Materiales II

09_08_01.mcd

La madera es un material compuesto altamente anisótropo como consecuencia de su estructura celular. Una cuestión prioritaria a tener en cuenta en el diseño y construcción con este material es el cambio de forma que sufre como consecuencia de la variación en su contenido de agua (p.ej. debido al secado, a cambios de humedad y temperatura ambientes entre verano e invierno, etc). De modo general, la deformación del material y la variación de su contenido en humedad se pueden expresar como:

$$\varepsilon = \alpha \cdot \Delta x_w$$

donde

ε es el tensor deformación (-)

α es un coeficiente tensorial de proporcionalidad (-)

Δx_w es la variación del contenido de agua en la madera (fracción másica) respecto a un valor de referencia $x_{ref} = 0.12$, es decir, $\Delta x_w = x - x_{ref}$.

Para una muestra de madera de pino albar, el coeficiente α determinado experimentalmente es:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0.53 & 0 & 0 \\ 0 & 0.38 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

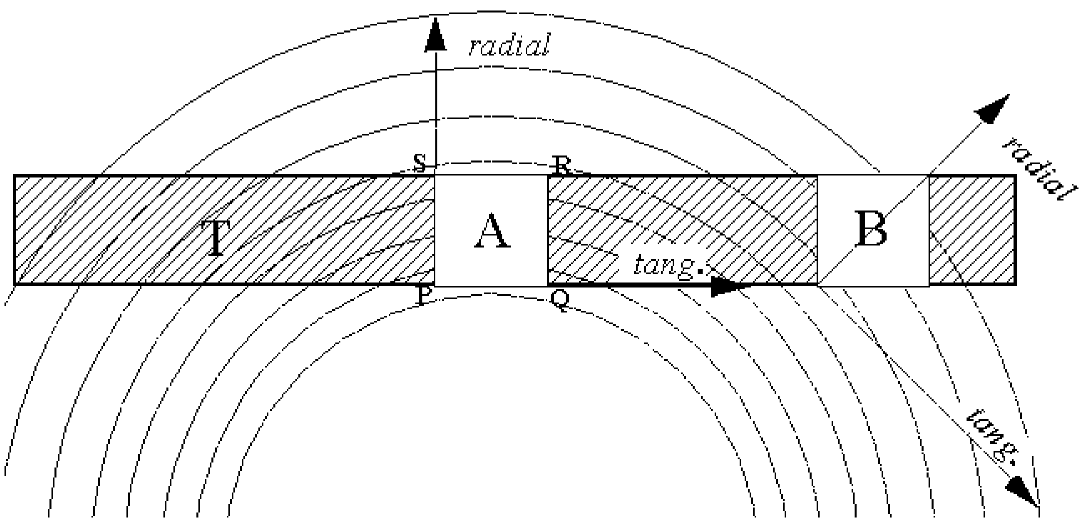
expresado en un sistema de coordenadas cartesiano en el que el eje 1 es colineal con la dirección tangencial, el 2 con la radial y el 3 con el eje del tronco (considerado como un cilindro recto; ver Fig. 14.37). De esta madera, seca al 12% ($x = 0.12$), se labran dos jácenas A y B de las siguientes dimensiones a partir de un mismo tablón T (ver la figura inferior; la sección de la viga B es la misma que la de A, pero está girada 45º respecto a A):

- $l_1 = 0.12$ m en la dirección del eje 1
- $l_2 = 0.12$ m en la dirección del eje 2
- $l_3 = 3.50$ m en la dirección del eje 3.

Determina qué variaciones estacionales sufren las vigas si en el verano el contenido de humedad baja al $x_{min} = 0.06$ y en invierno sube al $x_{max} = 0.20$.

(notas: el valor $x_{ref} = 0.12$ corresponde al contenido de agua de la madera considerada como "seca", que es el estado en el que se le da forma por labra, regrueso, fresado, moldurado, etc. Variaciones del contenido de humedad de la madera por encima o por debajo de x_{ref} producen distorsiones de la forma mecanizada).

Nótese también que la dependencia entre variación de humedad y la deformación de la madera es formalmente idéntica a la relación entre deformación y cambio de temperatura en un material cualquiera).



Solución: Para la jácena A y para x_{min}, la deformación es:

$$\varepsilon_{min} = \alpha\cdot(x_{min} - x_{ref}) \qquad \varepsilon_{min} = \begin{pmatrix} -0.0318 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0228 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A la vista de la forma de ε_{min}, la deformación que sufre la jácena es una contracción en dos de las direcciones de los tres ejes de referencia, que coinciden con sus aristas. Sus nuevas dimensiones son por tanto:

$$l_{1.min} = l_1\cdot\left(1 + \varepsilon_{min_{1,1}}\right) \qquad l_{1.min} = 0.116 \quad m$$

$$l_{2.min} = l_2\cdot\left(1 + \varepsilon_{min_{2,2}}\right) \qquad l_{2.min} = 0.117 \quad m$$

$$l_{3.min} = l_3\cdot\left(1 + \varepsilon_{min_{3,3}}\right) \qquad l_{3.min} = 3.5 \quad m$$

Igualmente para x_{max}:

$$\varepsilon_{max} = \alpha\cdot(x_{max} - x_{ref}) \qquad \varepsilon_{max} = \begin{pmatrix} 0.0424 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0304 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$l_{1.max} = l_1\cdot\left(1 + \varepsilon_{max_{1,1}}\right) \qquad l_{1.max} = 0.125 \quad m$$

$$l_{2.max} = l_2\cdot\left(1 + \varepsilon_{max_{2,2}}\right) \qquad l_{2.max} = 0.124 \quad m$$

$$l_{3.max} = l_3\cdot\left(1 + \varepsilon_{max_{3,3}}\right) \qquad l_{3.max} = 3.5 \quad m$$

Para visualizar claramente el campo de deformación para la humedad minima (madera seca) consideramos sólo las dos dimensiones en las que hay deformación y aumentamos *(sólo a efectos de representación gráfica)* los desplazamientos en un factor de 10.

Campo de deformación:

$$u1(x_1, x_2) = 10\,\varepsilon_{min_{1,1}}\cdot x_1 \qquad u2(x_1, x_2) = 10\,\varepsilon_{min_{2,2}}\cdot x_2$$

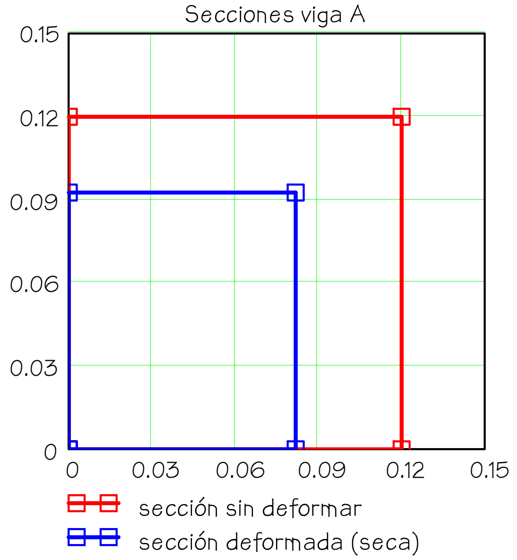
Vértices de la sección transversal de la viga:

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} l_1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad R = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} \qquad S = \begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad R = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.12 \end{pmatrix} \qquad S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.12 \end{pmatrix}$$

$$X\_sección = \begin{pmatrix} P_1 \\ Q_1 \\ R_1 \\ S_1 \\ P_1 \end{pmatrix} \qquad Y\_sección = \begin{pmatrix} P_2 \\ Q_2 \\ R_2 \\ S_2 \\ P_2 \end{pmatrix}$$

$$X\_sección\_deformada = \begin{pmatrix} P_1 + u1(P_1, P_2) \\ Q_1 + u1(Q_1, Q_2) \\ R_1 + u1(R_1, R_2) \\ S_1 + u1(S_1, S_2) \\ P_1 + u1(P_1, P_2) \end{pmatrix} \qquad Y\_sección\_deformada = \begin{pmatrix} P_2 + u2(P_1, P_2) \\ Q_2 + u2(Q_1, Q_2) \\ R_2 + u2(R_1, R_2) \\ S_2 + u2(S_1, S_2) \\ P_2 + u2(P_1, P_2) \end{pmatrix}$$



La jácena B, en su sistema de coordenadas es la misma que la A, rotada 45°. Por tanto giramos los vértices de la viga A 45° por medio de la matriz L:

$$L = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

(evidentemente también es posible escribir directamente las coordenadas de los vértices de la viga B).

$$P = L \cdot P \qquad Q = L \cdot Q \qquad R = L \cdot R \qquad S = L \cdot S$$

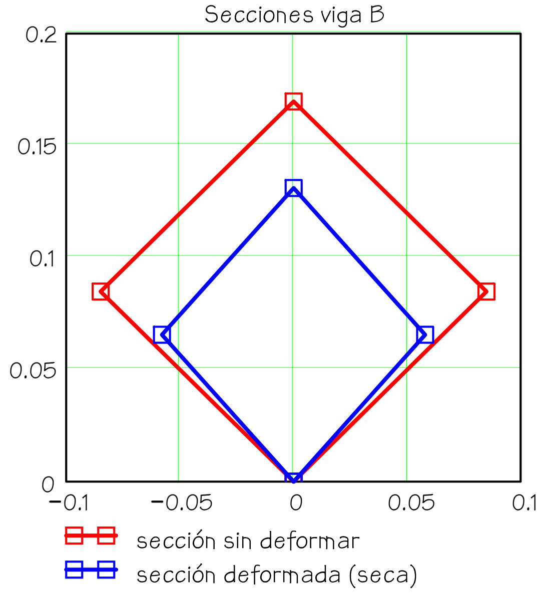
$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} 0.085 \\ 0.085 \end{pmatrix} \qquad R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.17 \end{pmatrix} \qquad S = \begin{pmatrix} -0.085 \\ 0.085 \end{pmatrix}$$

$$X\_sección = \begin{pmatrix} P_1 \\ Q_1 \\ R_1 \\ S_1 \\ P_1 \end{pmatrix} \qquad Y\_sección = \begin{pmatrix} P_2 \\ Q_2 \\ R_2 \\ S_2 \\ P_2 \end{pmatrix}$$

Análogamente a como se hace para la A, para el caso de humedad mínima:

$$X\_sección\_deformada = \begin{pmatrix} P_1 + u1(P_1, P_2) \\ Q_1 + u1(Q_1, Q_2) \\ R_1 + u1(R_1, R_2) \\ S_1 + u1(S_1, S_2) \\ P_1 + u1(P_1, P_2) \end{pmatrix} \qquad Y\_sección\_deformada = \begin{pmatrix} P_2 + u2(P_1, P_2) \\ Q_2 + u2(Q_1, Q_2) \\ R_2 + u2(R_1, R_2) \\ S_2 + u2(S_1, S_2) \\ P_2 + u2(P_1, P_2) \end{pmatrix}$$

$$X\_sección\_deformada = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.058 \\ 0 \\ -0.058 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad Y\_sección\_deformada = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.066 \\ 0.131 \\ 0.066 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Se comprueba por tanto que:

- incluso dos vigas que provienen del mismo tablón y tienen las mismas dimensiones iniciales, se deforman de modo muy diferente al variar su humedad, dependiendo de su orientación respecto a los ejes principales del tronco.
- vigas aparentemente idénticas, de sección inicialmente igual (cuadrada) se pueden deformar manteniendo ángulos rectos (caso A) o no (caso B) según de qué parte del tronco hayan sido serradas
- la distorsión por cambio del contenido de agua en la madera es prácticamente nulo en la dirección axial, máximo en la dirección tangencial e intermedio en la dirección radial.

Comparar las vigas deformadas (en azul en las gráficas anteriores) con las correspondientes secciones de la Figura 14.43, en particular la del centro y la de la derecha en la fila del medio.

Estas deformaciones son típicas de las maderas macizas y no son despreciables casi nunca. Deben ser tenidas en cuenta al diseñar estructuras de madera. Por comparación, las variaciones dimensionales (deformación) de una viga de hierro usada en construcción y debidas a cambios de temperatura entre estaciones es del orden de 10^{-5}, frente a valores como $\varepsilon_{max_{1,1}} = 0.042$, en el caso de la madera, en este caso debidas a cambios de humedad.

Mientras que las deformaciones (inducidas por cambios de temperatura) en estructuras metálicas o de hormigón son despreciables en la mayoría de los casos, las deformaciones (inducidas por cambios de humedad) en estructuras de madera casi nunca son despreciables y obligan al empleo de sistemas constructivos más complejos y capaces de absorberlas sin pérdida de su integridad mecánica.