Materiales II

07_05_02.mcd

El termoformado es una técnica de procesado muy extendida en la que una lámina de material polimérico calentada por encima de su temperatura de transición vítrea se deforma por efecto del vacío, de un pistón o de ambos a la vez. El termoformado se utiliza con mucha frecuencia para fabricar recipientes, envases y pequeños contenedores.

En un proceso de fabricación de envases cilíndricos de poliestireno (ilustrado en la figura) el pistón tiene un diámetro exterior $D = 0.07$ m. A los $t = 0.3$ s del comienzo del avance del pistón, el espesor de la pared de PS en el punto P de la figura es $\delta = 0.0013$ m y el campo de velocidad (denominado campo de velocidad "extensional plano") en dicha pared está dado por:

$$v_1(x_1, x_2, x_3) = -\varepsilon \cdot x_1 \qquad \text{con} \qquad \varepsilon = 34 \quad s^{-1}$$

$$v_2(x_1, x_2, x_3) = 0$$

$$v_3(x_1, x_2, x_3) = \varepsilon \cdot x_3$$

referido a un sistema de coordenadas cartesiano centrado en P y con los siguientes ejes:

- eje 1 en la dirección radial del pistón
- eje 2 en la dirección tangencial del pistón
- eje 3 en la dirección de avance del pistón

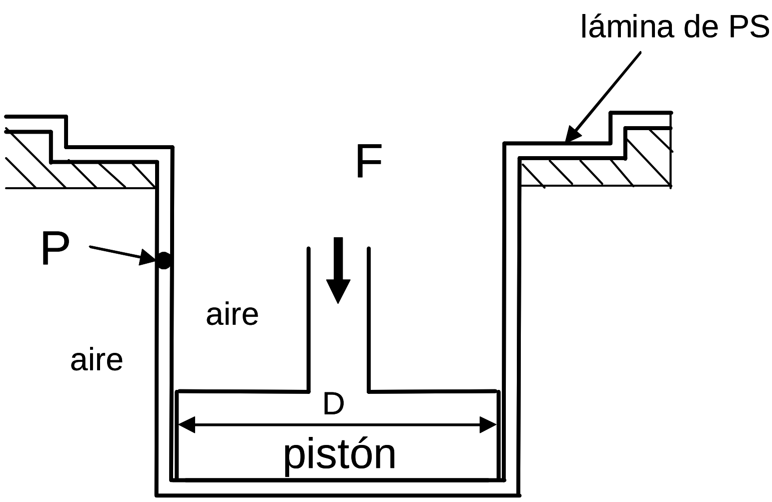
Por su parte, la viscosidad del PS fundido a la temperatura de trabajo obedece a la siguiente relación

$$\eta(\gamma_{mod}) = 5.11 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{(1 + 8.2\gamma_{mod})^{0.6}}$$

donde η es la viscosidad del PS en Pa.s y γ_{mod} es el módulo del tensor de velocidad de deformación, γ_{punto} en s^{-1}. El tensor de esfuerzos en el PS fundido depende de la viscosidad y de γ_{punto} según la siguiente ec. constitutiva (fluido newtoniano generalizado):

$$\tau = -\eta(\gamma_{mod}) \cdot \left(\nabla v + \nabla v^T\right) \quad \text{(Pa)}$$

donde γmod se calcula como el módulo: $\gamma_{mod} = \left|\nabla v + \nabla v^T\right|$



Determinar:

- la viscosidad del PS en el punto indicado y en ese momento.
- la fuerza (viscosa, de "resistencia") que ejerce el PS sobre el pistón en ese momento (y que es una de las contribuciones a la fuerza que debe realizar el pistón para avanzar deformando la lámina).

Solución: la viscosidad depende del módulo del tensor velocidad de deformación. Éste es:

$$\nabla v = \begin{pmatrix} -\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \qquad \gamma punto = \nabla v + \nabla v^T \qquad \gamma punto = \begin{pmatrix} -68.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 68.000 \end{pmatrix}$$

Y su módulo es: $\gamma mod = \sqrt{\frac{1}{2}\gamma punto_{i,j} \cdot \gamma punto_{i,j}}$ (convenio de sumación sobre índices repetidos)

O bien (sin utilizar el convenio de sumación de índices repetidos $\sqrt{\frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left(\gamma punto_{i,j}\right)^2\right]} = 68$ s^{-1}

expresión con 9 términos, que en este caso se reduce a $\gamma mod = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\gamma punto_{1,1}\right)^2 + \left(\gamma punto_{3,3}\right)^2\right]}$

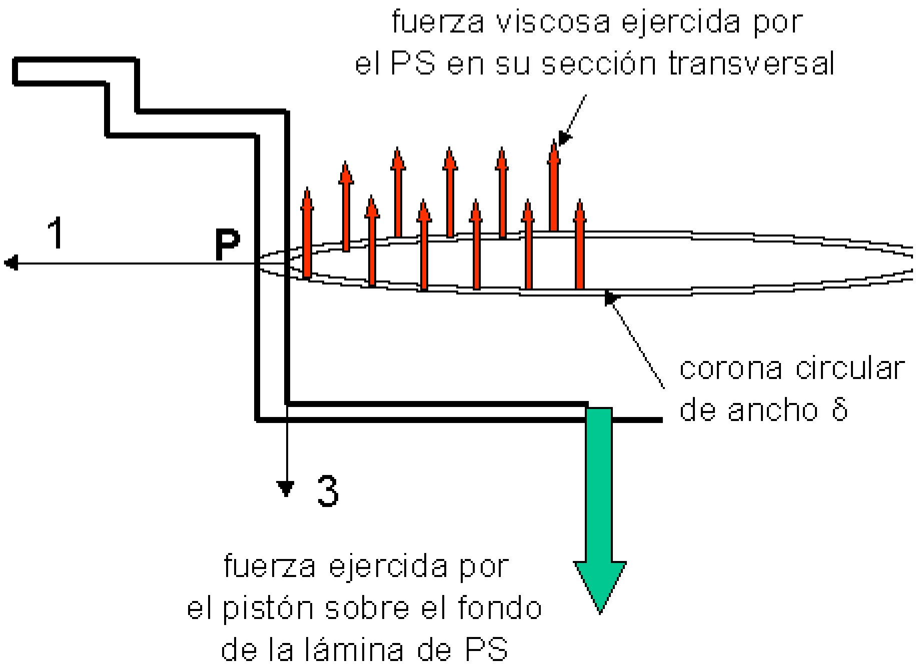
La viscosidad se obtiene entonces de la expresión dada: $\eta\left(\gamma mod\right) = 1.15 \times 10^4$ Pa.s

Para calcular la fuerza que ejerce el polímero fundido sobre el pistón se debe en primer lugar obtener el tenso de esfuerzos en el PS por medio de la Ec. Constitutiva dada:

$$\tau = -\eta\left(\gamma mod\right) \cdot \gamma punto \qquad \tau = \begin{pmatrix} 781033 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -781033 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

La componente 1,1 de τ no es nula y corresponde a la fuerza ejercida en dirección 1 sobre una superficie cuya normal apunta en dirección 1, es decir, la superficie libre del fluido. Tiene por tanto que ser igual a la presión ejercida por la atmósfera, es decir, la referencia o cero de esfuerzo normal. Esto implica que el esfuerzo $\tau_{3,3}$ debe medirse o calcularse relativo a este cero, es decir, a su valor debe restársele el de $\tau_{1,1}$. Físicamente refleja el hecho de que, al estar la superficie libre en equilibrio, la presión atmosférica iguala a la componente (o componentes) diagonal de τ que corresponde(n) a una superficie libre. El esfuerzo a realizar es el valor correspondiente, p.ej. $\tau_{3,3}$ en este caso, medido desde la presión atmosférica, que es, en este caso, igual a $\tau_{1,1}$. Igualmente, la componente τ2,2 debe ser corregida y corresponde por tanto en realidad a un esfuerzo $\tau_{2,2} - \tau_{1,1} = -781032.766$ Pa, cuyo signo indica que en dirección periférica (eje 2) existe un estado de tracción o depresión (en la literatura, para este tipo de geometría, la componente $\tau_{2,2}$ del esfuerzo se denomina "hoop stress").

La fuerza total (ver figura) se obtiene multiplicando el esfuerzo (que es constante en toda la sección) por el área en la sección transversal del cilindro (corona circular) de PS en el punto P:



$$F = \left(\tau_{3,3} - \tau_{1,1}\right)\cdot\left[\pi\cdot\left(\frac{D}{2}+\delta\right)^2 - \pi\cdot\left(\frac{D}{2}\right)^2\right] \qquad F = -455 \quad \mathrm{N}$$

r