para la resolución de circuitos

- Leyes de Kirchoff
- Ecuaciones de definición de los elementos
 - Asociaciones serie-paralelo
 - Asociaciones estrella-triángulo
 - Divisor de tensión
 - Divisor de corriente
 - Transformación de fuentes