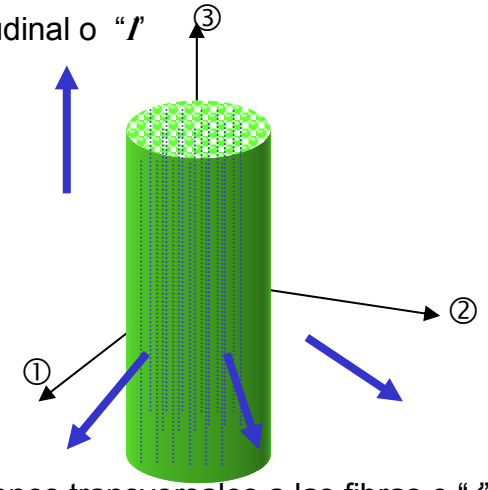
Problema 09_02_03

Para un material compuesto de fibra alineada unidireccionalmente (con un eje de orden infinito y con estructura para la matriz de complianza igual que para hexagonal), expresar los elementos de la matriz de complianza en función de los módulos de Young, de cortadura y de las relaciones de Poisson del compuesto que se indican:

Dirección de las fibras, longitudinal o "*l*"



Direcciones transversales a las fibras o "*t*" (todas las del plano ①② son equivalentes)

E_l **módulo de Young longitudinal[1]**

E_t **módulo de Young transversal**

$G_{tl} = G_{lt}$ **módulo a cortadura longitudinal-transversal[2]**

G_{tt} **módulo a cortadura transversal-transversal[3]**

ν_{lt} **relación de Poisson longitudinal-transversal[4]**

ν_{tl} **relación de Poisson transversal- longitudinal[5]**

ν_{tt} **relación de Poisson transversal- transversal**

(de todos estos parámetros, sólo 5 son independientes;ver estructura de la matriz de complianza para el sistema hexagonal en 08_01_01)

[1] El módulo de Young longitudinal (transversal) es la relación entre esfuerzo longitudinal (transversal)l y deformación longitudinal (transversal)

[2] El módulo a cortadura longitudinal-transversal es la relación entre esfuerzo cortante longitudinal-transversal y la def. angular longitudinal-transversal

[3] El módulo a cortadura transversal- transversal es la relación entre esfuerzo cortante transversal -transversal y la def. angular transversal -transversal

[4] La relación de Poisson longitudinal-transversal indica la contracción transversal por unidad de extensión longitudinal.

[5] La relación de Poisson transversal-longitudinal indica la contracción longitudinal por unidad de extensión transversal.

Problema 09_02_03

Procediendo igual que para el material isótropo (ver 08_01_01),

$$\vec{\varepsilon} = \underset{\sim}{s}\vec{\tau}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= s_{11}\tau_1 + s_{12}\tau_2 + s_{13}\tau_3 \\
\varepsilon_2 &= s_{12}\tau_1 + s_{11}\tau_2 + s_{13}\tau_3 \\
\varepsilon_3 &= s_{13}\tau_1 + s_{13}\tau_2 + s_{33}\tau_3 \\
\varepsilon_4 &= s_{44}\tau_4 \\
\varepsilon_5 &= s_{44}\tau_5 \\
\varepsilon_6 &= 2(s_{11} - s_{12})\tau_6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{1}{E_t}\tau_1 - \frac{\nu_{tt}}{E_t}\tau_2 - \frac{\nu_{lt}}{E_l}\tau_3 \\
\varepsilon_2 &= \frac{-\nu_{tt}}{E_t}\tau_1 + \frac{1}{E_t}\tau_2 - \frac{\nu_{lt}}{E_l}\tau_3 \\
\varepsilon_3 &= \frac{-\nu_{tl}}{E_t}\tau_1 - \frac{\nu_{tl}}{E_t}\tau_2 + \frac{1}{E_l}\tau_3 \\
\varepsilon_4 &= \frac{1}{G_{tl}}\tau_4 \\
\varepsilon_5 &= \frac{1}{G_{tl}}\tau_5 \\
\varepsilon_6 &= \frac{1}{G_{tt}}\tau_6
\end{aligned}$$

Identificando coeficientes:

Al escribir se tiene en cuenta la estructura de $\underset{\sim}{s}$ para el hexagonal:

$$\begin{aligned}
&s_{11} = s_{22}, \quad s_{12} = s_{21}, \quad s_{33} \\
&s_{13} = s_{31} = s_{23} = s_{32} \\
&s_{44} = s_{55} \\
&s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})
\end{aligned}$$

$$s_{11} = 1/E_t \qquad s_{12} = -\nu_{tt}/E_t \qquad s_{33} = 1/E_l \qquad s_{13} = -\nu_{lt}/E_l \qquad s_{44} = 1/G_{lt}$$

que es una posible elección de los cinco parámetros necesarios para describir el material isótropo. El resto de los parámetros se obtiene en función de los elegidos identificando dos coeficientes más:

$$1/G_{tt} = 2(s_{11} - s_{12}) \quad \Rightarrow \quad G_{tt} = \frac{E_t}{2(1+\nu_{tt})} \qquad s_{31} = s_{13} \quad \Rightarrow \quad -\nu_{tl}/E_t = -\nu_{lt}/E_l \quad \Rightarrow \quad \nu_{tl} = \nu_{lt}E_t/E_l$$