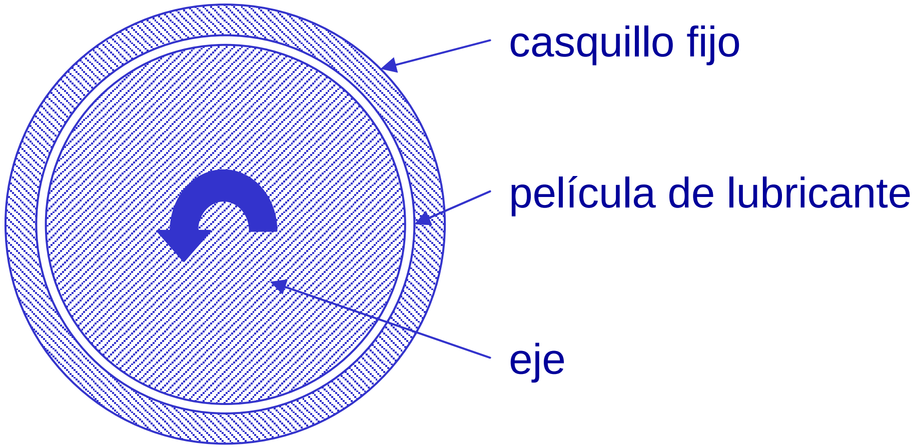
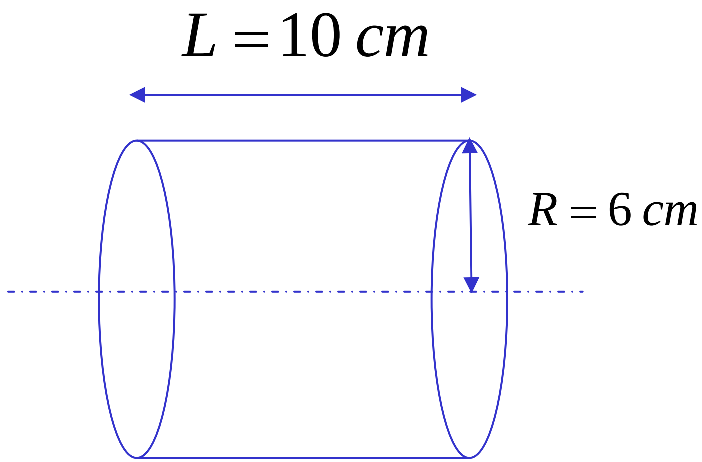
Problema 07_06_01

En la mayoría de los lubricantes sintéticos, se añade un polímero como aditivo a un aceite. La adición del polímero hace que el lubricante tenga una viscosidad variable y dependiente de la velocidad de deformación $\dot{\gamma}$:

$$\eta(\dot{\gamma}) = 5\times 10^3 \dot{\gamma}^{-0.6} \quad \text{Pa.s}$$

Este aceite se usa como lubricante entre un casquillo fijo y un eje de las dimensiones que se indican en la figura. El eje gira a una velocidad de 120 rpm y se considera que es concéntrico con el casquillo[1]. La holgura entre ambos es de $\delta = 200\ \mu m$





[1] en realidad el eje debe ser excéntrico para conseguir el efecto de lubricación hidrodinámica. En el problema del eje excéntrico el material lubricante no está sometido a un gradiente de velocidad espacialmente uniforme, es decir, no es un problema homogéneo y por tanto no pertenece a esta asignatura, sino a Mecánica de Fluidos o Mecánica.

Problema 07_06_01

El lubricante polimérico es no newtoniano y obedece a la ley constitutiva del fluido newtoniano generalizado:

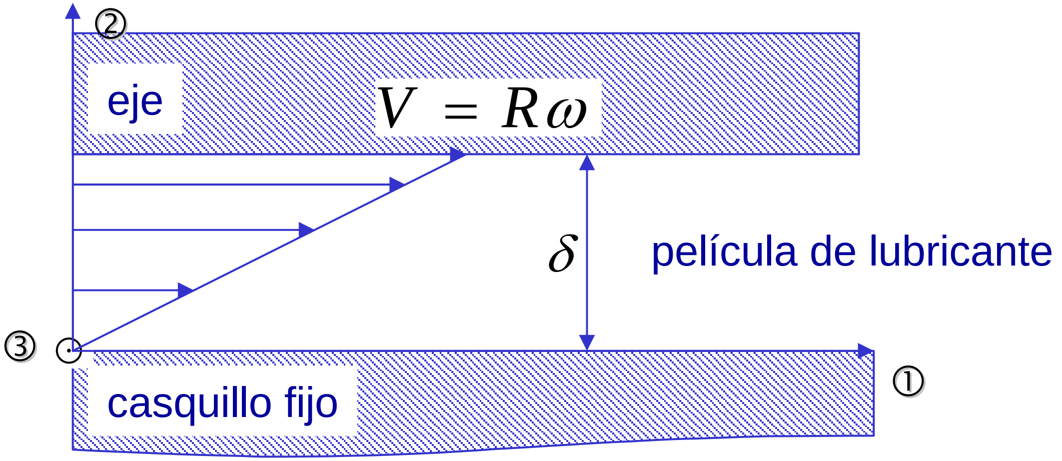
$$\underline{\underline{\tau}} = -\eta(\dot{\gamma})\underline{\underline{\dot{\gamma}}}$$

Teniendo en cuenta que $\delta \ll R$, calcular:

- el par resistente necesario para hacer girar el eje en estado estacionario,
- la potencia consumida por disipación viscosa.

Problema 07_06_01

Puesto que la holgura es mucho menor que el radio del eje o del casquillo, se puede despreciar la curvatura. El campo de velocidad en estado estacionario es por tanto (v en m/s y ω en rad/s):



$$\begin{cases} v_1(x_1, x_2, x_3) = R\omega \dfrac{x_2}{\delta} \\ v_2(x_1, x_2, x_3) = 0 \\ v_3(x_1, x_2, x_3) = 0 \end{cases}$$

y el gradiente de velocidad simetrizado: $\underline{\underline{\dot{\gamma}}} = \underline{\nabla}\,\underline{v} + \left(\underline{\nabla}\,\underline{v}\right)^T$ $\qquad \underline{\underline{\dot{\gamma}}} = \begin{bmatrix} 0 & R\omega/\delta & 0 \\ R\omega/\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

cuyo módulo es: $\dot{\gamma} = \left|\underline{\underline{\dot{\gamma}}}\right| = \sqrt{\dfrac{1}{2}\underline{\underline{\dot{\gamma}}} : \underline{\underline{\dot{\gamma}}}^T} = \sqrt{\dfrac{1}{2}\dot{\gamma}_{ij}\dot{\gamma}_{ij}} = \dfrac{R\omega}{\delta} = 3770\ s^{-1}$

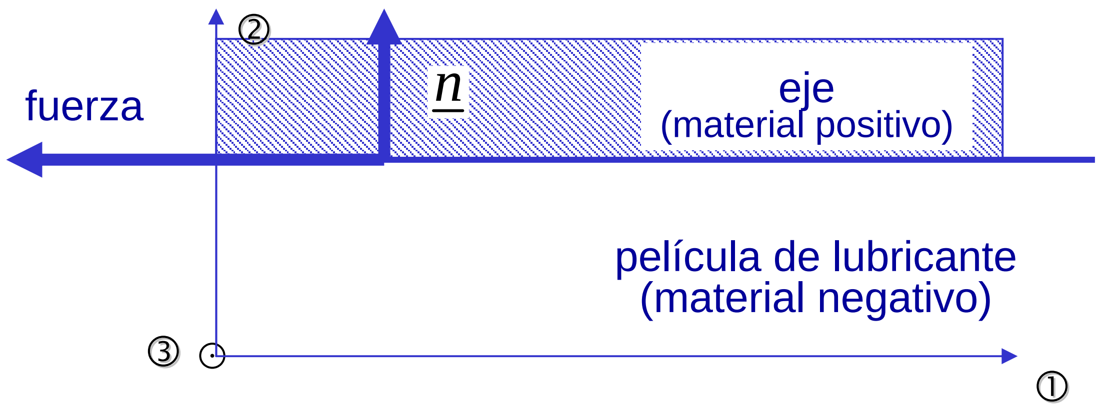
Por tanto a la velocidad de giro dada, la viscosidad del lubricante polimérico es:

$$\eta(\dot{\gamma}) = 5\times10^3 \times 3770^{-0.6} = 35.7\ \text{Pa.s}$$

Problema 07_06_01

El tensor de esfuerzos o de tensiones es: $\underline{\underline{\tau}} = -\eta(\dot{\gamma})\underline{\underline{\dot{\gamma}}} = \begin{bmatrix} 0 & -\eta(\dot{\gamma})R\omega/\delta & 0 \\ -\eta(\dot{\gamma})R\omega/\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

De acuerdo con la definición de esfuerzo para fluidos, τ_{21} es negativo, lo que es consistente con que la fuerza de resistencia viscosa del lubricante al giro del eje actúa en sentido -① sobre una superficie cuya normal exterior apunta en sentido +②



Puesto que toda la superficie exterior del eje está sometida a este mismo esfuerzo cortante, y la fuerza de resistencia viscosa es perpendicular al radio del eje, el par resistente total es:

$$\boxed{M = 2\pi R^3 L\eta(\dot{\gamma})\omega/\delta = 306\ \text{N.m}}$$

Y la potencia disipada por viscosidad del lubricante: $\boxed{M\omega = 2\pi R^3 L\eta(\dot{\gamma})\omega^2/\delta = 3.85\ \text{kW}}$