UNIVERSIDAD NEBRIJA

MABH IME 108 – CÁLCULO, DISEÑO Y ENSAYO DE MÁQUINAS

TEMA 4. DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

Prof. Dr. José Luis Olazagoitia MABH

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

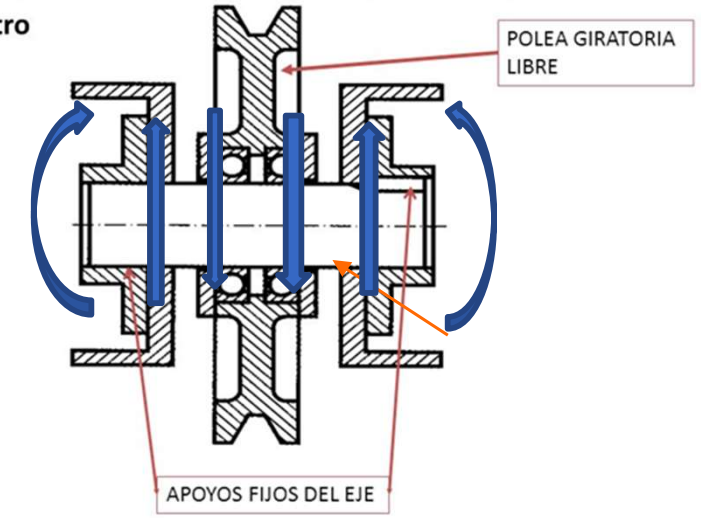
1. Introducción
2. Materiales para fabricar ejes
3. Configuración del eje
4. Diseño de ejes para el esfuerzo
5. Consideraciones sobre deflexión
6. Velocidades críticas de ejes
7. Componentes diversos de los ejes

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
1. INTRODUCCIÓN

- Concepto de eje
  - "*Un eje es un elemento no giratorio que no transmite par de torsión que se utiliza para soportar ruedas rotatorias, poleas y elementos parecidos*"
  - El eje de un automóvil no es un eje verdadero. El término es un remanente de la era de caballo y la calesa, cuando las ruedas giraban sobre elementos no rotatorios.

Eje

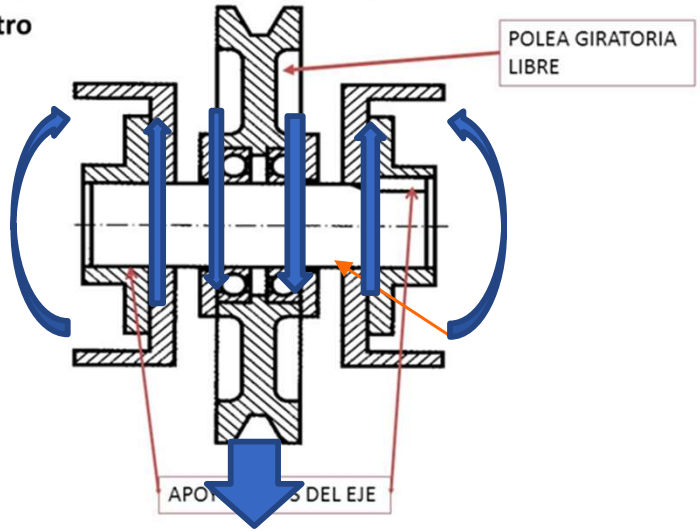
Pieza estática que soporta a otros elementos que giran alrededor de él: poleas, ruedas dentadas. **No transmiten potencia**. Se encuentran sometidos esfuerzos de flexión y cortantes. **Su longitud es mucho mayor en proporción que su diámetro**

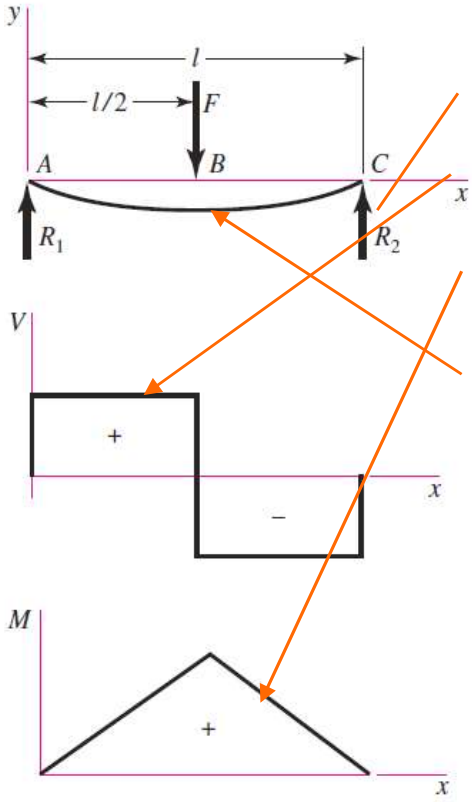


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
1. INTRODUCCIÓN

- Concepto de eje
  - Un eje no giratorio puede diseñarse con facilidad y analizarse como una viga estática.

Eje Pieza estática que soporta a otros elementos que giran alrededor de él: poleas, ruedas dentadas. **No transmiten potencia**. Se encuentran sometidos **esfuerzos** de **flexión** y **cortantes**. **Su longitud es mucho mayor en proporción que su diámetro**





Reacciones

$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$$

Esfuerzos cortantes

$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

Momentos flectores

$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$

Deformadas

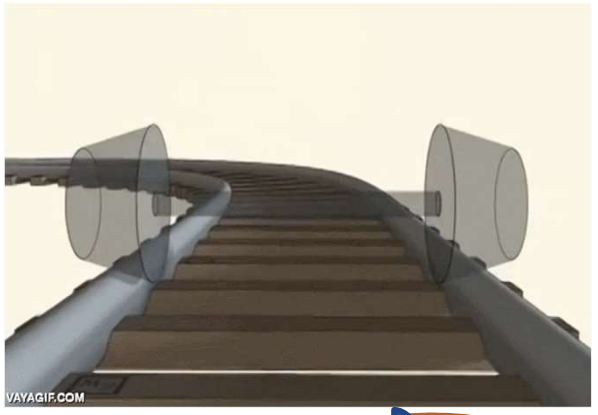
$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$

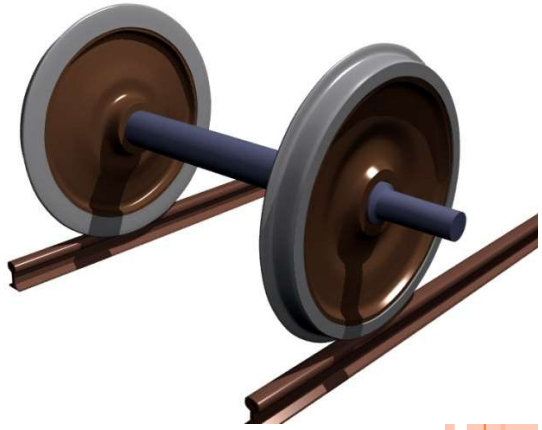
$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

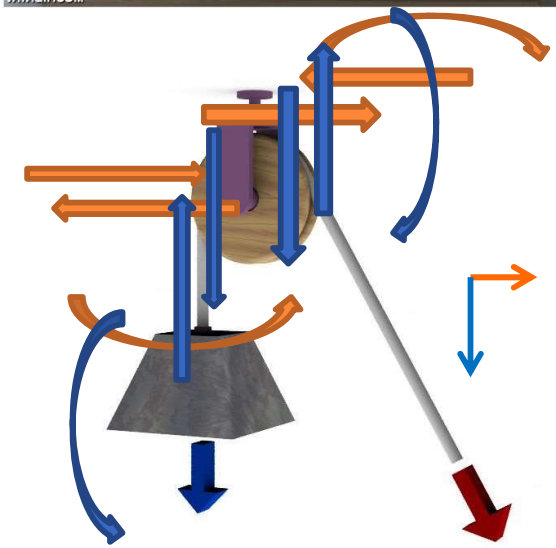
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

1. INTRODUCCIÓN

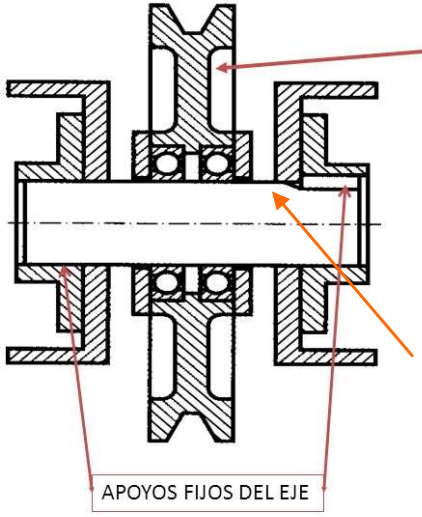
- Concepto de eje
  - "*Un eje es un elemento no giratorio que no transmite par de torsión que se utiliza para soportar ruedas rotatorias, poleas y elementos parecidos*"







Eje Pieza estática que soporta a otros elementos que giran alrededor de él: poleas, ruedas dentadas. **No transmiten potencia**. Se encuentran sometidos **esfuerzos** de **flexión** y **cortantes**. **Su longitud es mucho mayor en proporción que su diámetro**

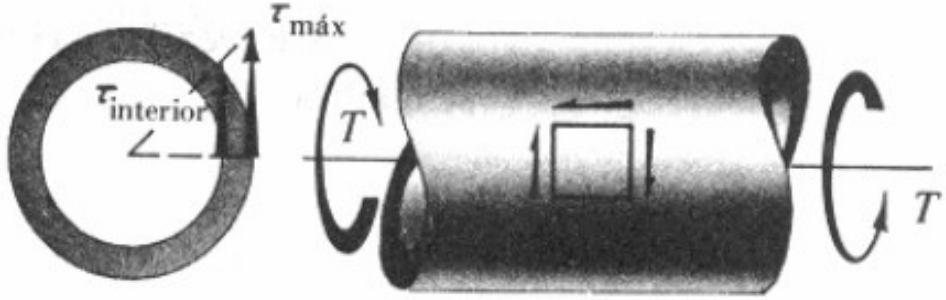


Esfuerzo predominantes en función distancia entre caras y características geométricas eje.

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

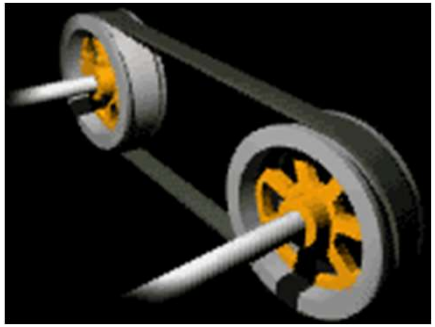
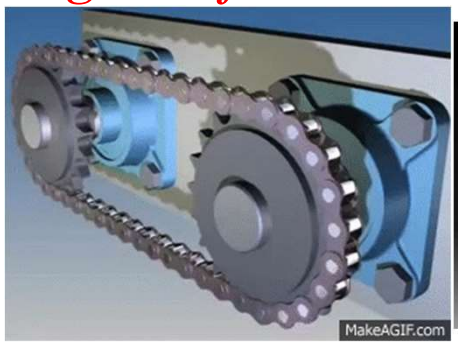
1. INTRODUCCIÓN

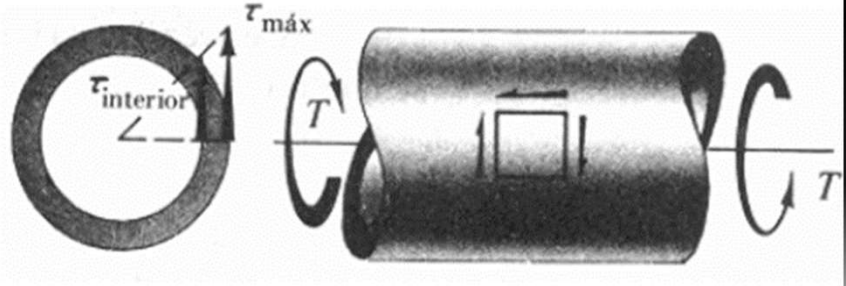
- Concepto de árbol transmisor de potencia
  - "*Un árbol de transmisión, también llamado árbol principal es aquel que recibe la potencia de una máquina motriz y la transmite a máquinas conectadas a él por medio de correas, cadenas o engranajes.*"
- El árbol de potencia, generalmente de sección transversal circular, se emplea por tanto para transmitir potencia o movimiento.
- Es el eje de rotación u oscilación de elementos como engranes, poleas, volantes de inercia, manivelas o similares.



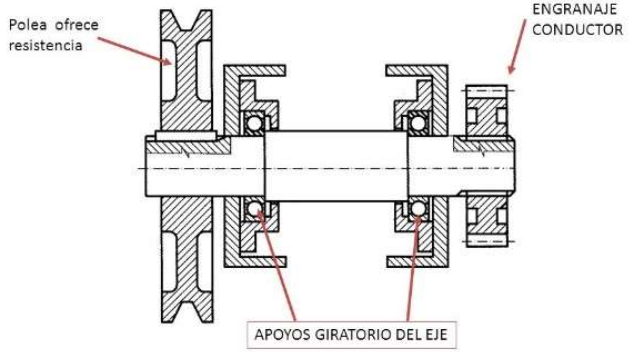
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
1. INTRODUCCIÓN

- Concepto de árbol transmisor de potencia
  - "*Un árbol de transmisión, también llamado árbol principal es aquel que recibe la potencia de una máquina motriz y la transmite a máquinas conectadas a él por medio de correas, cadenas o engranajes.*"



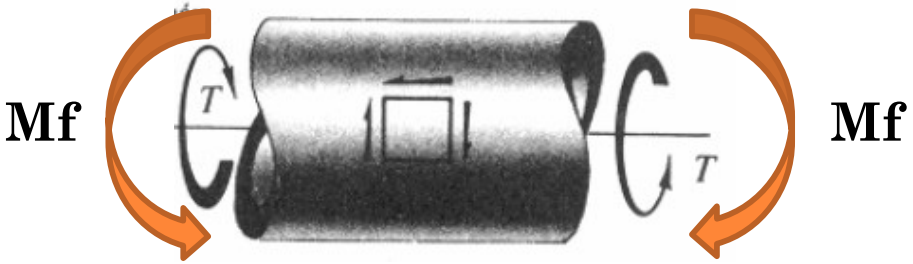
Árbol: Es el órgano giratorio de una máquina o de un mecanismo cuya función es la de transmitir o recibir potencia . Se encuentra siempre sometido a esfuerzos de **flexión** y **torsión**. **Longitud mínima posible respecto al diámetro para soportar mejor las esfuerzos.**

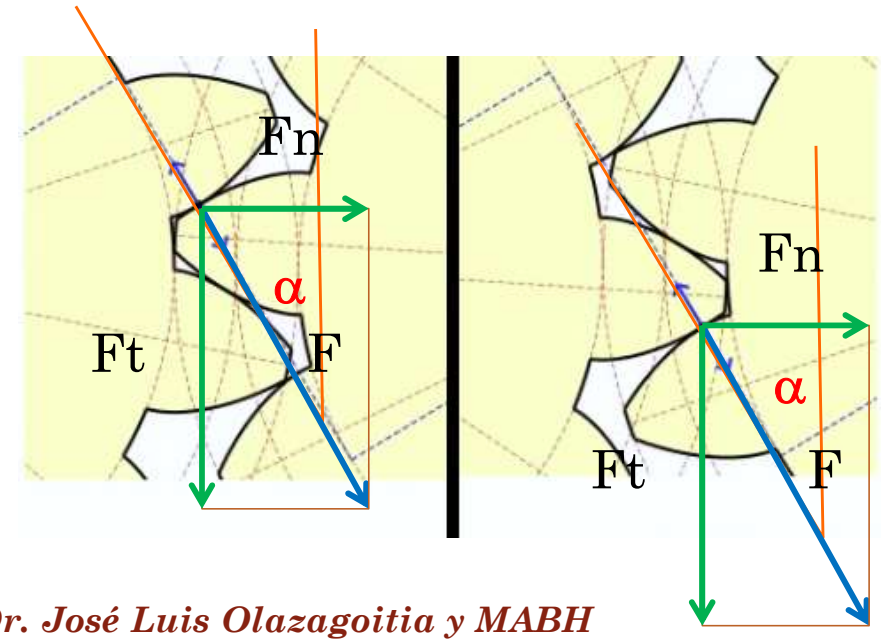


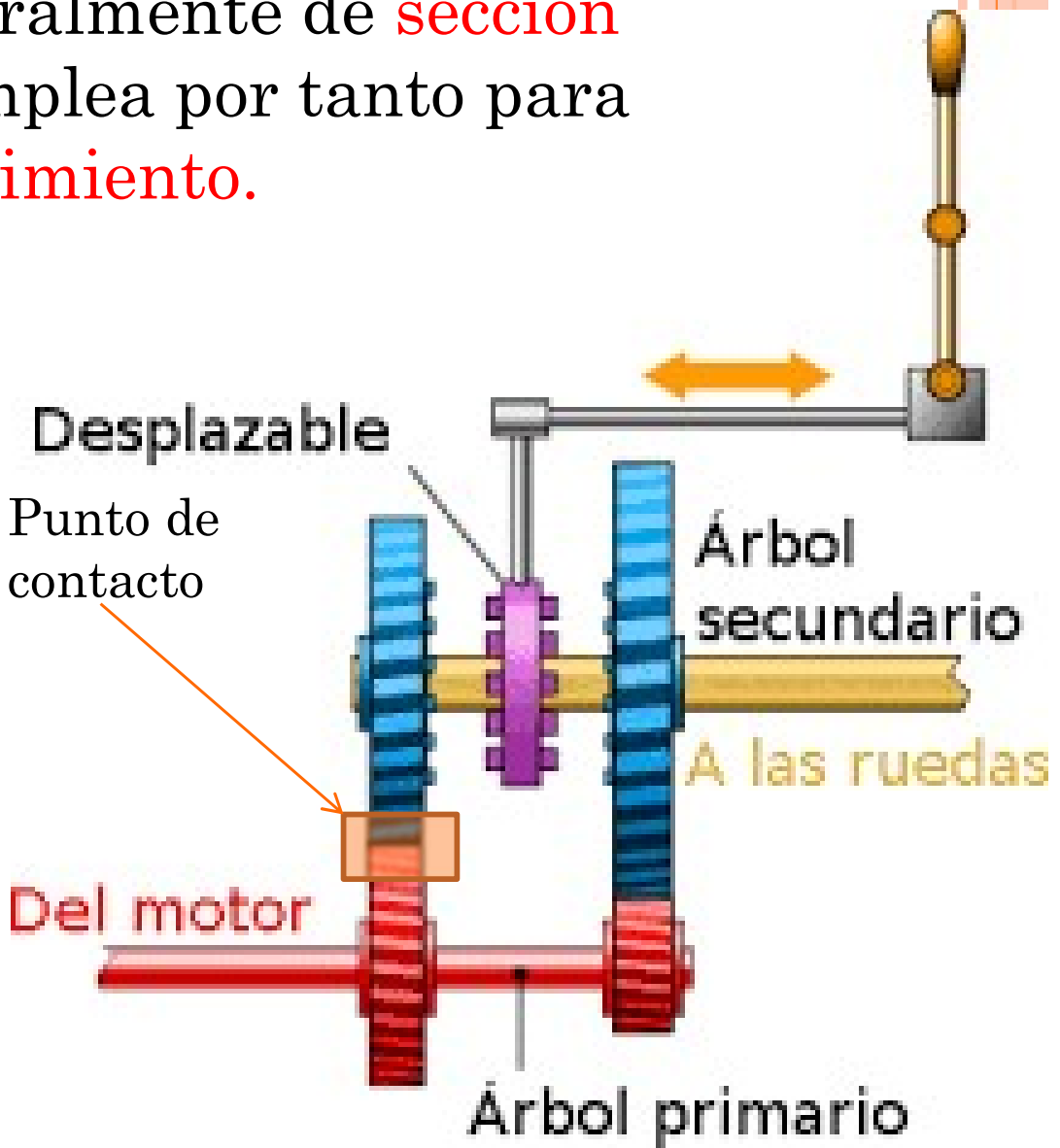
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

1. INTRODUCCIÓN

- El árbol de potencia, generalmente de sección transversal circular, se emplea por tanto para transmitir potencia o movimiento.

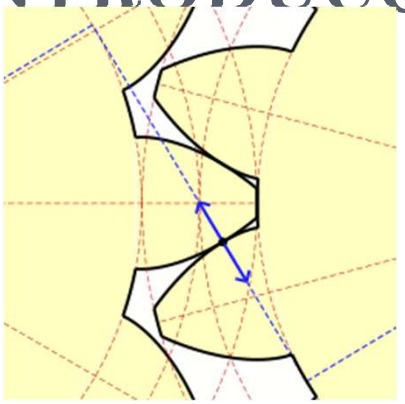


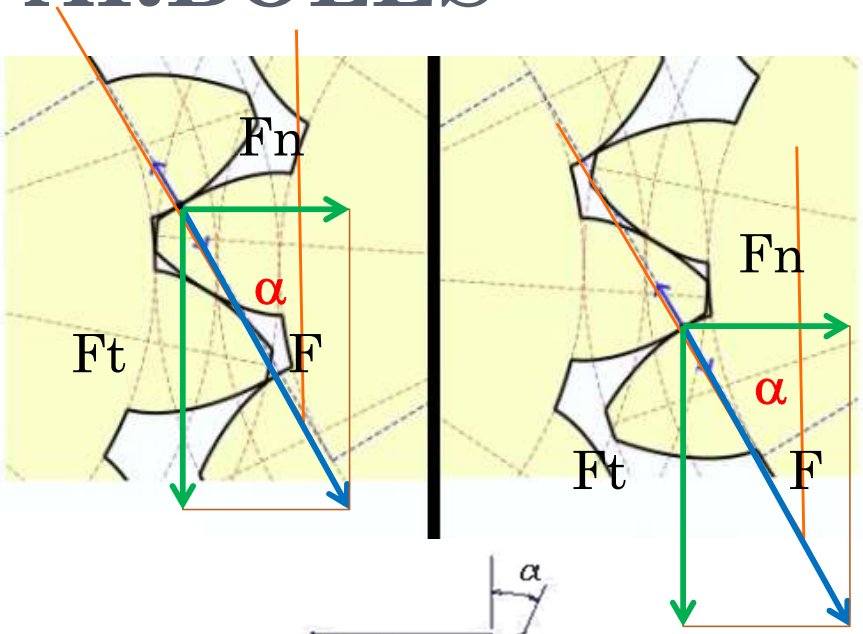


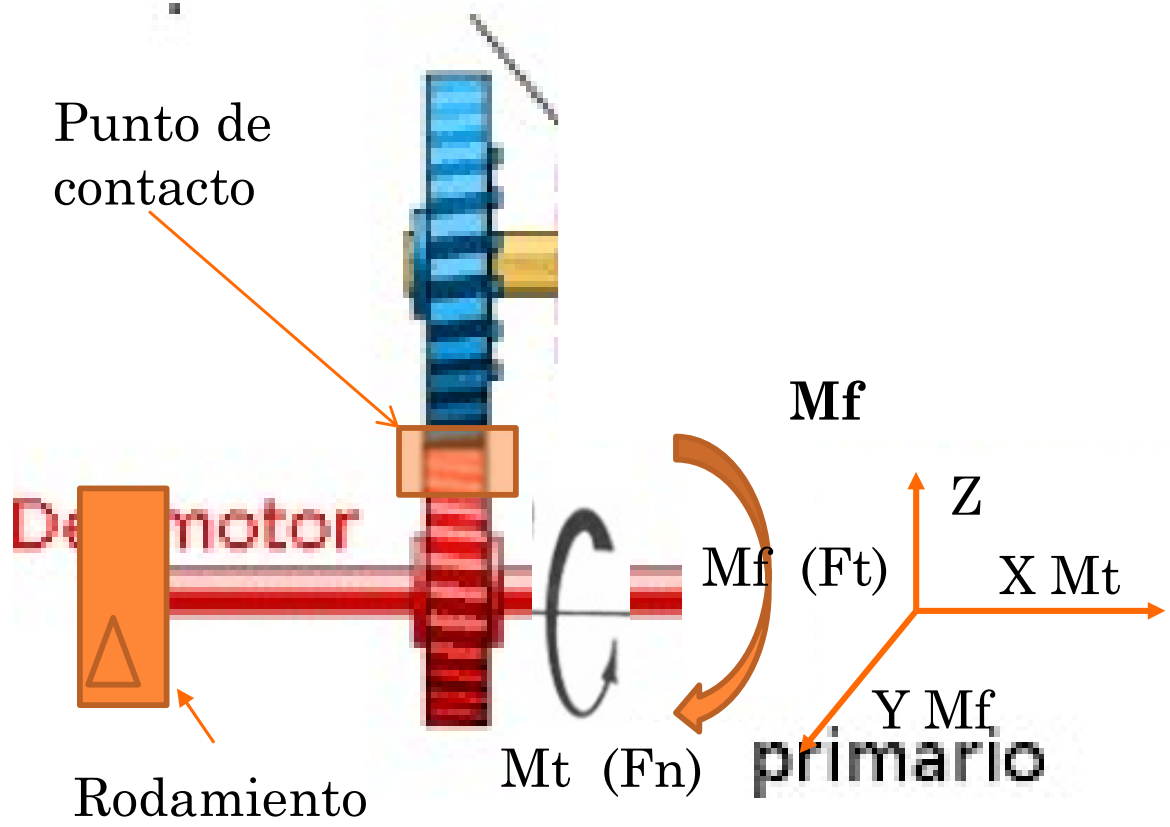


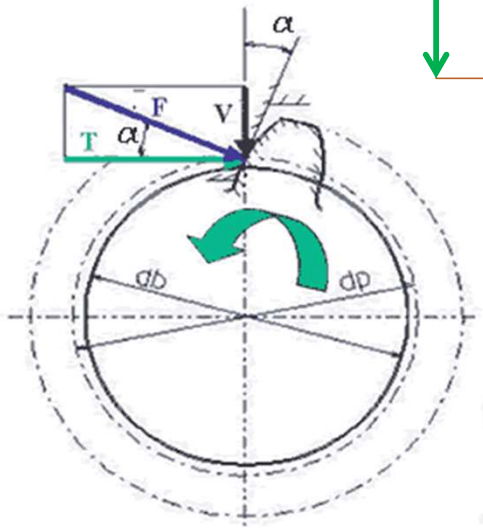
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

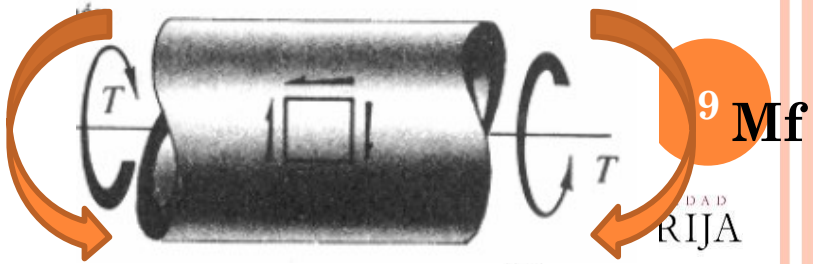
1. INTRODUCCIÓN



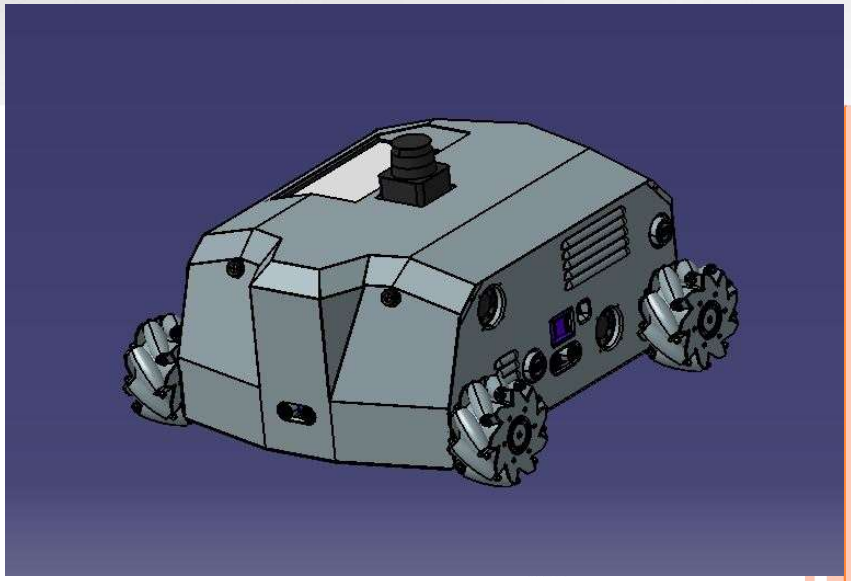




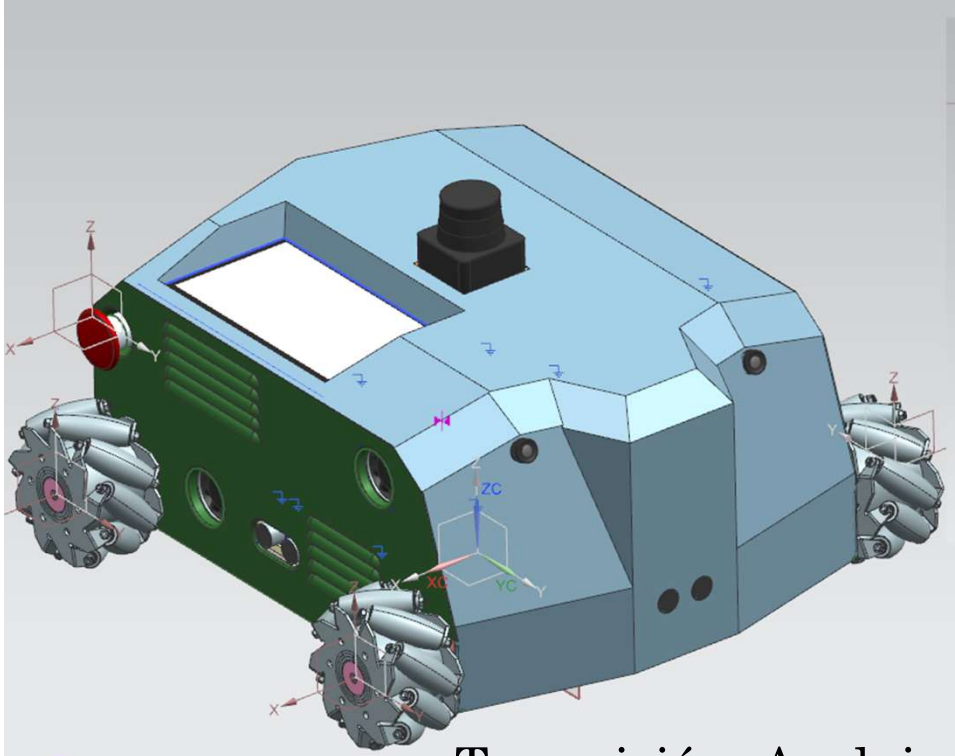


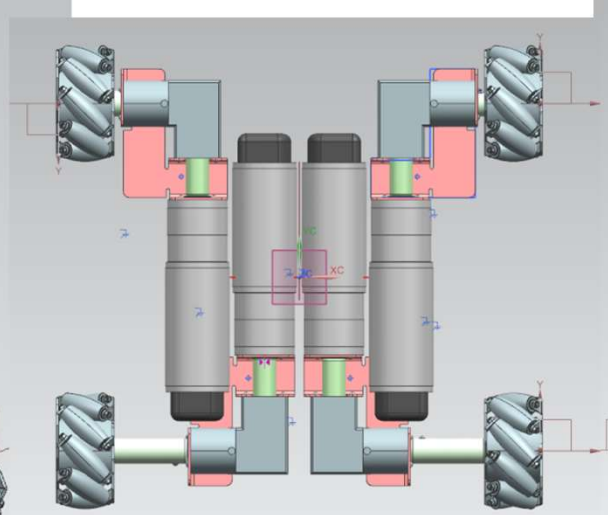


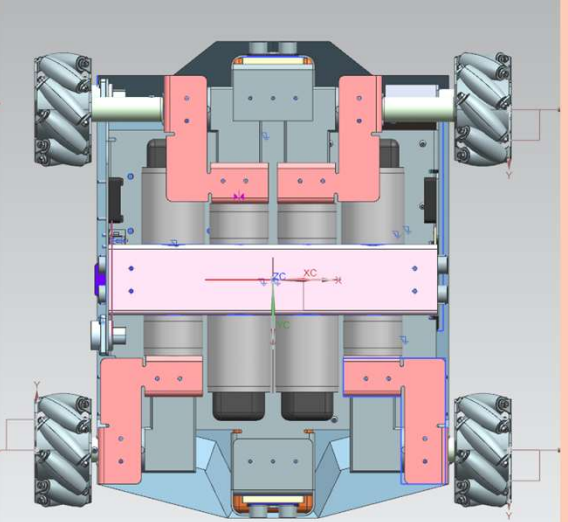
Robot



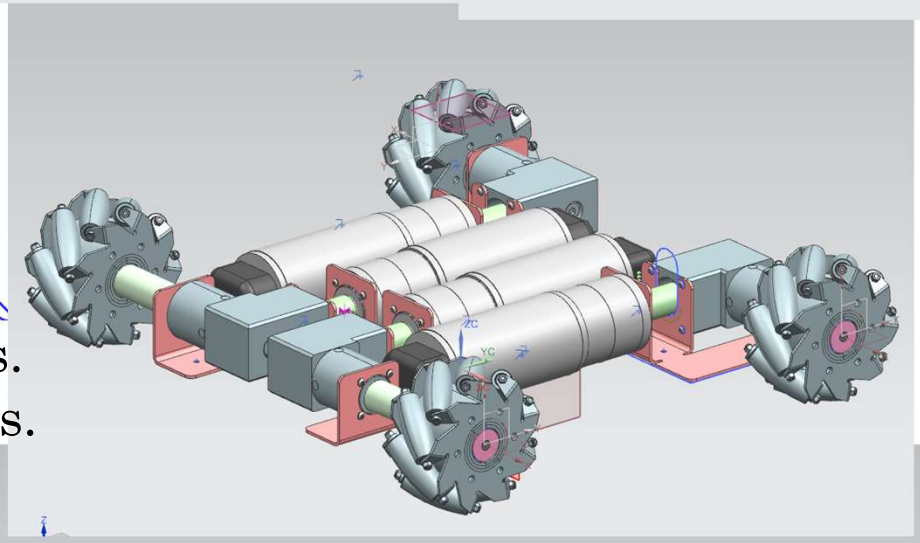
Dr. José Luis Olazagoitia y MABH

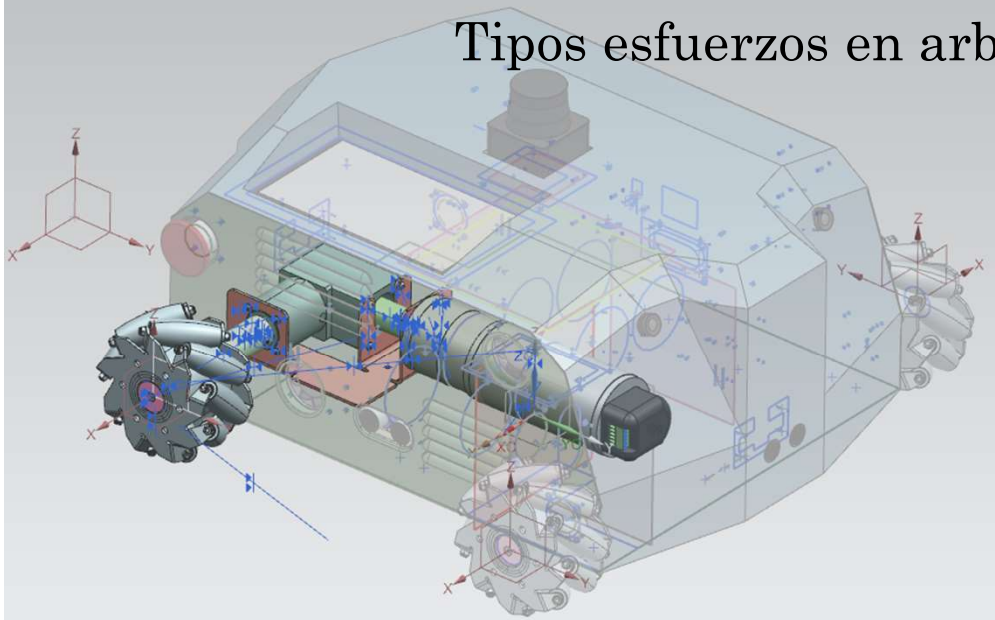


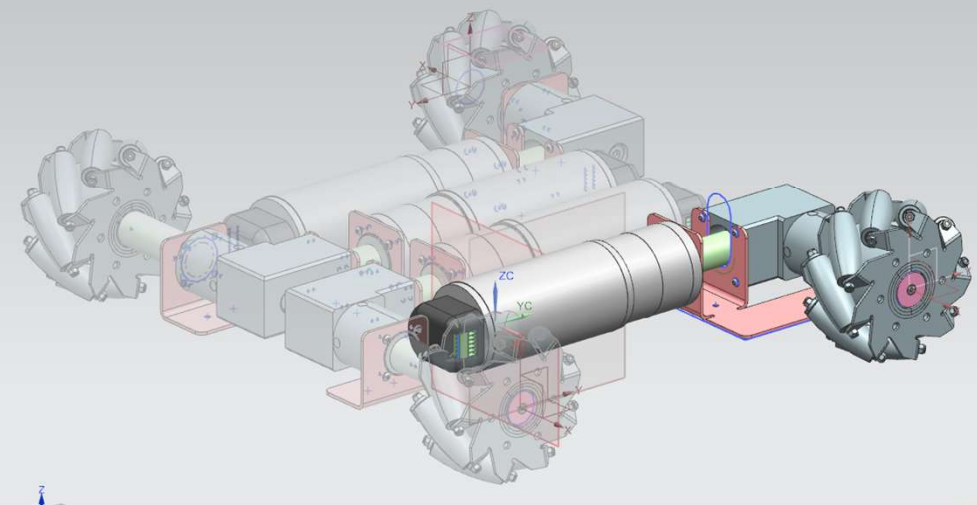


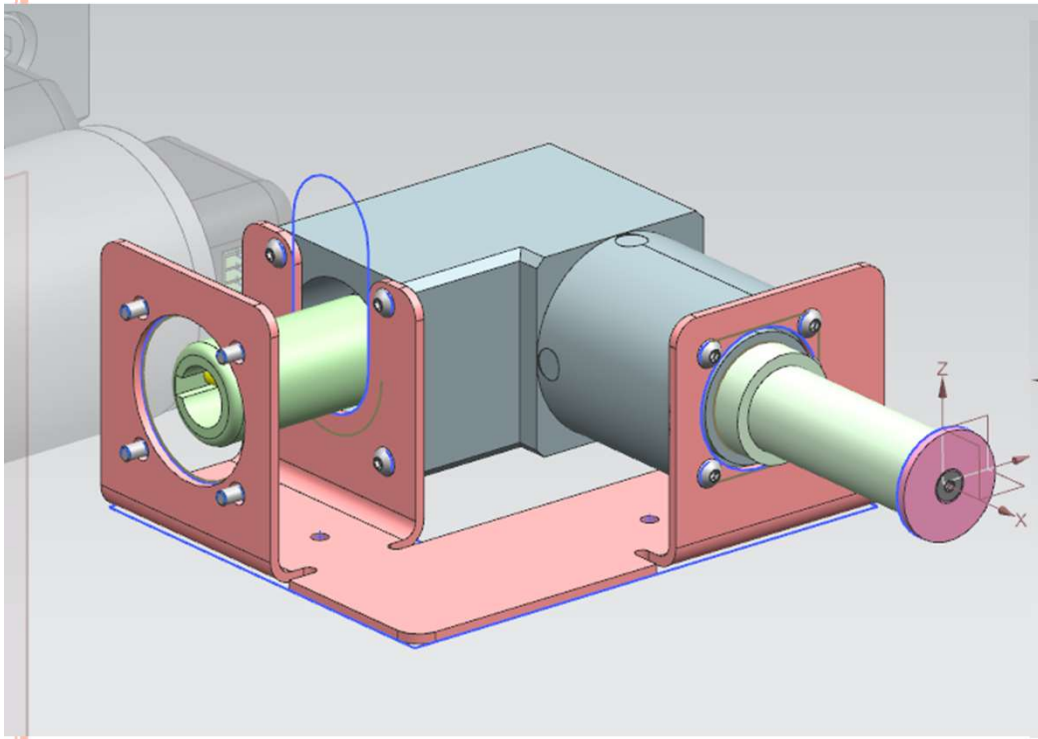


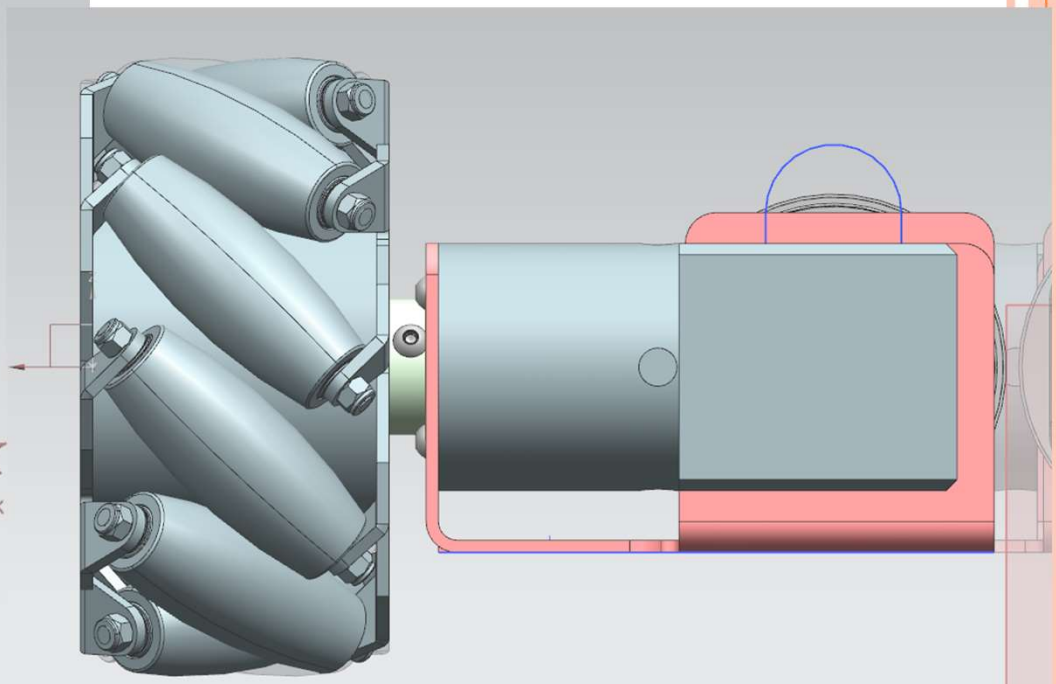
Trasmisión. Anclaje.
Independiente.
Diferentes distancias ejes.
Tipos esfuerzos en arboles.

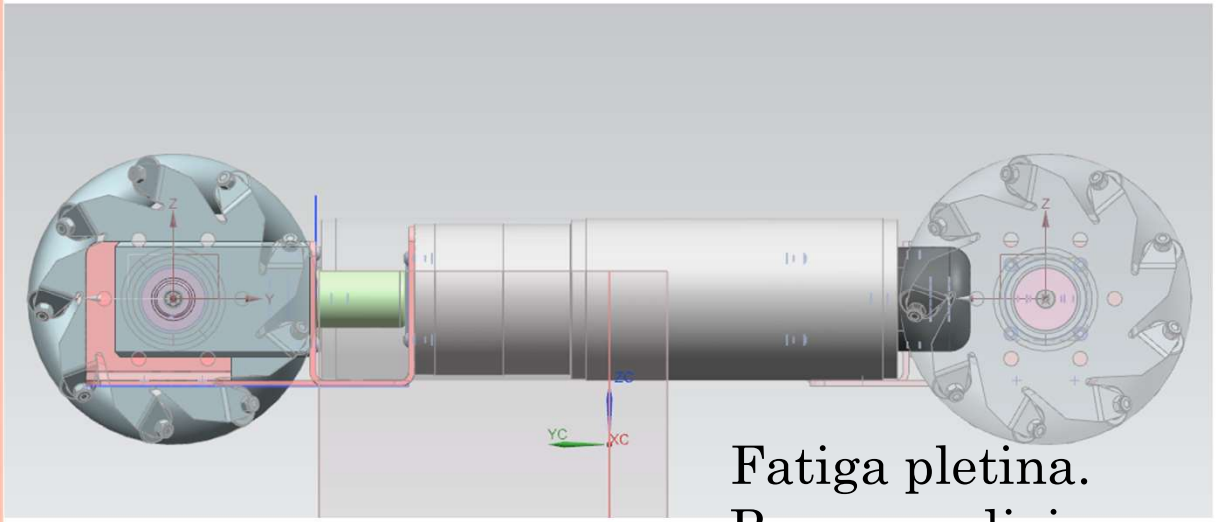




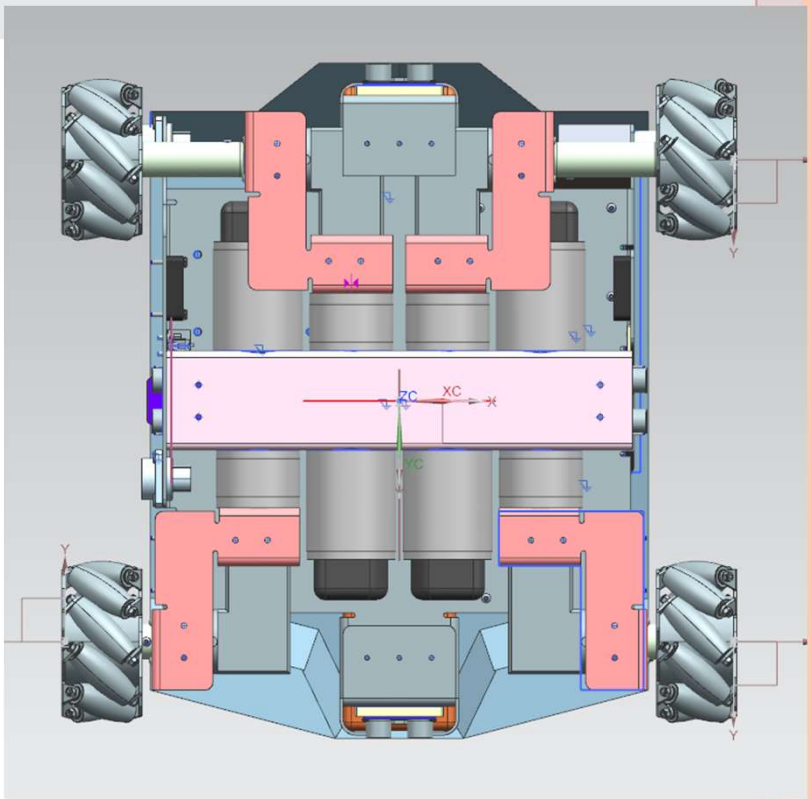




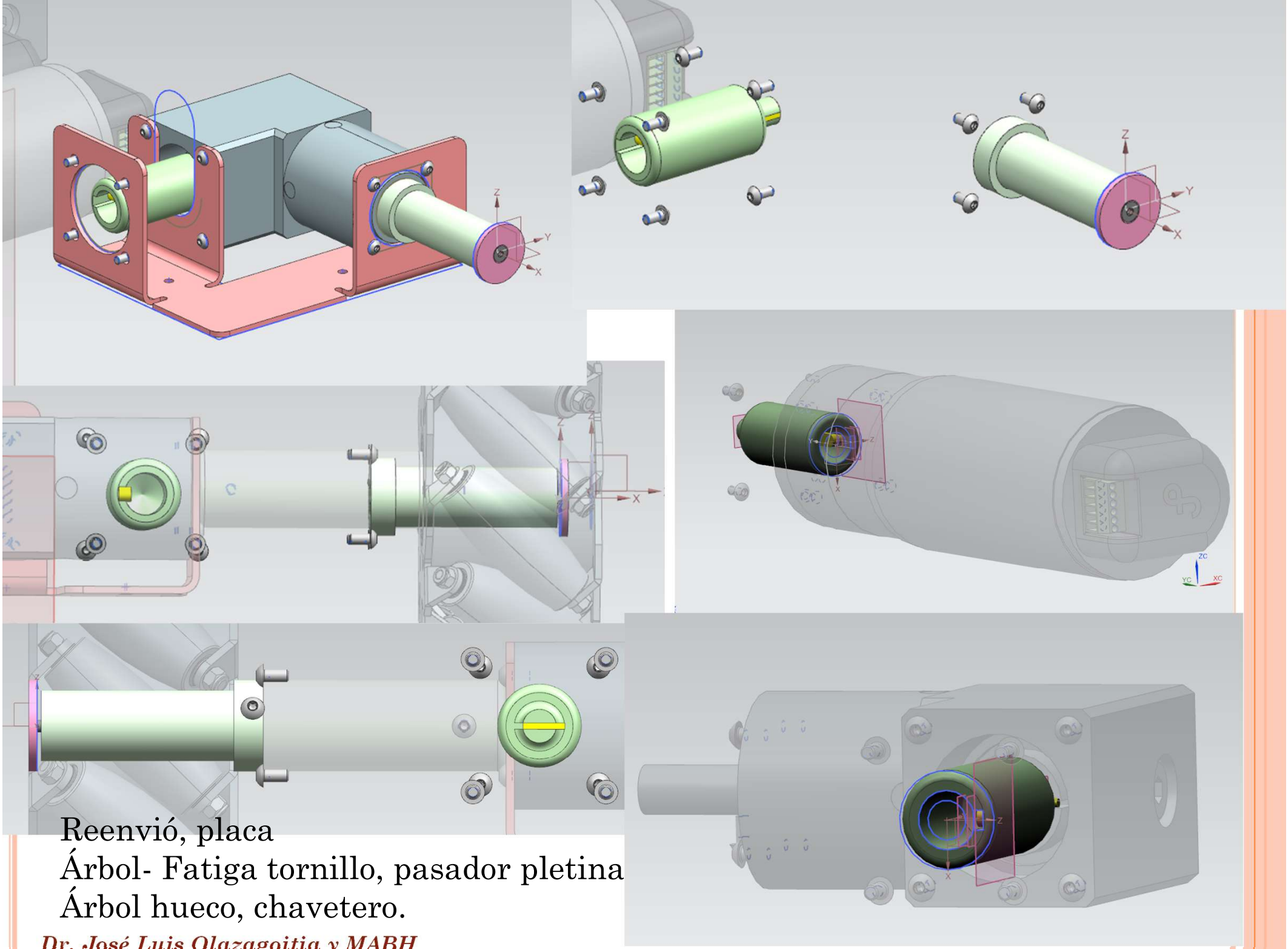




Fatiga pletina.
Ranuras alivio.



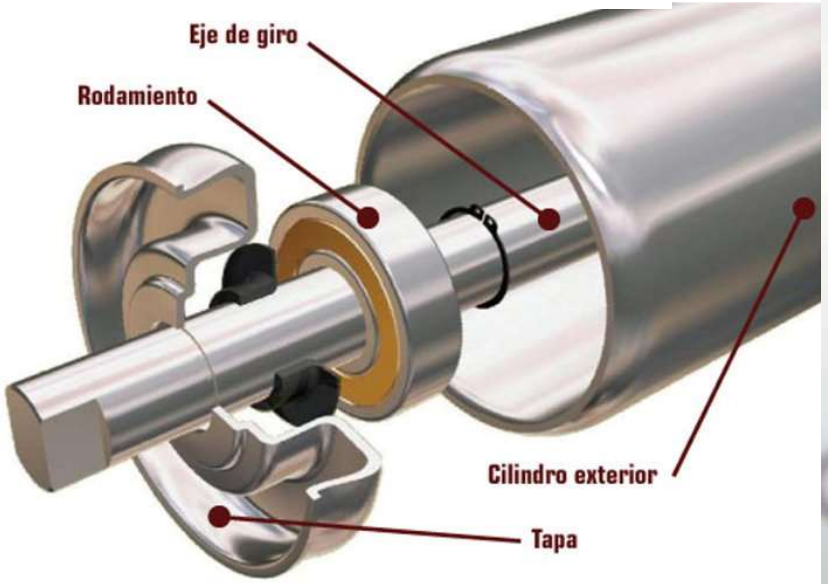
Dr. José Luis Olazagoitia y MABH



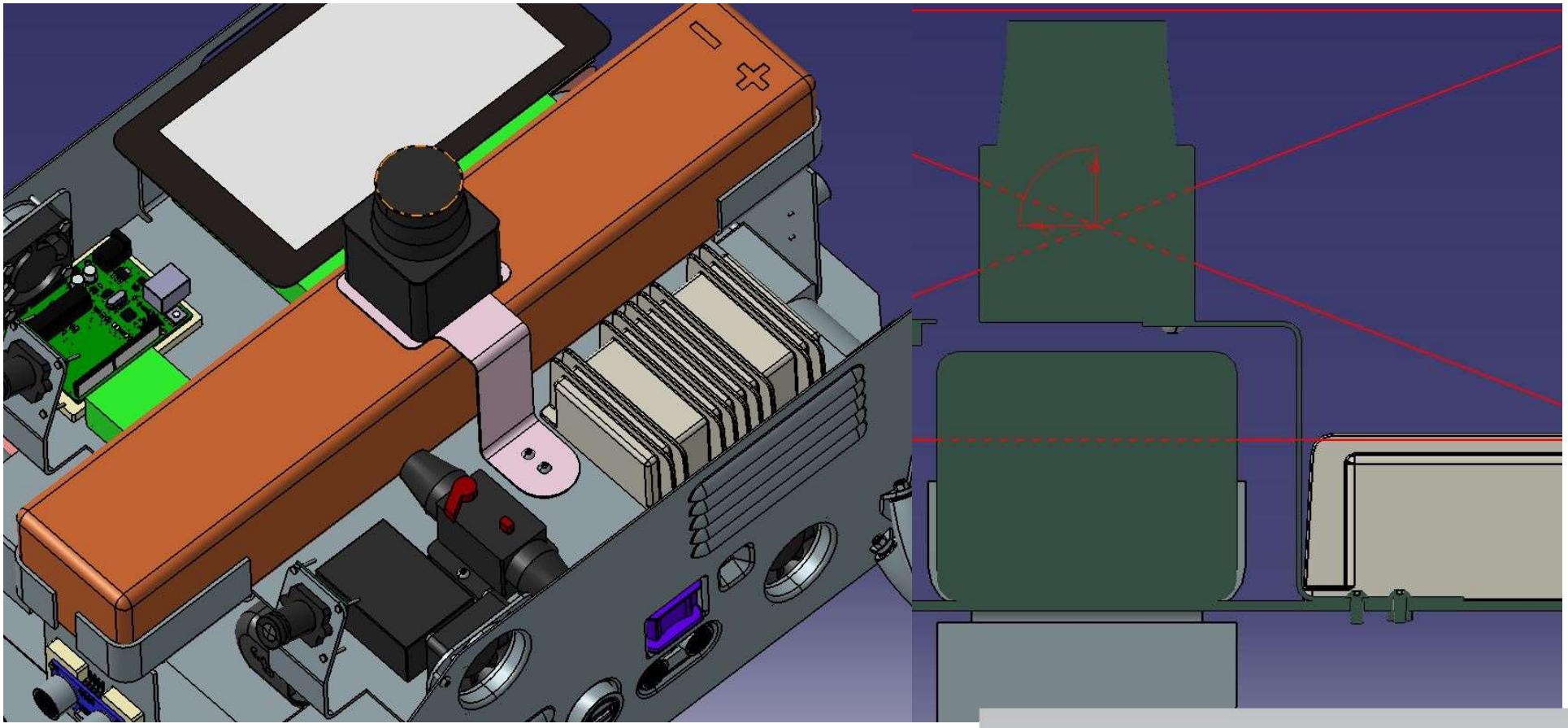
Reenvió, placa
Árbol- Fatiga tornillo, pasador pletina
Árbol hueco, chavetero.

Eje
Arbol

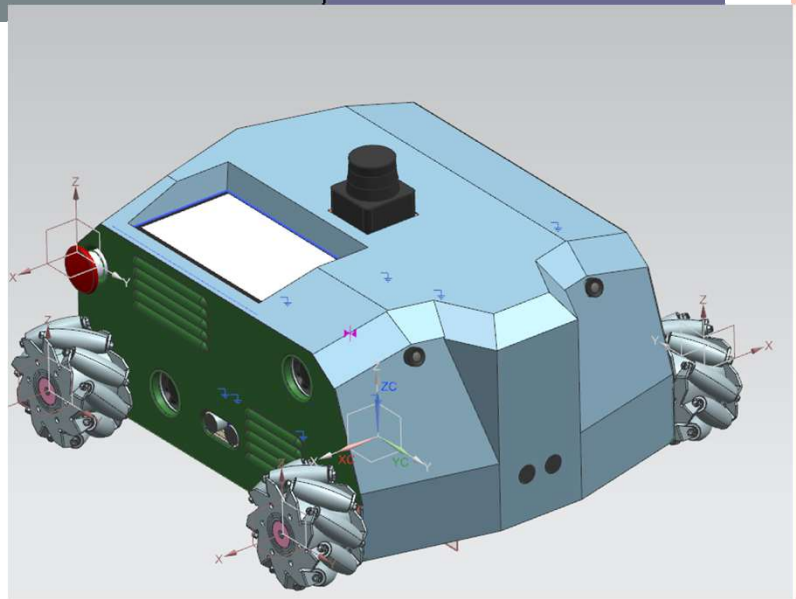
SEIMITSU


Eje de giro
Rodamiento
Cilindro exterior
Tapa

SPRING LOADED SHAFT
SHOCK ABSORBER
HIGH PERFORMANCE MOTOR
ABEC 1 BEARINGS
STEEL ZINC PLATED TUBE
PLANETARY GEAR TRAIN



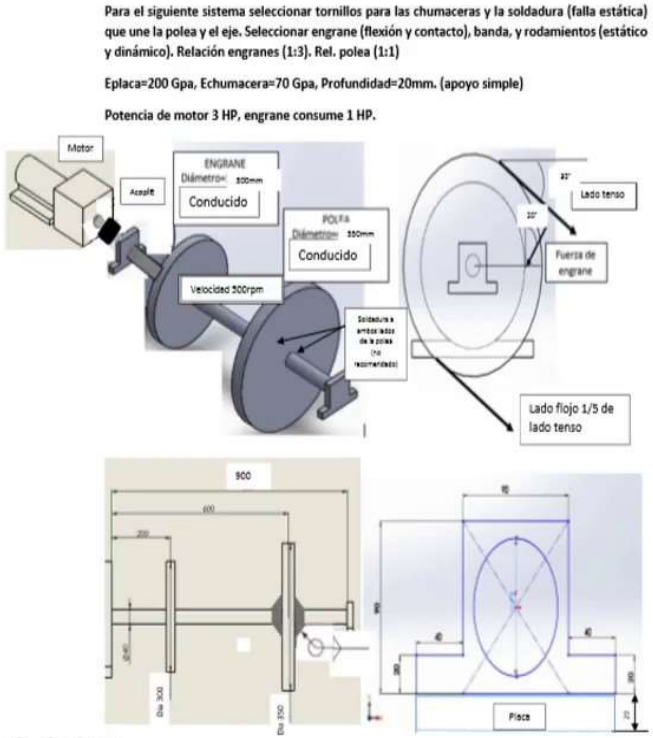
Eje

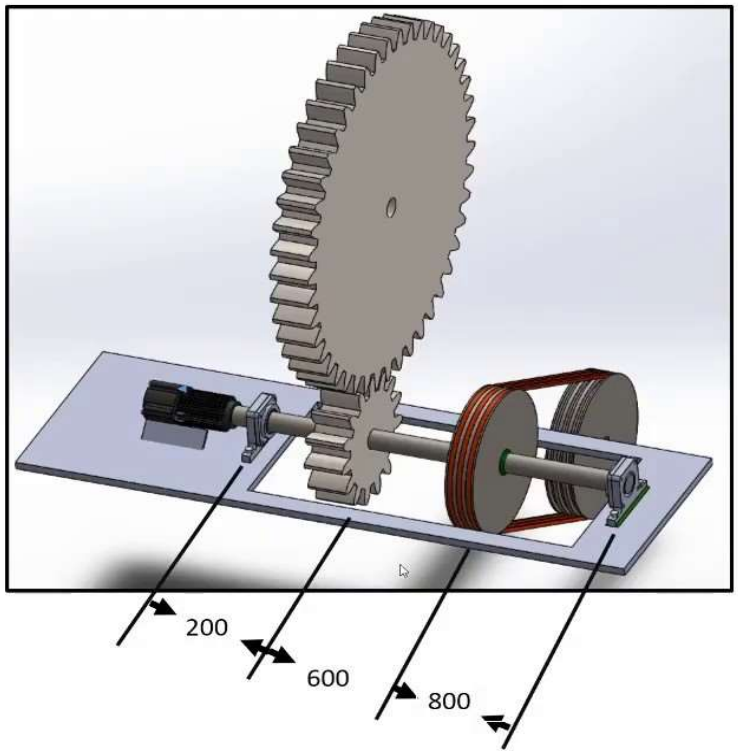


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

1. INTRODUCCIÓN

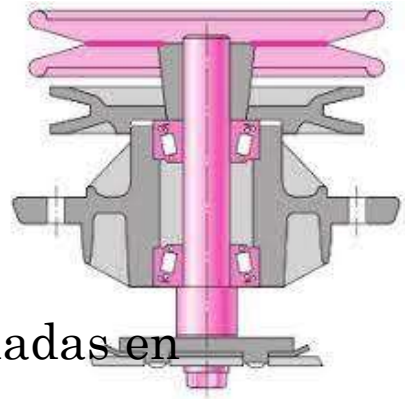
- El estudio de los ejes puede estudiarse con las técnicas estudiadas en Resistencia de Materiales.
- No hay en ellos **nada único que los haga especiales**. Sin embargo, debido a que se utilizan muchísimo, merece la pena prestar una especial atención a sus aplicaciones de diseño de máquinas.
- El diseño de un árbol completo depende de los componentes que irán en él.
- Habitualmente se identificarán las áreas críticas y se dimensionarán para cumplir los requisitos de resistencia.



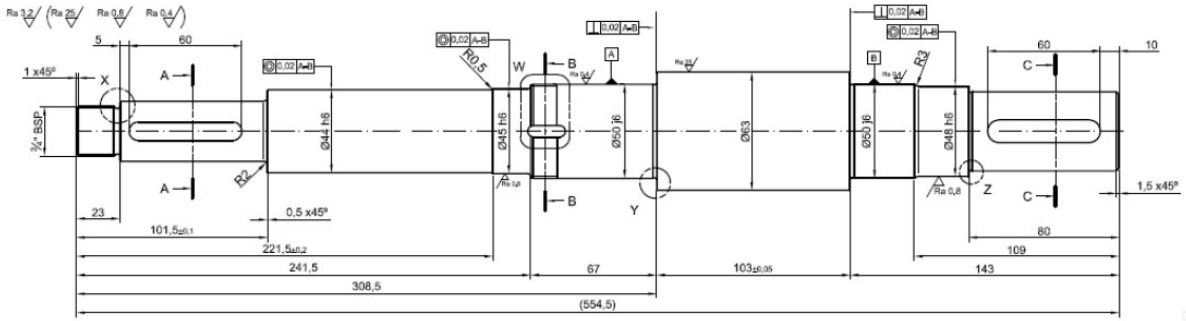


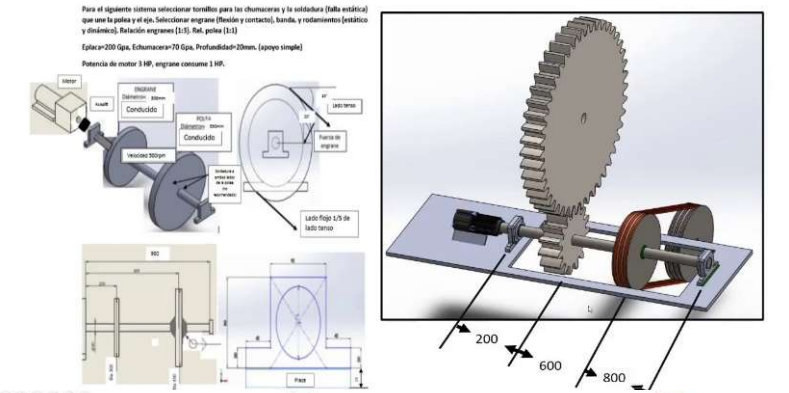
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

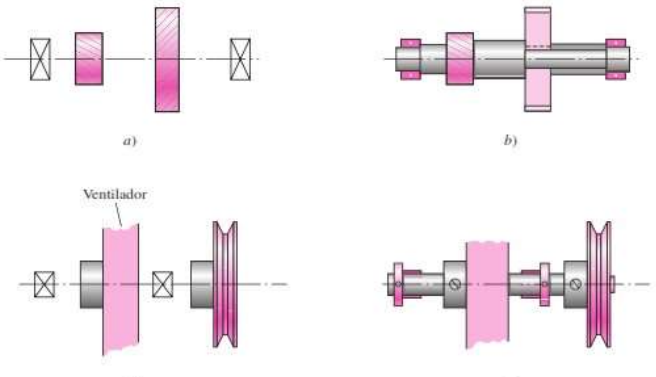
1. INTRODUCCIÓN



- El estudio de los ejes puede estudiarse con las técnicas estudiadas en Resistencia de Materiales.
- No hay en ellos **nada único que los haga especiales**. Sin embargo, debido a que se utilizan muchísimo, merece la pena prestar una especial atención a sus aplicaciones de diseño de máquinas.
- El diseño de un árbol completo depende de los componentes que irán en él.
- Habitualmente se identificarán las áreas críticas y se dimensionarán para cumplir los requisitos de resistencia.



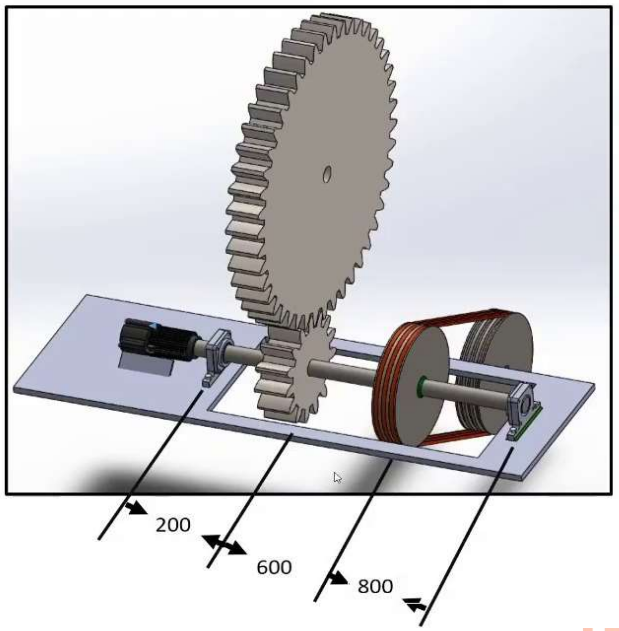


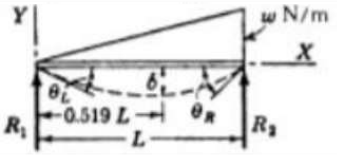
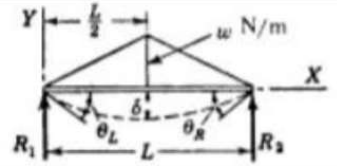
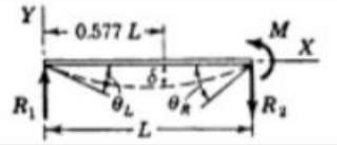


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

1. INTRODUCCIÓN

- Los análisis de deflexión y pendiente no pueden realizarse hasta que se haya definido la geometría de todo el eje.
- Por tanto la deflexión es una función de la geometría de todas las partes, mientras que el esfuerzo en una sección de interés es una función de la geometría local.
- Una vez que se han establecido valores tentativos para las dimensiones del eje se pueden determinar deflexiones e inclinaciones.

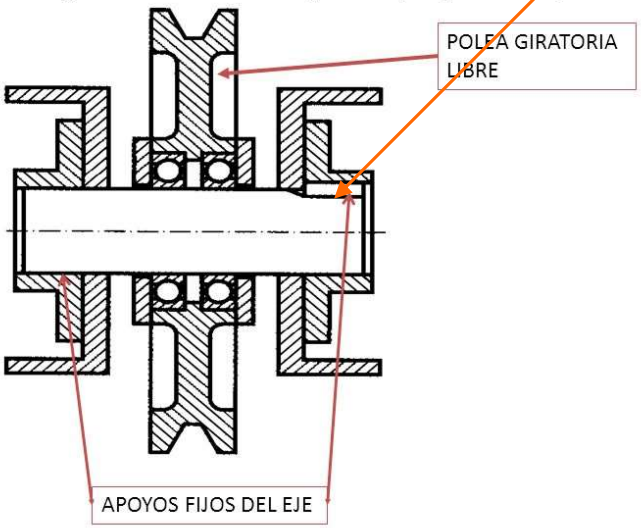


CASO N°	TIPO DE CARGA	MOMENTO MAXIMO	PRENDIENTE EN EL EXTREMO	ECUACIÓN DE LA ELASTICA	DEFLEXIÓN MAXIMA
9		$M=\frac{wL^2}{9\sqrt{3}}=\frac{2WL}{9\sqrt{3}}$	$\theta_L=\frac{7wL^3}{360EI}$ $\theta_R=\frac{8wL^3}{360EI}$	$Ely=\frac{wx}{360L}(7L^4-10L^2x^2+3x^4)$	$\delta=\frac{2.5wL^4}{384EI}=\frac{5WL^3}{384EI}$ en $x=0.519L$
10		$M=\frac{wL^2}{12}=\frac{WL}{6}$	$\theta_L=\theta_R=\frac{5wL^3}{192EI}$	$Ely=\frac{wx}{960L}(25L^4-40L^2x^2+16x^4)$ para $0<x<\frac{L}{2}$	$\delta=\frac{wL^4}{120EI}=\frac{WL^3}{60EI}$
11		$M=M$	$\theta_L=\frac{ML}{6EI}$ $\theta_R=\frac{ML}{3EI}$	$Ely=\frac{MLx}{6}\left(1-\frac{x^2}{L^2}\right)$	$\delta=\frac{ML^2}{9\sqrt{3}\,EI}$ en $x=\frac{L}{\sqrt{3}}$ En el centro (no la máx.) $\delta=\frac{ML^2}{16EI}$

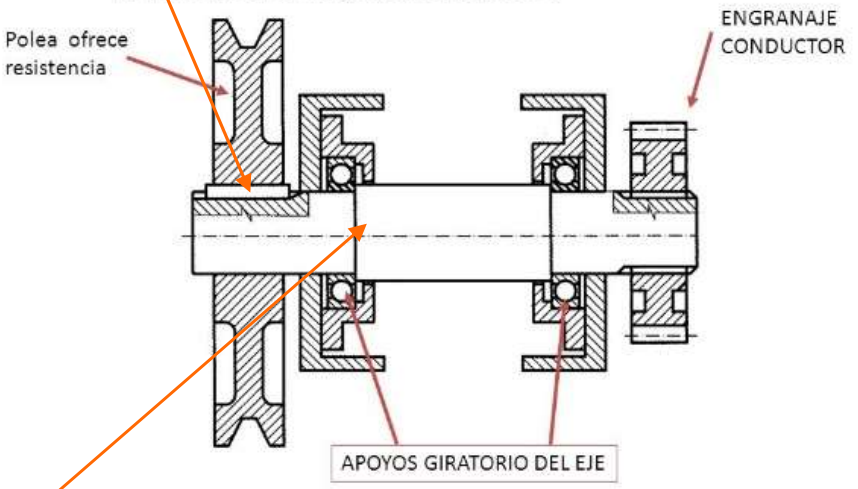
Cambios secciones en función elementos.
Funcionamiento afecta a los puntos críticos.

Eje

Pieza estática que soporta a otros elementos que giran alrededor de él: poleas, ruedas dentadas. **No transmiten potencia**. Se encuentran sometidos **esfuerzos** de **flexión** y **cortantes**. **Su longitud es mucho mayor en proporción que su diámetro**



Árbol: Es el órgano giratorio de una máquina o de un mecanismo cuya función es la de transmitir o recibir potencia . Se encuentra siempre sometido a esfuerzos de **flexión** y **torsión**. **Longitud mínima posible respecto al diámetro para soportar mejor las esfuerzos.**



Hombro

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

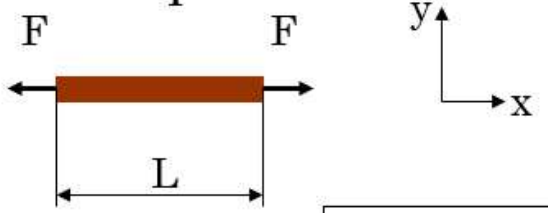
2. MATERIALES PARA FABRICAR EJES

- La deflexión se ve afectada por la rigidez (no por la resistencia). La rigidez depende el material y la geometría.
- Si el material es fijo (p.e. acero) donde el módulo de elasticidad es esencialmente constante en sus distintas variaciones, sólo nos quedará la geometría de la pieza para influir en la rigidez de la misma.

- Rigidez
  - Relación entre fuerza y desplazamiento.

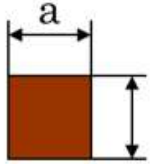
$$K = \frac{F}{u}$$ Unidades: [N/m]

- Barra prismática sometida a tracción.



$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$$

Sección transversal



$$A = a \cdot b$$

$$K = \frac{F}{\Delta L} \qquad F = \sigma_x \cdot A$$

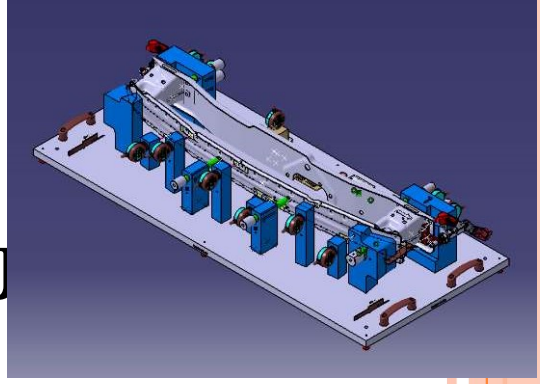
$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L} \qquad \Delta L = \varepsilon_x \cdot L$$

$$K = \frac{\sigma_x \cdot A}{\varepsilon_x \cdot L} = \frac{E \cdot A}{L}$$

Rigidez de la barra

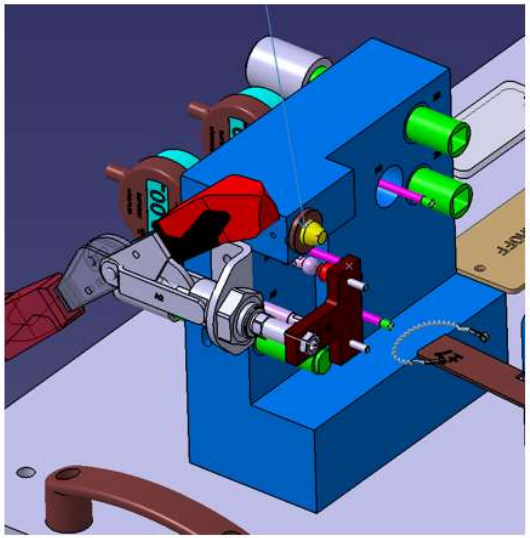
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

2. MATERIALES PARA FABRICAR EJ

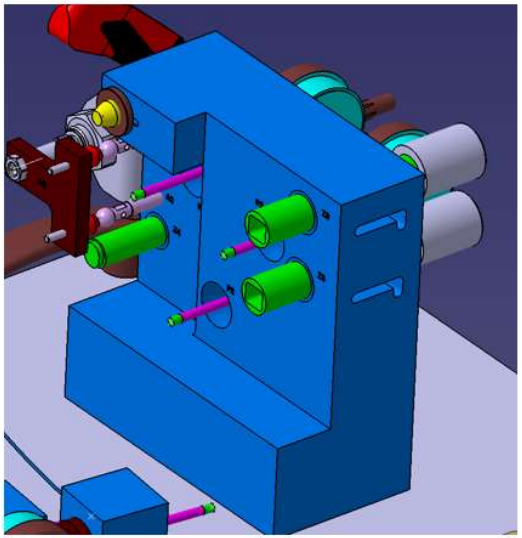


- Los aceros de mayor resistencia (por tratamiento térmico o aleaciones) no tienen por qué garantizar una mejor resistencia. Como se ha visto, en estos aceros la falla por fatiga se reduce moderadamente y puede llegar a contrarrestar los efectos beneficiosos de una resistencia mayor.
- Suele ser buena práctica comenzar con un acero de bajo costo (contenido bajo o medio de carbono) como primer paso en los cálculos de diseño.
- Si las consideraciones de resistencia dominan sobre las de deflexión, entonces puede probarse un material con mayor resistencia, lo que permite que los tamaños del eje se reduzcan hasta que el exceso de deflexión adquiera importancia.

CONTROL PERNOS Z3.
CONTROL PLANITUD. RELOJES TRES P2.
CENTRADOR CONICO EN POSICIONAMIENTO Y.



CONTROL POSICIONAMIENTO Z4.
SE HAN DESPLAZADO LOS DOS RPS X3 Y X5 (COLOR ROSA CLARO).



Deformación mayor en eje…

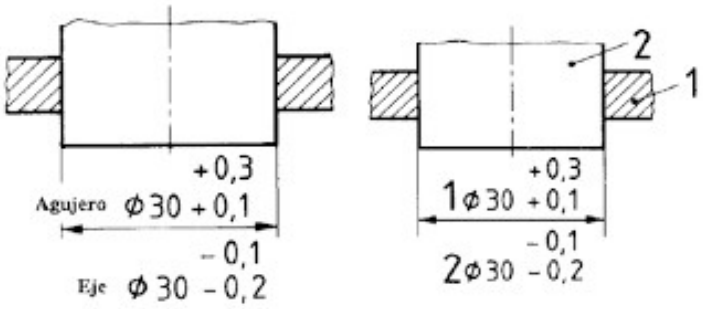
$$K = \frac{\sigma_x \cdot A}{\varepsilon_x \cdot L} = \frac{E \cdot A}{L}$$

Rigidez de la barra

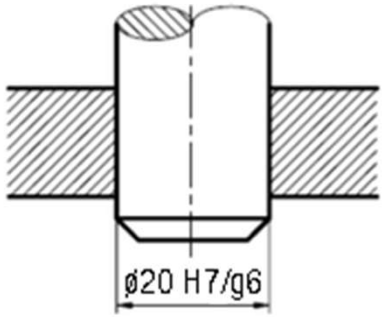
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

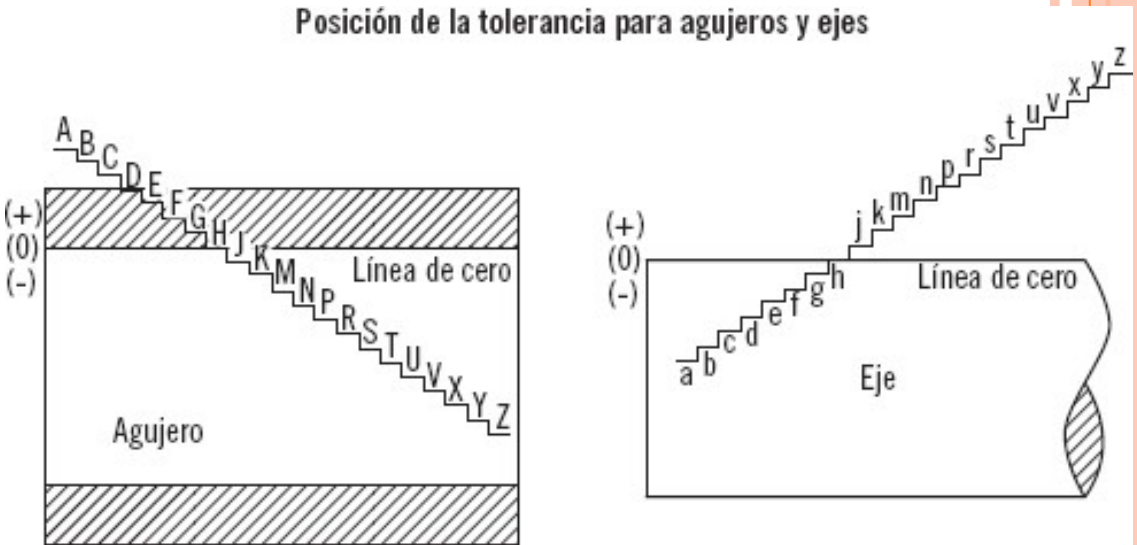
2. MATERIALES PARA FABRICAR EJES

- El costo del material y su procesamiento debe ponderarse en relación con la necesidad de contar con diámetros de ejes más pequeños. Espacio, peso-Dinero.
- Por lo general los ejes no requieren endurecimiento superficial a menos que sirvan como un recubrimiento real en una superficie de contacto.
- El acero estirado en frío se usa para diámetros menores de 75mm. El diámetro nominal puede dejarse sin maquinar en áreas que no requieren el ajuste de los componentes (Tolerancias dimensionales) .



Ajuste:
Juego.
Apriete.
Indeterminado

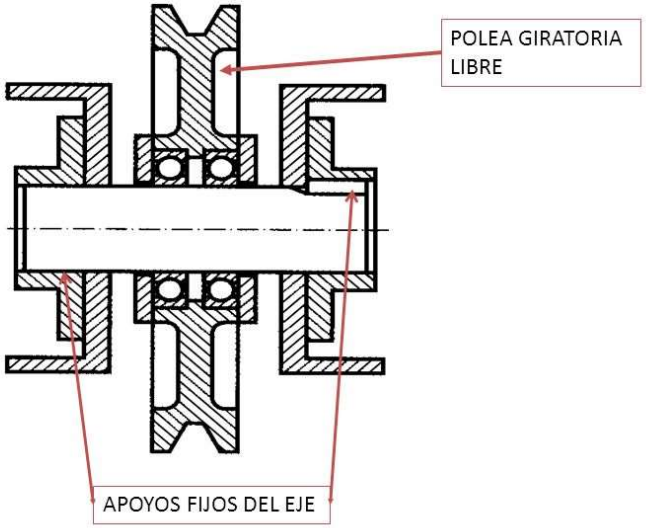




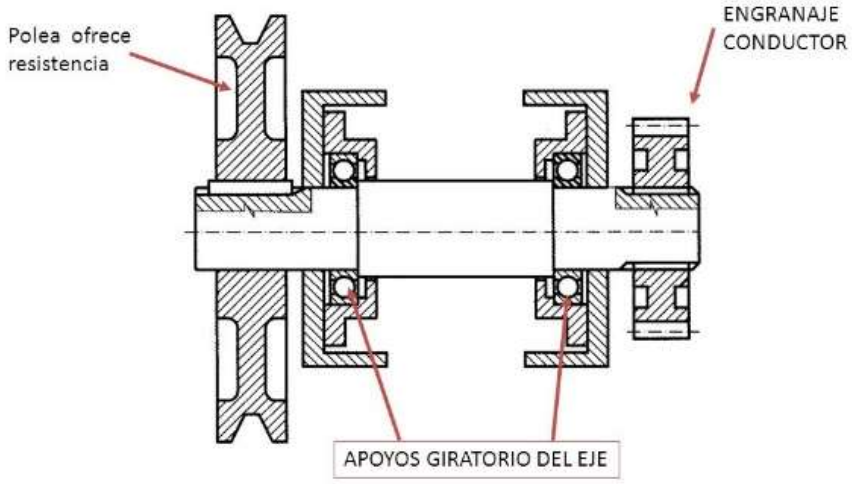
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

2. MATERIALES PARA FABRICAR EJES

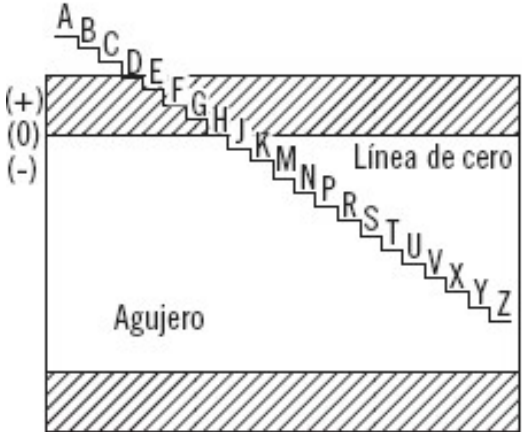
Eje Pieza estática que soporta a otros elementos que giran alrededor de él: poleas, ruedas dentadas. **No transmiten potencia**. Se encuentran sometidos **esfuerzos** de **flexión** y **cortantes**. **Su longitud es mucho mayor en proporción que su diámetro**

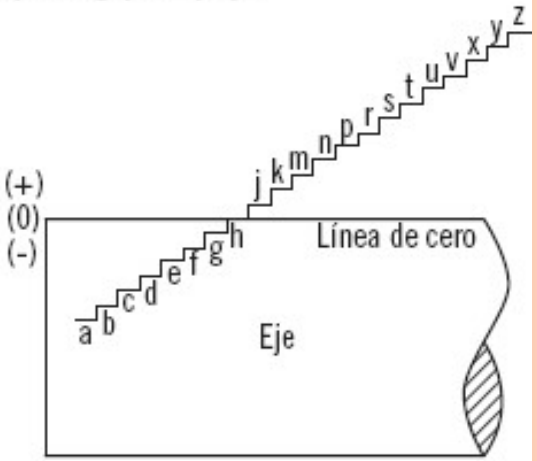


Árbol: Es el órgano giratorio de una máquina o de un mecanismo cuya función es la de transmitir o recibir potencia . Se encuentra siempre sometido a esfuerzos de **flexión** y **torsión**. **Longitud mínima posible respecto al diámetro para soportar mejor las esfuerzos.**



Posición de la tolerancia para agujeros y ejes





Ajuste:
Juego.
Apriete.
Indeterminado

Dr. José Luis Olazagoitia y MABH

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

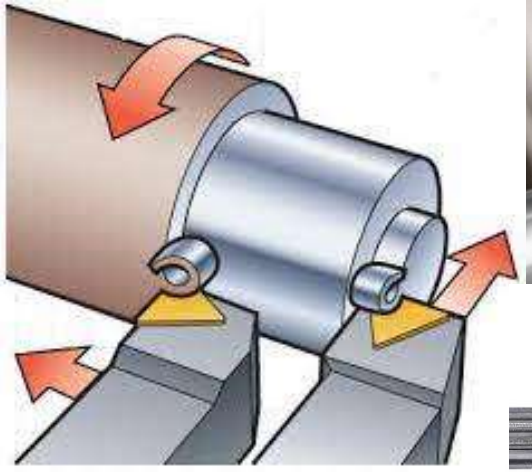
2. MATERIALES PARA FABRICAR EJES

- El **acero estirado en frío** se usa para diámetros menores de 75mm. El diámetro nominal puede dejarse sin maquinar en áreas que no requieren el ajuste de los componentes (Tolerancias dimensionales).
  - El acero laminado en frío pasa por un **proceso de conformación a temperatura ambiente**. **No hay que preocuparse por el cambio de volumen y de forma del material**. Es adecuado para usos en los que no se requieren **formas precisas y tolerancias bajas**. El laminado en frío es normalmente **más costoso que el laminado en caliente**.
  - El laminado en frío aumenta la resistencia y dureza del acero y disminuye su ductilidad (es decir, su capacidad de deformarse plásticamente de manera sostenible sin romperse), y por eso es necesario someterlo a un proceso llamado recocido.
- El **acero laminado en caliente** debe maquinarse por completo. En ejes grandes, cuando se retira mucho material, los esfuerzos residuales pueden tender a causar alabeo.
  - Es acero laminado que ha pasado por el proceso de conformación a una **temperatura superior a los 926 grados** para evitar que se recristalice. Al acero que está por encima de la temperatura de recristalización puede dársele forma mucho más fácilmente . También es más barato de fabricar. Durante el proceso de enfriamiento, el acero laminado en caliente se contrae, haciendo que su tamaño y forma final sean menos predecibles.
- Si la concentricidad es importante, puede ser necesario maquinar las rugosidades, después tratar térmicamente para remover los esfuerzos residuales e incrementar la resistencia, luego maquinar para el acabado y llegar a las dimensiones finales.

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

2. MATERIALES PARA FABRICAR EJES

- La cantidad de piezas a fabricar debe tenerse en cuenta en la selección del material.
- El torneado es la operación más común. Un punto de vista económico puede requerir la eliminación de una cantidad mínima de material.
- Si la producción es alta puede permitir ir a un mínimo de material del eje y se puede llegar a especificar hierro fundido. Los engranes deberán fundirse de manera integral con el eje.
- Las propiedades del eje depende localmente de su historia: trabajo en frio, formado en frío, laminado de los rasgos del filete, tratamiento térmico, medio de temple, agitación y régimen de templado.
- En algunos entornos agresivos puede ser una opción el acero inoxidable.

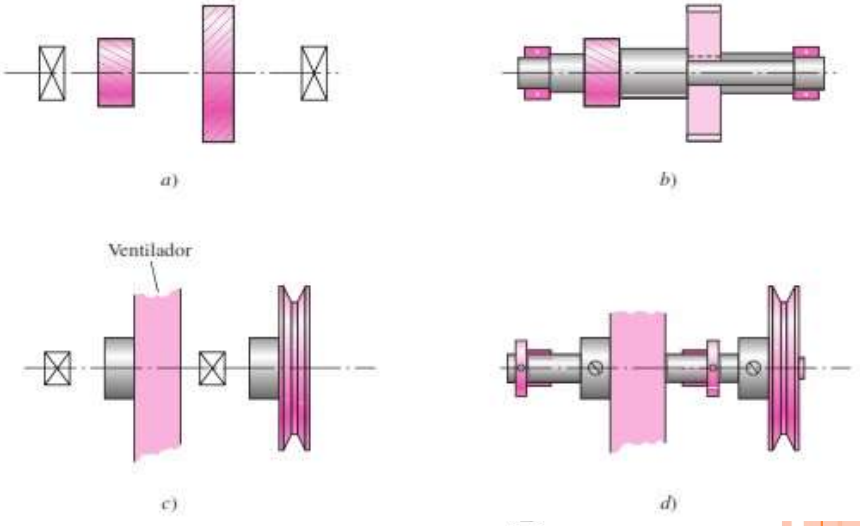


Download from Dreamstime.com

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

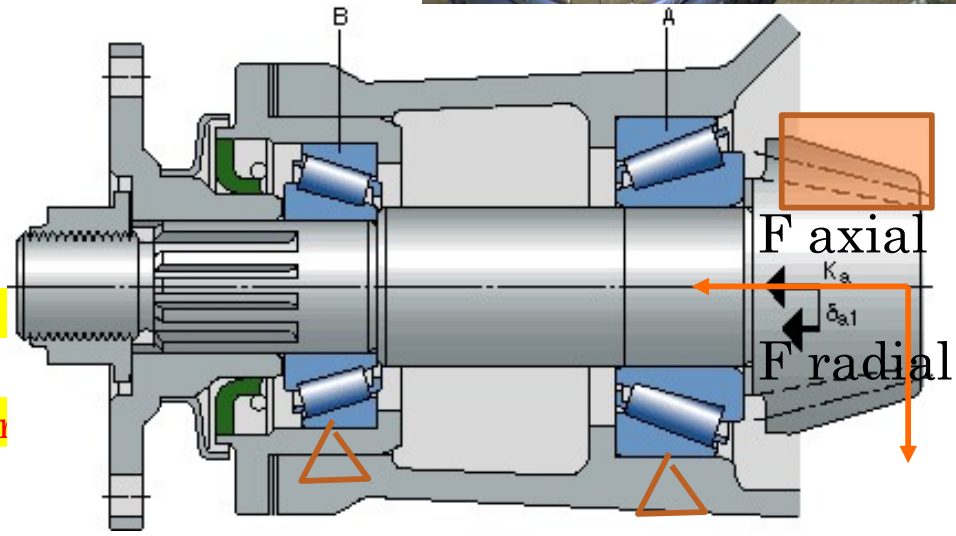
3. CONFIGURACIÓN DEL EJE

- La geometría de un eje suele ser la de un cilindro escalonado, en función de la posición de los elementos que debe acomodar.
- El uso de "hombros" es un buen método para localizar en forma axial los elementos del eje y para ejecutar cualquier carga de empuje necesaria.
- La configuración geométrica del eje dependerá de los elementos que vayan sobre él. Puede haber más de una solución.

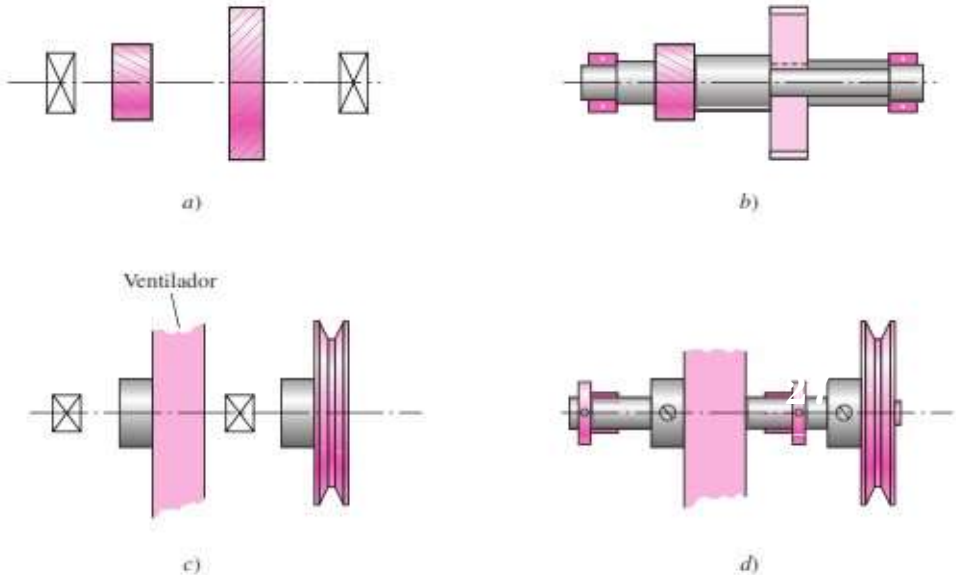


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
3. CONFIGURACIÓN DEL EJE

- No existen reglas absolutas pero se pueden seguir algunas directrices relativas a …
- **Configuración axial de componentes (En general…)**
  - Mejor apoyar los componentes que soportan carga entre cojinetes, en lugar de colocarlos en voladizo.
  - Poleas y coronas dentadas se montarán por fuera para facilitar la instalación de la banda o cadena. La longitud del voladizo debe mantenerse corta para minimizar la deflexión.
- Sólo dos cojinetes. En ejes largos puede ser necesario más. En este caso atención con el alineamiento de los cojinetes.
- Ejes mantenerse cortos para minimizar momentos y deflexiones.



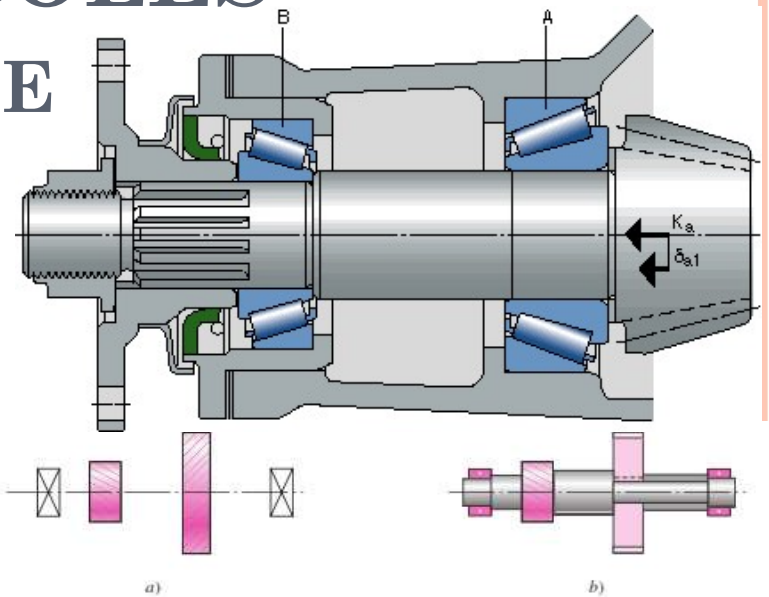
Además el ángulo de presión.
Dirección normal al plano de la vista.



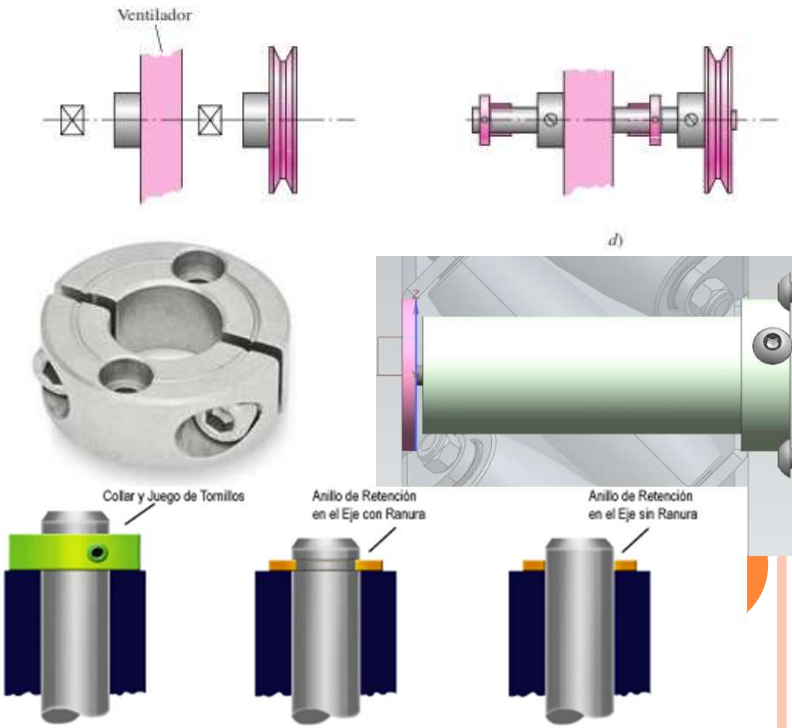
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

3. CONFIGURACIÓN DEL EJE

- No existen reglas absolutas pero se pueden seguir algunas directrices relativas a …
- **Configuración axial de componentes (En general…)**



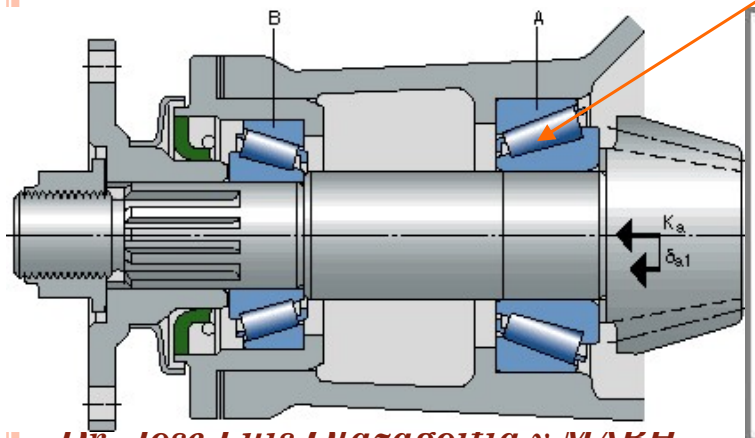
- Sólo dos cojinetes. En ejes largos puede ser necesario más. En este caso atención con el alineamiento de los cojinetes.
- Ejes mantenerse cortos para minimizar momentos y deflexiones.
- Deseable cierto espacio axial entre componentes para el flujo de lubricante y dar espacio para el desensamble.
- Los componentes de carga deben colocarse cerca de los cojinetes (para reducir el momento y las deflexiones)
- Ubicación axial de los componentes por medio de "hombros".
- Si las cargas axiales son muy pequeñas hacerlo sin hombros y confiar en ajustes de presión, pasadores o collarines con tornillos de sujeción.

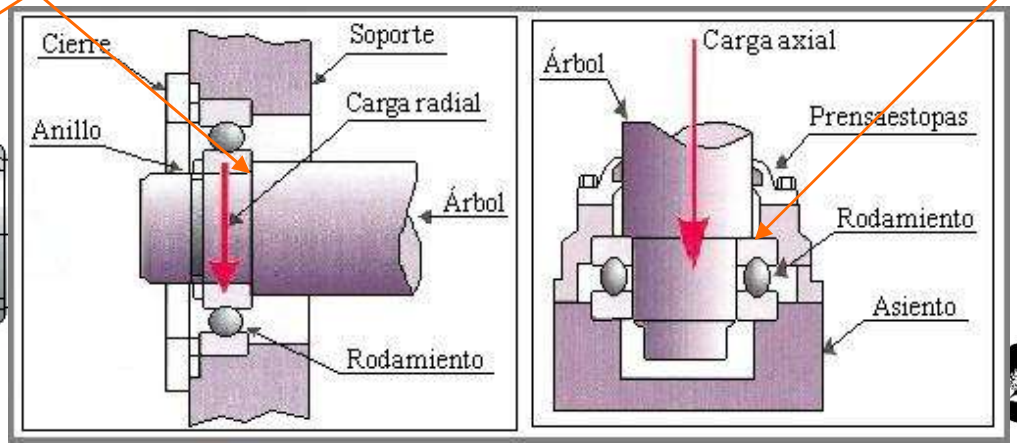


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
3. CONFIGURACIÓN DEL EJE

- **Soporte de cargas axiales**
  - Donde sea necesario proporcionar un medio de transferir las cargas axiales al eje, y después, mediante un cojinete, al suelo. (P.e. engranes helicoidales o cojinetes de rodillo). Los hombros existentes pueden ayudar.
  - Mejor un solo cojinete para soportar la carga axial, permite tolerancias más grandes en las dimensiones de la longitud del eje y es compatible con cambios de temperatura. (P.e. cojinete empotrado vs cojinete apoyado libre)

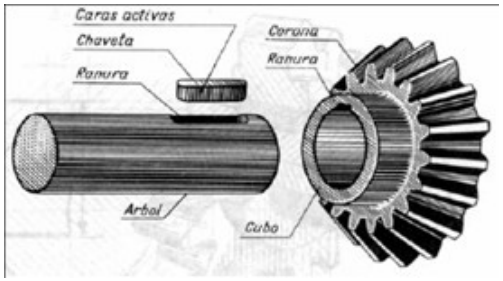
Rodamiento especifico carga axial.



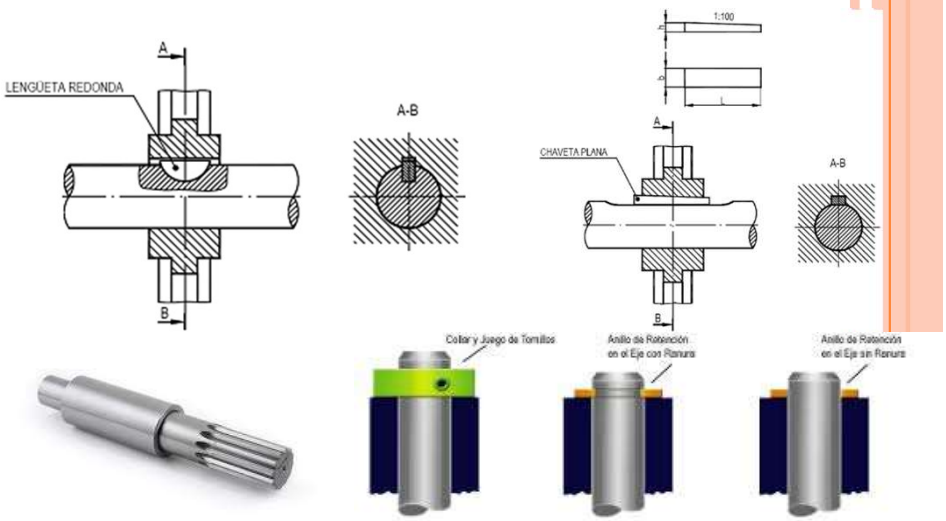


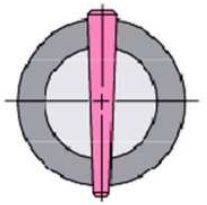
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

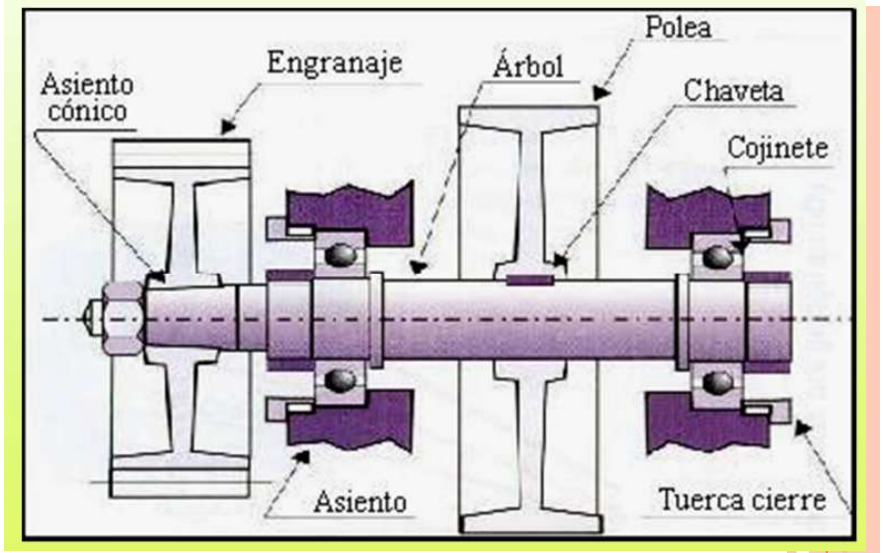
3. CONFIGURACIÓN DEL EJE



- **Transmisión de par de torsión**
  - Muchos árboles deben poder transmitir un par de torsión de un engrane o polea de entrada, a travé del eje, a un engrane o polea de salida.
  - El tamaño debe ser adecuado para soportar el esfuerzo y la deflexión por torsión.
  - Necesario proporcionar un medio para transmitir el par de torsión entre el eje y los engranes.
    - Cuñas – chavetas
    - Ejes estriados
    - Tornillos de fijación
    - Pasadores
    - Ajustes a presión o por contracción
    - Ajustes ahusados



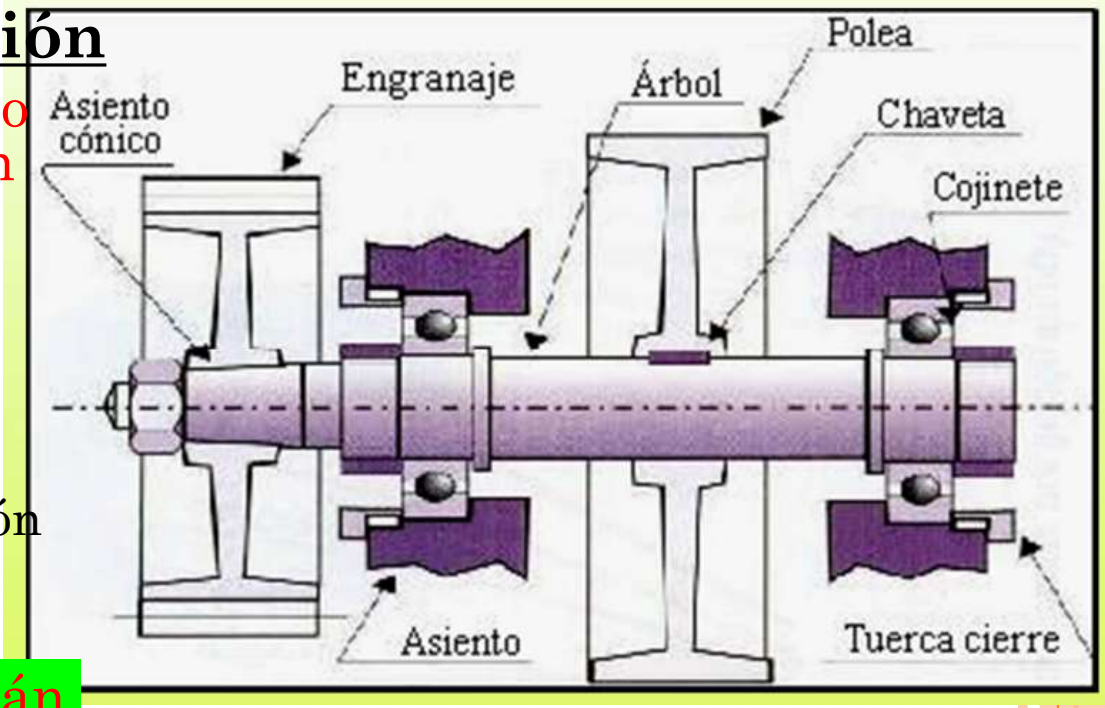




DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

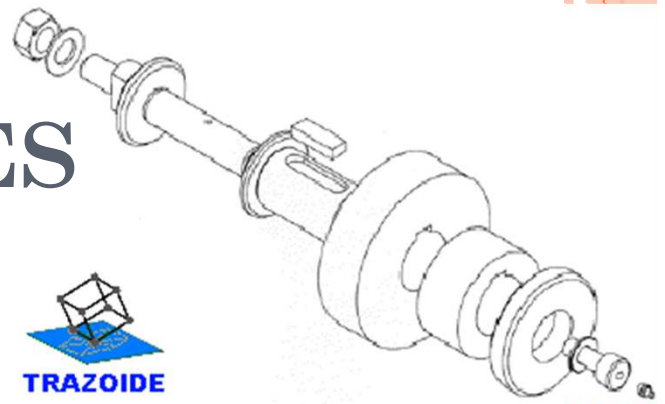
3. CONFIGURACIÓN DEL EJE

- **Transmisión de par de torsión**
  - Necesario proporcionar un medio para transmitir el par de torsión entre el eje y los engranes.
    - Cuñas – chavetas
    - Ejes estriados
    - Tornillos de fijación
    - Pasadores
    - Ajustes a presión o por contracción
    - Ajustes ahusados
  - Además de transmitir el par, muchos de estos dispositivos están diseñados para fallar si el par de torsión excede ciertos límites de operación aceptables, con lo que se protege a los componentes más caros.
  - Conocer las discontinuidades del eje para determinar las ubicaciones críticas.



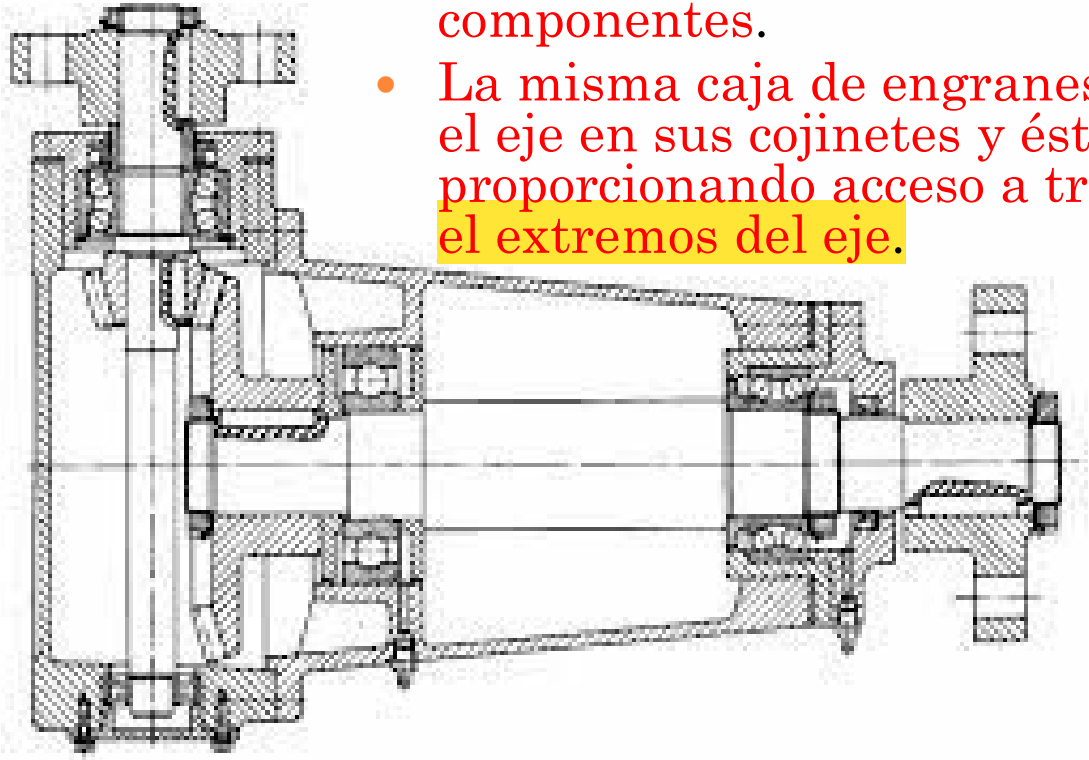
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

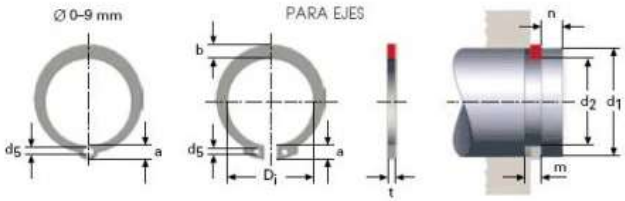
3. CONFIGURACIÓN DEL EJE



TRAZOIDE

- **Ensamble y desensamble**
  - Tener en cuenta el método de ensamblado de los componentes al eje, y de éste al marco.
  - En gral. requiere el diámetro más grande en el centro del eje, y diámetros progresivamente más pequeños hacia los extremos para permitir que los componentes se deslicen hacia las puntas.
  - Si se necesita un hombro a ambos lados de un cojinete, debe crearse uno por un anillo de retención o un manguito entre dos componentes.
  - La misma caja de engranes necesitará medios para posicionar el eje en sus cojinetes y éstos en el marco. Se logra proporcionando acceso a través del alojamiento del cojinete en el extremos del eje.

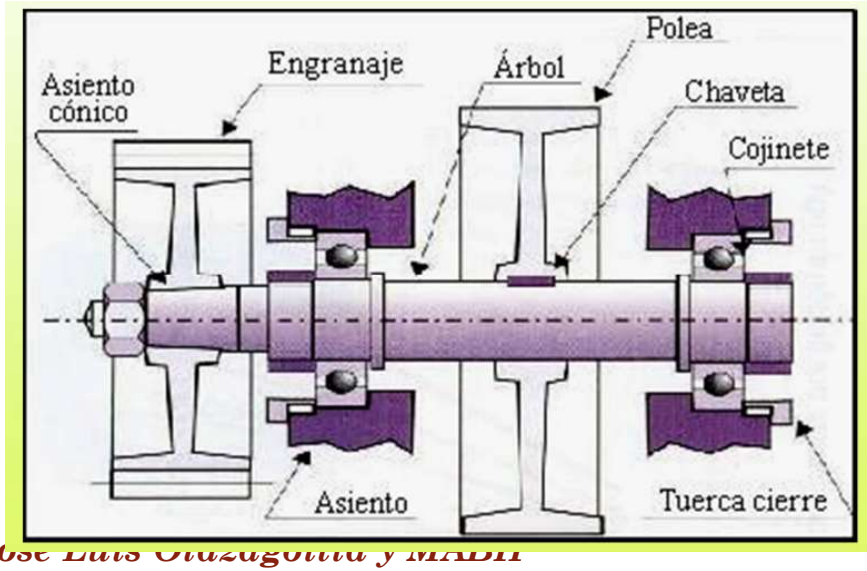


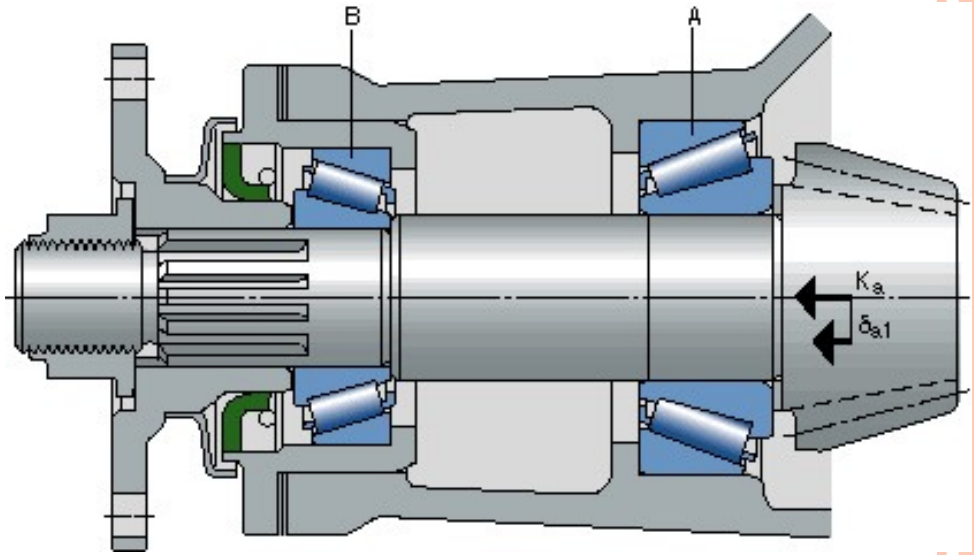


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

3. CONFIGURACIÓN DEL EJE

- **Ensamble y desensamble**
  - Cuando se requiere ajuste por presión al eje, diseñarse para que no sea necesario presionar sobre una longitud larga del eje. Esto puede requerir un cambio adicional del diámetro, pero reducirá el costo de fabricación y ensamble (tolerancia estrecha en longitud corta).
  - Tener en cuenta la necesidad de desensamblar los componentes. Considerar aspectos de accesibilidad a los tornillos de retención, espacio para jaladores, aberturas para permitir la presión del eje o los cojinetes, etc.

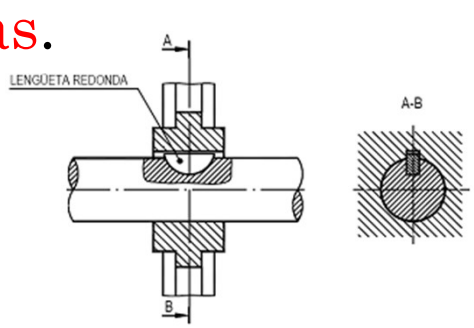


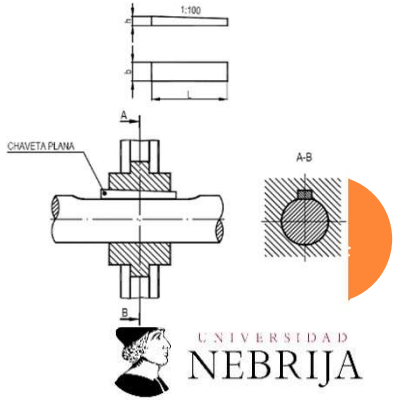


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ubicaciones críticas**
  - No es necesario estudiar los esfuerzos en todos los puntos de un eje; hacerlo en las ubicaciones potencialmente críticas que habitualmente se localizan en la superficie exterior, en ubicaciones axiales donde el momento flector es grande, donde el par de torsión está presente y donde existen concentraciones de esfuerzo.
  - Por comparación directa pueden identificarse unas cuantas ubicaciones críticas sobre las cuales puede basarse el diseño. También puede resultar útil una evaluación de situaciones de esfuerzo típicas.

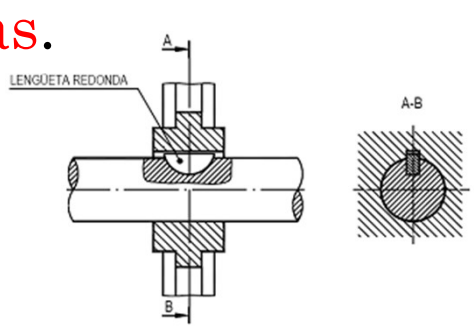


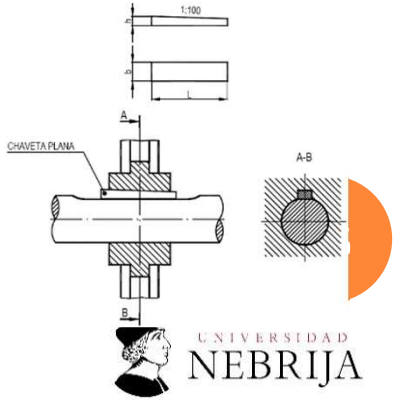


UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ubicaciones críticas**
  - No es necesario estudiar los esfuerzos en todos los puntos de un eje; hacerlo en las ubicaciones potencialmente críticas que habitualmente se localizan en la superficie exterior, en ubicaciones axiales donde el momento flector es grande, donde el par de torsión está presente y donde existen concentraciones de esfuerzo.
  - Por comparación directa pueden identificarse unas cuantas ubicaciones críticas sobre las cuales puede basarse el diseño. También puede resultar útil una evaluación de situaciones de esfuerzo típicas.

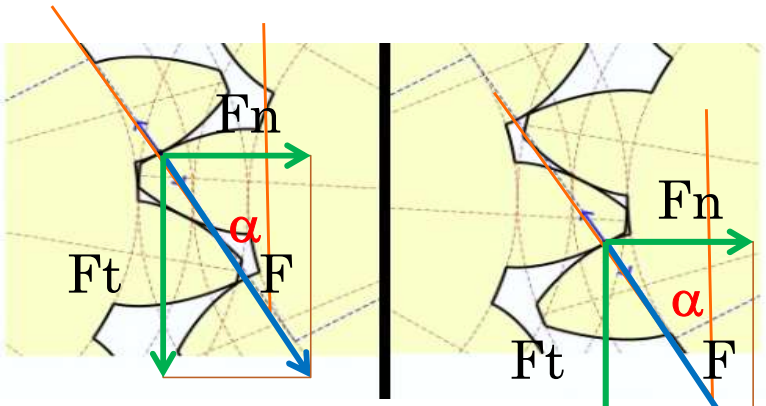


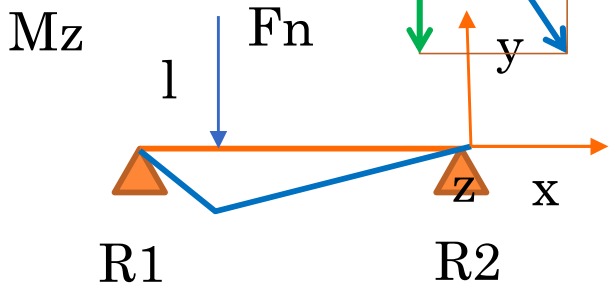


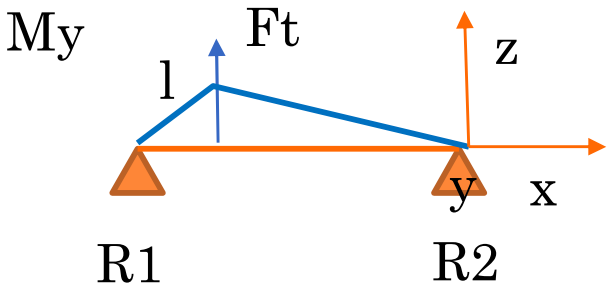
UNIVERSIDAD NEBRIJA

MOMENTOS FLECTORES.

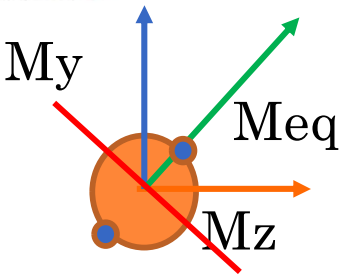
Momentos flectores en dos planos.
Fuerza tangencial y normal engranajes.
Se sumaran.



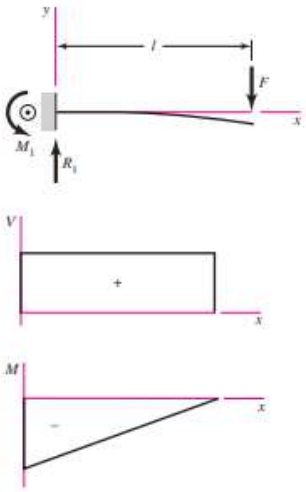




$$Meq = \sqrt{Mz + My^2}$$



1 Cantilever—end load



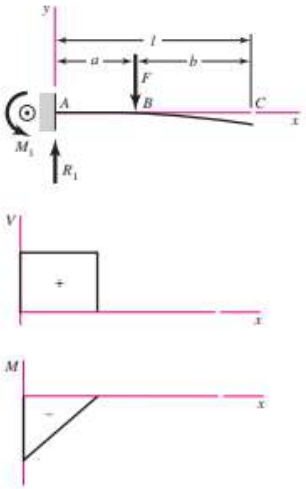
$R_1 = V = F \qquad M_1 = Fl$

$M = F(x - l)$

$y = \frac{Fx^2}{6EI}(x - 3l)$

$y_{max} = -\frac{Fl^3}{3EI}$

2 Cantilever—intermediate load



$R_1 = V = F \qquad M_1 = Fa$

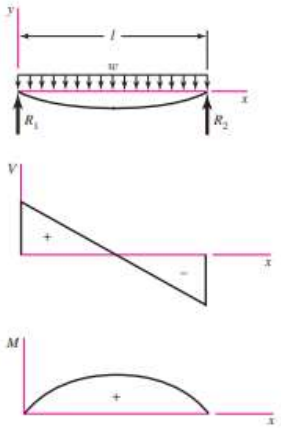
$M_{AB} = F(x - a) \qquad M_{BC} = 0$

$y_{AB} = \frac{Fx^2}{6EI}(x - 3a)$

$y_{BC} = \frac{Fa^2}{6EI}(a - 3x)$

$y_{max} = \frac{Fa^2}{6EI}(a - 3l)$

7 Simple supports—uniform load



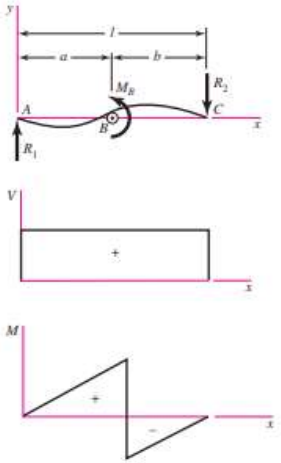
$R_1 = R_2 = \frac{wl}{2} \qquad V = \frac{wl}{2} - wx$

$M = \frac{wx}{2}(l - x)$

$y = \frac{wx}{24EI}(2lx^2 - x^3 - l^3)$

$y_{max} = -\frac{5wl^4}{384EI}$

8 Simple supports—moment load



$R_1 = R_2 = \frac{M_B}{l} \qquad V = \frac{M_B}{l}$

$M_{AB} = \frac{M_B x}{l} \qquad M_{BC} = \frac{M_B}{l}(x - l)$

$y_{AB} = \frac{M_B x}{6EIl}(x^2 + 3a^2 - 6al + 2l^2)$

$y_{BC} = \frac{M_B}{6EIl}[x^3 - 3lx^2 + x(2l^2 + 3a^2) - 3a^2 l]$

Dr. José Luis Olazagoitia y MABH

UNIVERSIDAD NEBRIJA

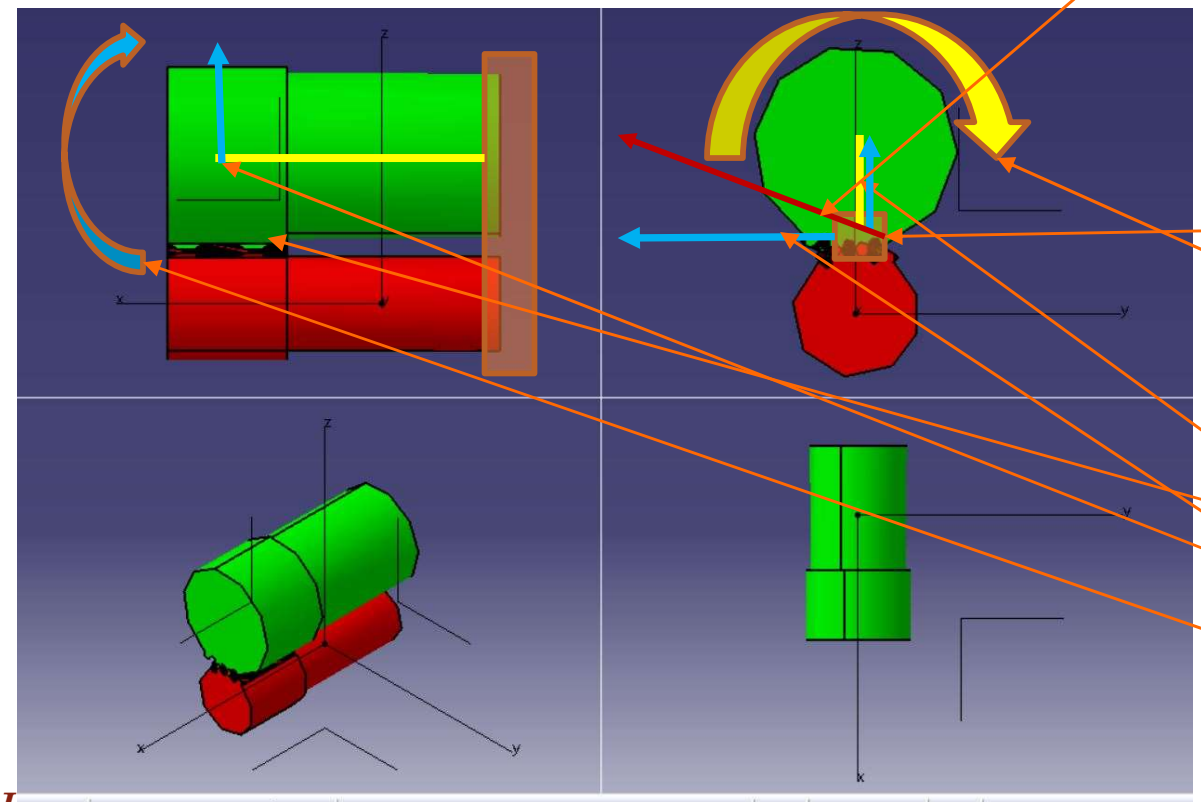
P=Tω
Potencia=ParxVel. angular
T1ω1=T2ω2

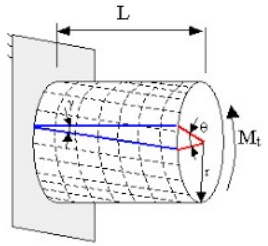
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ubicaciones críticas**
  - La mayoría de los ejes transmiten la torsión a través de una parte de ellos. El par de torsión suele ser relativamente constante. El esfuerzo cortante debido a torsión será mayor en superficies exteriores.

Angulo de presión.





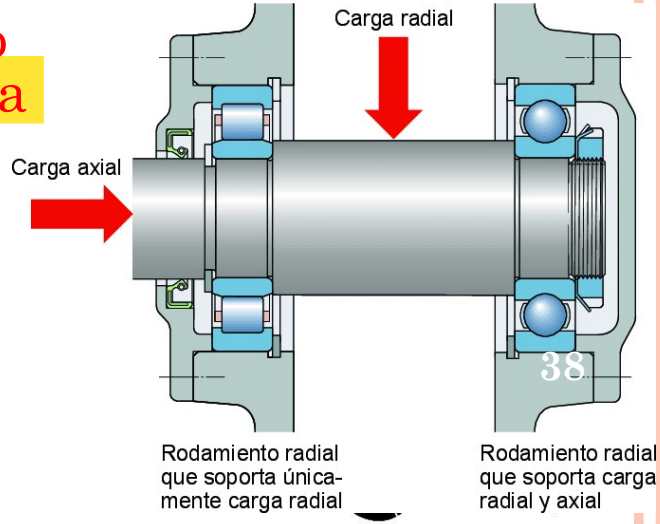
Zona contacto
Generadora torsión
Tx= Momento Torsor
Punto concentración
Tensiones.

Distancia
Fuerza.
My =Momento Flector

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ubicaciones críticas**
  - Los flectores se determinan por diagramas y habitualmente es necesario construirlos en dos planos. El ángulo de fase no es importante puesto que el eje gira y alternará tracción y compresión en cada sección por cada revolución del eje.
  - El esfuerzo normal es mayor en las superficies exteriores.
  - Los esfuerzos axiales sobre eje (debidos a engranes helicoidales o cojinetes ahusados de rodillo) casi siempre son despreciables en comparación con el esfuerzo flector. A menudo son constantes por lo que contribuyen poco a la fatiga. En general es aceptable despreciarlos cuando hay flexión presente en el eje.
  - Si se aplica una carga axial al eje de alguna otra manera no es seguro suponer que es despreciable sin verificar las magnitudes.



Prensa

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Esfuerzos en ejes**
  - Un eje puede estar sometido a esfuerzos de flexión, torsión y axiales, con componentes medias y alternantes.
  - Cargas axiales comparativamente menores. Despreciables.
  - Esfuerzos fluctuantes:

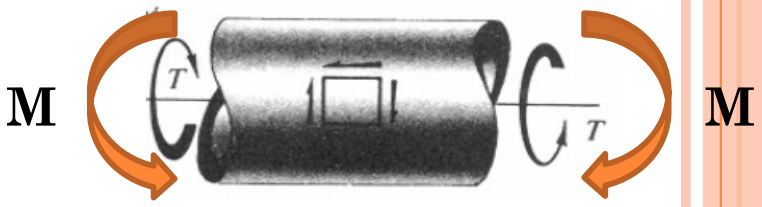
Flexión $\sigma_a = K_f \frac{M_a c}{I}$ $\sigma_m = K_f \frac{M_m c}{I}$

Torsión $\tau_a = K_{fs} \frac{T_a c}{J}$ $\tau_m = K_{fs} \frac{T_m c}{J}$

Circular

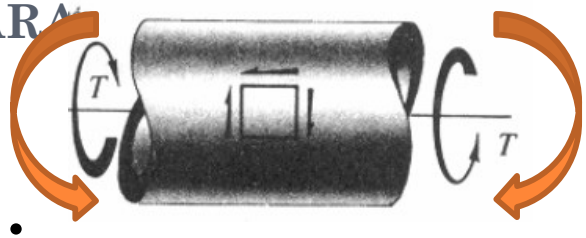
$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3}$

$\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$



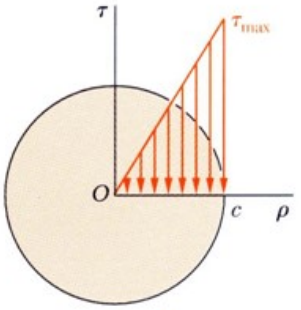
  - Donde las ***Ms*** representan los momentos flexionantes y las ***Ts*** los pares de torsión medio y alternante.
  - Las ***Ks*** son los factores de concentración de esfuerzo por fatiga de flexión y de torsión.

4. DISEÑO DE EJES PARA ESFUERZO

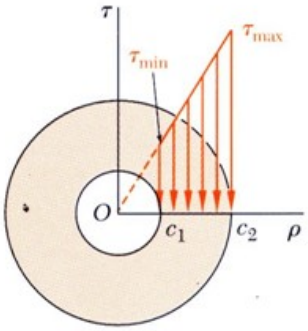


$$\int \rho\tau \, dA = \frac{\tau_{max}}{c}\int \rho^2 \, dA = \frac{\tau_{max}}{c} J$$

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad \text{and} \quad \tau = \frac{T\rho}{J}$$



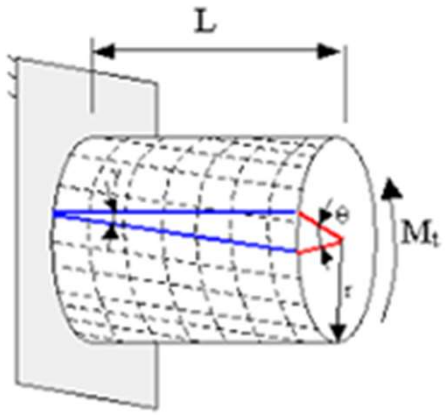
$$J = \frac{1}{2}\pi c^4$$



$$J = \frac{1}{2}\pi\left(c_2^4 - c_1^4\right)$$

- **Esfuerzos en ejes**
  - Un eje puede estar sometido a esfue
    axiales, con componentes medias y

torsión		axial
$\gamma = \frac{\rho\emptyset}{L}$		$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$
$\tau = \frac{T}{\left(J/\rho\right)}$	J módulo de torsión o momento de torsión (o inercia torsional)	$\sigma = \frac{F}{A}$
$\tau = G\gamma$	G es el módulo de elasticidad transversal	$\sigma = E\varepsilon$
$\emptyset = \frac{TL}{GJ}$		$\delta = \frac{PL}{EA}$



UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

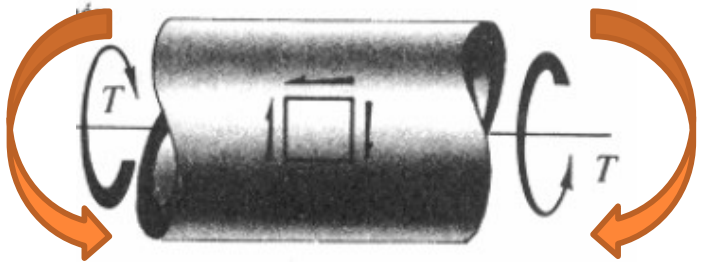
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

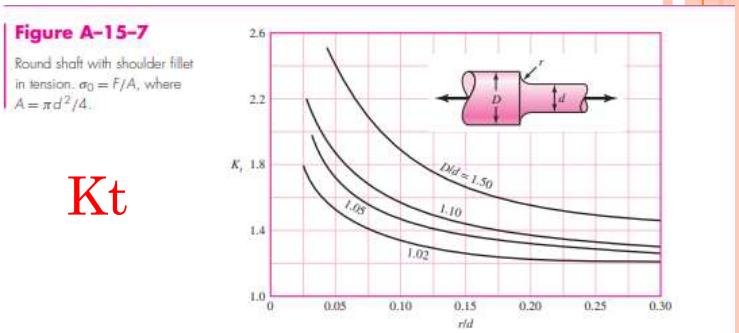
- **Esfuerzos en ejes**
  - Esfuerzos fluctuantes:

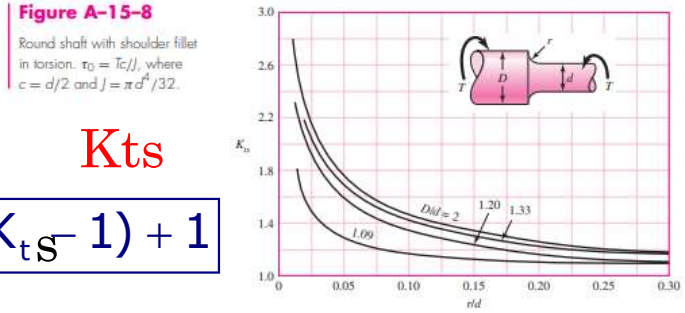
$$\sigma_a = K_f \frac{M_a c}{I} \qquad \sigma_m = K_f \frac{M_m c}{I}$$

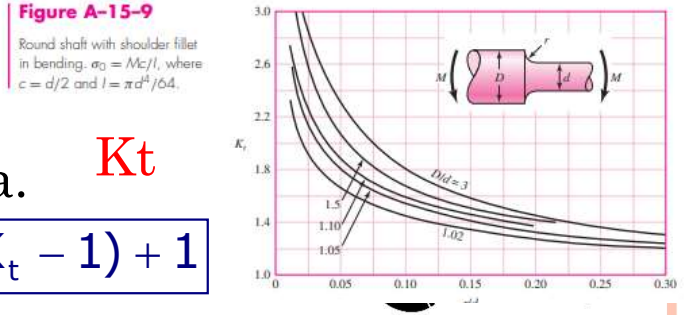
$$\tau_a = K_{fs} \frac{T_a c}{J} \qquad \tau_m = K_{fs} \frac{T_m c}{J}$$

  - ***Ms*** momentos flexionantes y las ***Ts*** los pares de torsión.
  - Las ***Ks*** son los factores de concentración de esfuerzo por fatiga de flexión y de torsión.

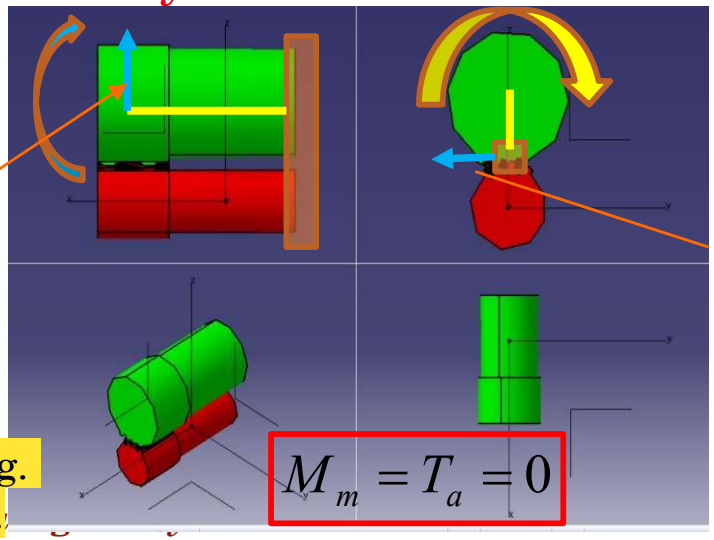








Si es Cte. Flexión reversible o alternada. Cada vez aplicada a un punto distinto.



Caso típico. Eje gira a vel. Ang. cte y potencia cte.

$$K_{fs} = q(K_{ts} - 1) + 1$$

Si es Cte. fuerza. No existe alternancia.

$$K_f = q(K_t - 1) + 1$$

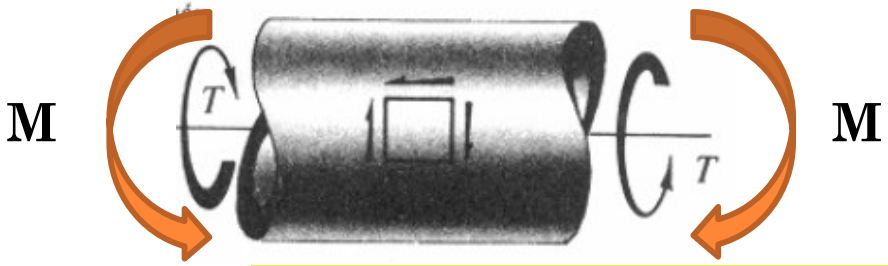
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Esfuerzos en ejes**
  - Supuesto eje sólido con sección transversal redonda, se pueden introducir términos apropiados para ***c***, ***I*** y ***J***.

$$\sigma_a = K_f \frac{32M_a}{\pi d^3} \qquad \sigma_m = K_f \frac{32M_m}{\pi d^3}$$

$$\tau_a = K_{fs} \frac{16T_a}{\pi d^3} \qquad \tau_m = K_{fs} \frac{16T_m}{\pi d^3}$$



  - Cuando se combinan estos esfuerzos según la teoría de Von Mises para ejes giratorios, redondos y sólidos sin tener en cuenta las cargas axiales tenemos:

$$\sigma'_a = \left(\sigma_a^2 + 3\cdot\tau_a^2\right)^{1/2} = \left[\left(\frac{32K_f M_a}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16K_{fs}T_a}{\pi d^3}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

$$\sigma'_m = \left(\sigma_m^2 + 3\cdot\tau_m^2\right)^{1/2} = \left[\left(\frac{32K_f M_m}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16K_{fs}T_m}{\pi d^3}\right)^2\right]^{1/2}$$

Mat. Dúctiles normal en ejecución de los ejes.

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. Diseño de ejes para el esfuerzo

- **Esfuerzos en ejes**
  - Recordar que, en ocasiones, los factores de concentración del esfuerzo son opcionales para los componentes medios con materiales dúctiles.
  - Estos esfuerzos medios y alternantes equivalentes pueden evaluarse usando una curva de falla apropiada sobre el diagrama de Goodman.
  - Por ejemplo, si tomamos como referencia la línea de Goodman…

$$\frac{1}{n}=\frac{\sigma'_a}{S_e}+\frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$$

CS

Se sin 1/Kf=Kt porque esta fuera y diferenciado en flexión y torsión.

  - Sustituyendo las tensiones media y alternante según las fórmulas anteriores …

ITERATIVO

$$\frac{1}{n}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{ut}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}$$

  - De donde puede despejarse ***d*** si se quiere diseñar el diámetro adecuado del eje.

IMPORTANTE: Se=Se'KaKbKcKdKeKg

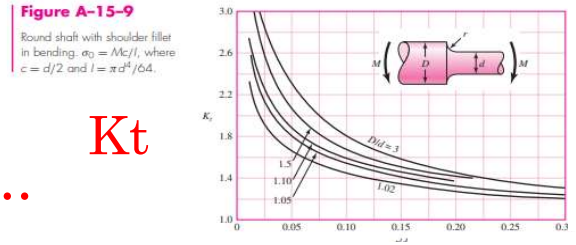
UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

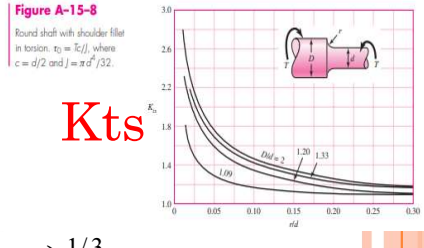
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Esfuerzos en ejes**
  - Según la teoría de Goodman…

Kt



Kts



$$d = \left(\frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{S_{ut}} \left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2 \right]^{1/2} \right\} \right)^{1/3}$$

  - Según Soderberg…

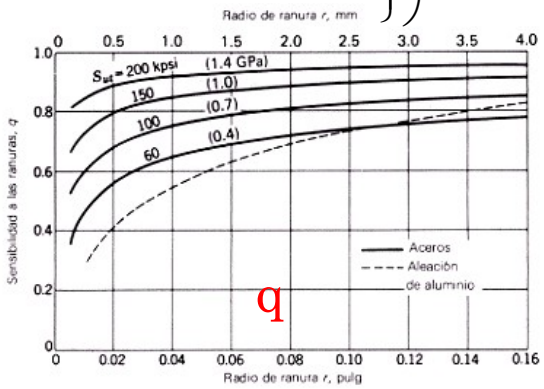
$K_f = q(K_t - 1) + 1$ $\quad$ $K_{fs} = q(K_{ts} - 1) + 1$

En ejes es más común utilizar Soderberg. No hace falta verificar la fluencia.

$$d = \left(\frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}} \left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2 \right]^{1/2} \right\} \right)^{1/3}$$

  - Según Gerber…

$$d = \left(\frac{8nA}{\pi S_e} \left\{ 1 + \left[1 + \left(\frac{2BS_e}{AS_{ut}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \right)^{1/3}$$



q

$$donde\ldots\ A = \sqrt{4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2} \quad y \quad B = \sqrt{4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2}$$

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

Pagina apuntes

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Esfuerzos en ejes**
  - En caso de eje giratorio con flexión y torsión constantes, el esfuerzo flexionante es reversible y la torsión es constante, por lo que se pueden simplificar las ecuaciones anteriores:

$$M_m = T_a = 0$$

  - Siempre es necesario comprobar que no falla estáticamente en el primer ciclo de carga. Arranque régimen transitorio.
  - Criterios como Soderberg evita inherentemente la fluencia. En otros hay que comprobarlo…

$$\sigma'_{\max} = \left[(\sigma_m + \sigma_a)^2 + 3(\tau_m + \tau_a)^2 \right]^{1/2} \qquad n_y = \frac{S_y}{\sigma'_{\max}}$$

  - Para una verificación rápida y muy conservadora de la fluencia se puede reemplazar σ'_{max} con $\sigma'_a + \sigma'_m$.

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

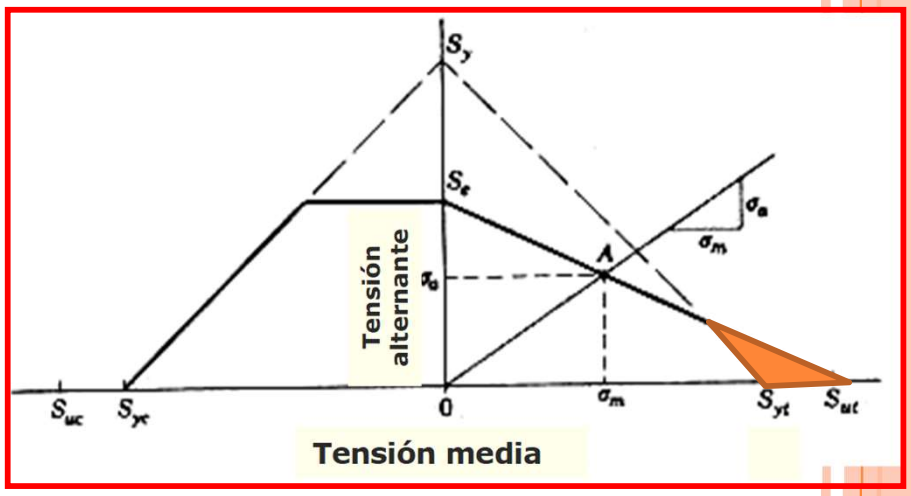
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Esfuerzos en ejes**
  - Criterios como Soderberg evita inherentemente la fluencia. En otros hay que comprobarlo…

$$\sigma'_{\max} = \left[(\sigma_m + \sigma_a)^2 + 3(\tau_m + \tau_a)^2\right]^{1/2}$$

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma'_{\max}}$$

CS



- Para una verificación rápida y muy conservadora de la fluencia se puede reemplazar σ'_{max} con $\sigma'_a + \sigma'_m$.

Si eje cilíndrico giratorio con flexión y torsión constantes

$$M_m = T_a = 0$$

$$\sigma_a = K_f \frac{32M_a}{\pi d^3} \qquad \sigma_m = K_f \frac{32M_m}{\pi d^3} = 0$$

$$\tau_a = K_{fs} \frac{16T_a}{\pi d^3} = 0 \qquad \tau_m = K_{fs} \frac{16T_m}{\pi d^3}$$

$$\sigma'_{\max} = [(\sigma_m + \sigma_a)^2 + 3(\tau_m + \tau_a)^2]^{1/2}$$

$$\sigma'_{\max} = [(0 + \sigma_a)^2 + 3(\tau_m + 0)^2]^{1/2}$$

$$\sigma'_{\max} = [\sigma_a{}^2 + 3\tau_m{}^2]^{1/2}$$

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Esfuerzos en ejes**
  - En caso de eje giratorio con flexión y torsión constantes, el esfuerzo flexionante es reversible y la torsión es constante, por lo que se pueden simplificar las ecuaciones anteriores:

$$M_m = T_a = 0$$

$$\sigma_a = K_f \frac{32M_a}{\pi d^3} \qquad \sigma_m = K_f \frac{32M_m}{\pi d^3} = 0$$

$$\tau_a = K_{fs} \frac{16T_a}{\pi d^3} = 0 \qquad \tau_m = K_{fs} \frac{16T_m}{\pi d^3}$$

$$\sigma'_a = (\sigma_a^2 + 3 \cdot \tau_a^2)^{1/2} = \left[\left(\frac{32 \ {}_f M_a}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16 K_{fs} T_a}{\pi d^3}\right)^2\right]^{1/2};$$

$$\sigma'_a = (\sigma_a^2 + 3 \cdot 0)^{1/2} = \left[\left(\frac{32 K_f M_a}{\pi d^3}\right)^2 + 0\right]^{1/2};$$

$$\sigma'_a = \frac{32 K_f M_a}{\pi d^3}$$

$$\sigma'_m = (\sigma_m^2 + 3 \cdot \tau_m^2)^{1/2} = \left[\left(\frac{32 K_f M_m}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16 K_{fs} T_m}{\pi d^3}\right)^2\right]^{1/2};$$

$$\sigma'_m = (0 + 3 \cdot \tau_m^2)^{1/2} = \left[0 + 3\left(\frac{16 K_{fs} T_m}{\pi d^3}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$\sigma'_m = \frac{48 K_{fs} T_m}{\pi d^3}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_y}\left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}$$

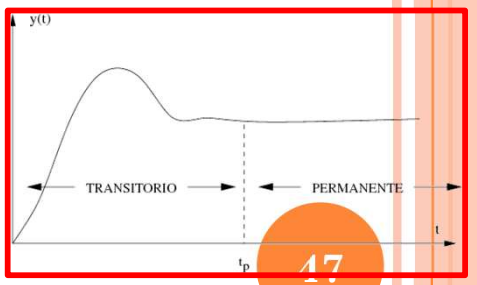
($T_a = 0$; $M_m = 0$)

Soderberg

CS

$$\frac{1}{n} = \frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{2K_f M_a}{S_e} + \frac{\sqrt{3} K_{fs} T_m}{S_y}\right\}$$

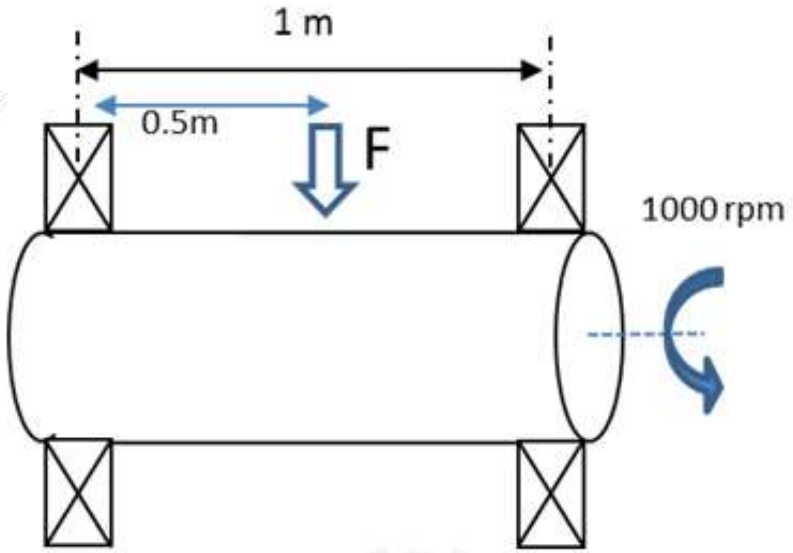
$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{2K_f M_a}{S_e} + \frac{\sqrt{3} K_{fs} T_m}{S_y}\right\}\right)^{1/3}$$



- Siempre es necesario comprobar que no falla en el primer ciclo de carga. Arranque régimen transitorio.

NEBRIJA

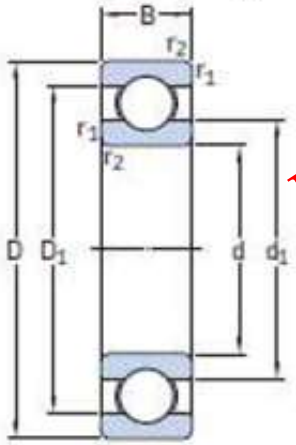
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W en su movimiento pulsante (girando siempre en la misma dirección, entre el estado de reposo – velocidad nula- y la máxima).



El eje soporta en todo momento una fuerza continua F de 5 kN según se muestra en la figura (siempre con sentido vertical hacia abajo).

El eje está apoyado en sus extremos por dos rodamientos de bolas de referencia 6412, cuyas características se incluyen como dato:

- *d=60mm*
- *D=150mm*
- *B=35mm*
- *C=108 kN (dinámica)*
- *Co=69.5 kN(estática)*
- *Pu=2.9 kN (carga límite de fatiga)*
- *Velocidad límite = 6300 rpm*



Examen Extraordinario 2012-2013

Se pide:

a) *(0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tamaño Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.*

b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

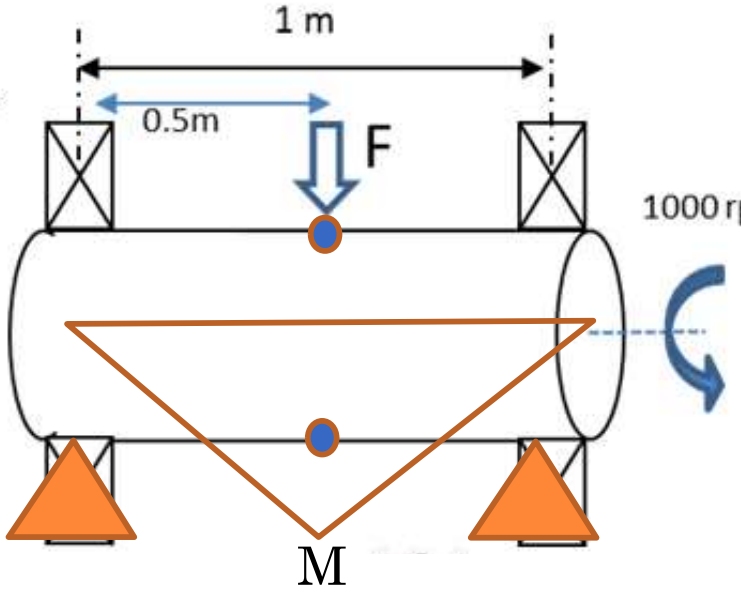
c) *(1 punto) Vida L10 (en horas) que aguantarán los rodamientos seleccionados.*

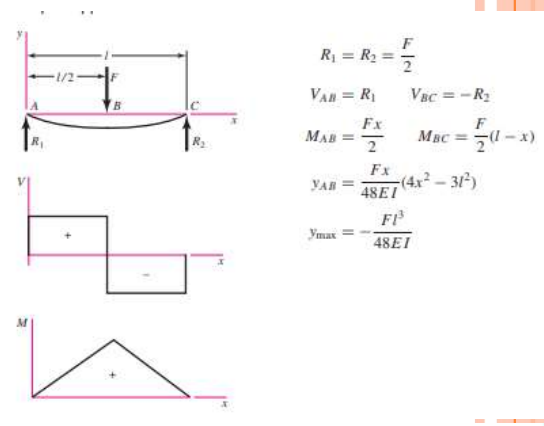
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W ~~en su movimiento pulsante~~ (girando siempre en la misma dirección~~, entre el estado de reposo - velocidad nula- y la máxima~~).

El eje soporta en todo momento una fuerza continua F de 5 kN según se muestra en la figura (siempre con sentido vertical hacia abajo).

El eje está apoyado en sus extremos por dos rodamientos de bolas de referencia 6412, cuyas características se incluyen como dato:

- *d=60mm*
- *D=150mm*
- *B=35mm*
- *C=108 kN (dinámica)*
- *Co=69.5 kN(estática)*
- *Pu=2.9 kN (carga límite de fatiga)*
- *Velocidad límite = 6300 rpm*





R1 R2

d	60	mm
F	5.000	N
R1		
R2		
l		
M =R1l		

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS No.	SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)	Elongation in 2 in, %	Reduction in Area, %	Brinell Hardness
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

Se pide:

a) *(0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tamaño Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.*

b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

c) *(1 punto) Vida L10 (en horas) que aguantarán los rodamientos seleccionados.*

Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Proceso en caliente o fri

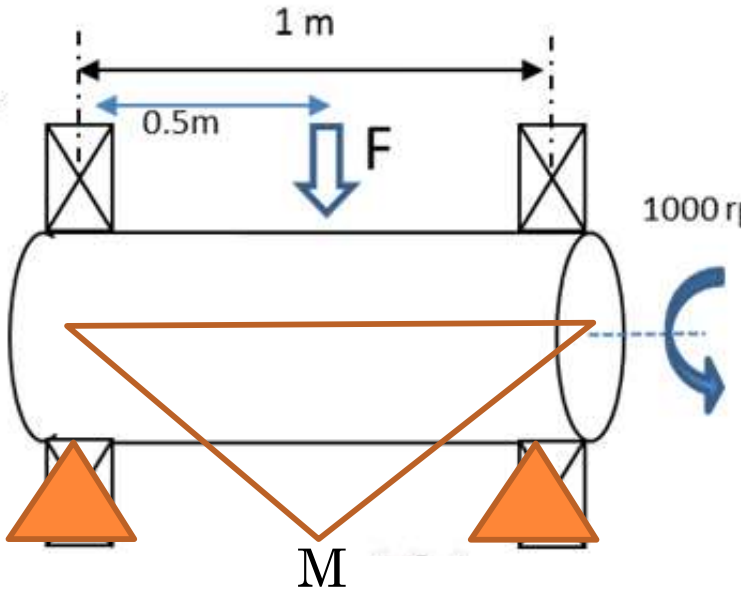
SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)
1035	HR	500 (72)	270 (39.5)

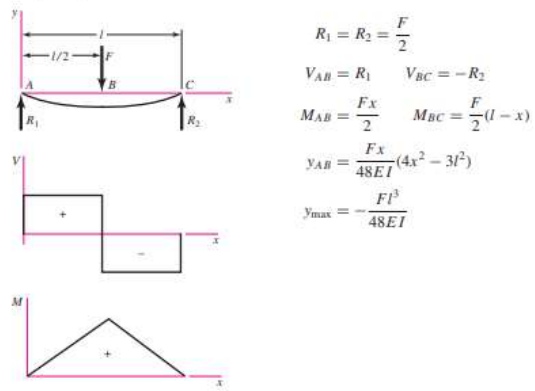
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W ~~en su movimiento pulsante~~ (girando siempre en la misma dirección~~, entre el estado de reposo - velocidad nula- y la máxima~~).

El eje soporta en todo momento una fuerza continua F de 5 kN según se muestra en la figura (siempre con sentido vertical hacia abajo).

El eje está apoyado en sus extremos por dos rodamientos de bolas de referencia 6412, cuyas características se incluyen como dato:

- *d=60mm*
- *D=150mm*
- *B=35mm*
- *C=108 kN (dinámica)*
- *Co=69.5 kN(estática)*
- *Pu=2.9 kN (carga límite de fatiga)*
- *Velocidad límite = 6300 rpm*





R1 R2

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l		

1 UNS No.	2 SAE and/or AISI No.	3 Proces-sing	4 Tensile Strength, MPa (kpsi)	5 Yield Strength, MPa (kpsi)	6 Elongation in 2 in, %	7 Reduction in Area, %	8 Brinell Hardness
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

Se pide:

a) *(0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tamaño Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.*

b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

c) *(1 punto) Vida L10 (en horas) que aguantarán los rodamientos seleccionados.*

Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Proceso en caliente o fri

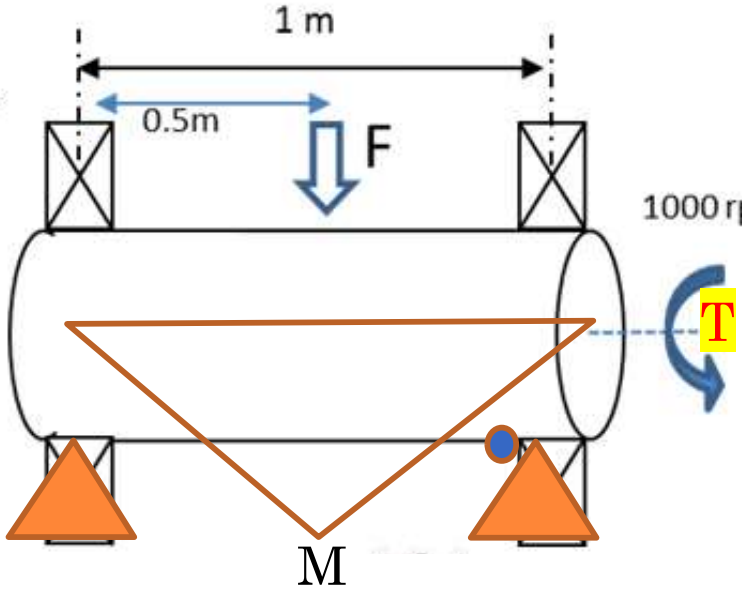
SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)
1035	HR	500 (72)	270 (39.5)

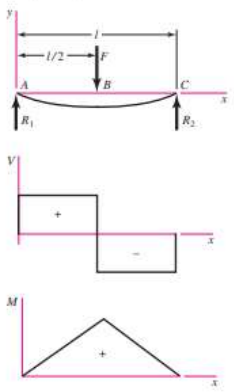
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W en su movimiento pulsante (girando siempre en la misma dirección, entre el estado de reposo -velocidad nula- y la máxima).

El eje soporta en todo momento una fuerza continua F de 5 kN según se muestra en la figura (siempre con sentido vertical hacia abajo).

El eje está apoyado en sus extremos por dos rodamientos de bolas de referencia 6412, cuyas características se incluyen como dato:

- *d=60mm*
- *D=150mm*
- *B=35mm*
- *C=108 kN (dinámica)*
- *Co=69.5 kN(estática)*
- *Pu=2.9 kN (carga límite de fatiga)*
- *Velocidad límite = 6300 rpm*





$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$$
$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$
$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$
$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$
$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS No.	SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)	Elongation in 2 in, %	Reduction in Area, %	Brinell Hardness
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

Se pide:

a) *(0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tamaño Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.*

b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

c) *(1 punto) Vida L10 (en horas) que aguantarán los rodamientos seleccionados.*

Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Proceso en caliente o fri

SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)
1035	HR	500 (72)	270 (39.5)

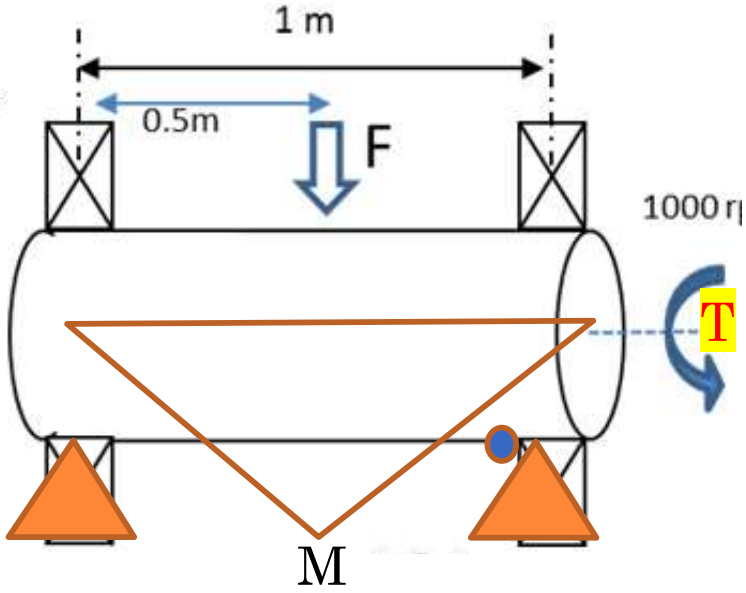
Dr. José Luis Ol...

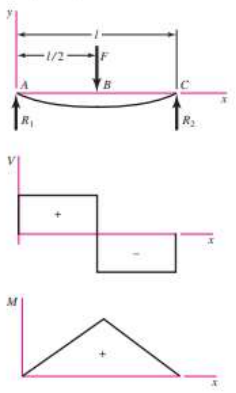
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W en su movimiento pulsante (girando siempre en la misma dirección, entre el estado de reposo -velocidad nula- y la máxima).

El eje soporta en todo momento una fuerza continua F de 5 kN según se muestra en la figura (siempre con sentido vertical hacia abajo).

El eje está apoyado en sus extremos por dos rodamientos de bolas de referencia 6412, cuyas características se incluyen como dato:

- *d=60mm*
- *D=150mm*
- *B=35mm*
- *C=108 kN (dinámica)*
- *Co=69.5 kN(estática)*
- *Pu=2.9 kN (carga límite de fatiga)*
- *Velocidad límite = 6300 rpm*





$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$$
$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$
$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$
$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$
$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS No.	SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)	Elongation in 2 in, %	Reduction in Area, %	Brinell Hardness
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

Se pide:

a) *(0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tamaño Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.*

b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

c) *(1 punto) Vida L10 (en horas) que aguantarán los rodamientos seleccionados.*

Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Proceso en caliente o fri

SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)
1035	HR	500 (72)	270 (39.5)

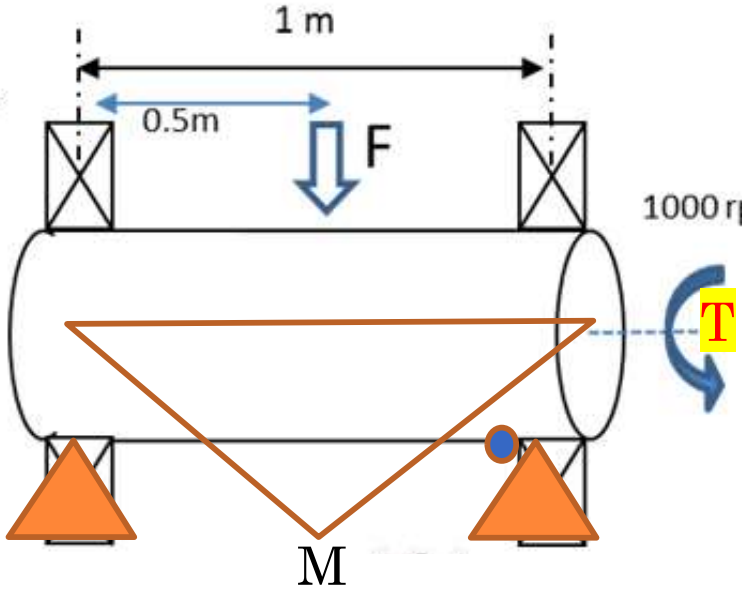
Dr. José Luis Ol...

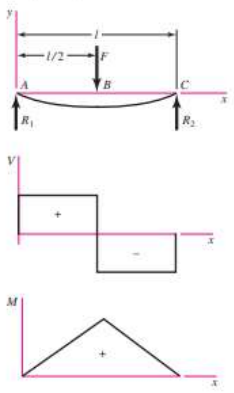
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W en su movimiento pulsante (girando siempre en la misma dirección, entre el estado de reposo -velocidad nula- y la máxima).

El eje soporta en todo momento una fuerza continua F de 5 kN según se muestra en la figura (siempre con sentido vertical hacia abajo).

El eje está apoyado en sus extremos por dos rodamientos de bolas de referencia 6412, cuyas características se incluyen como dato:

- *d=60mm*
- *D=150mm*
- *B=35mm*
- *C=108 kN (dinámica)*
- *Co=69.5 kN(estática)*
- *Pu=2.9 kN (carga límite de fatiga)*
- *Velocidad límite = 6300 rpm*





$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$$
$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$
$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$
$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$
$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS No.	SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)	Elongation in 2 in, %	Reduction in Area, %	Brinell Hardness
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

Se pide:

a) *(0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tamaño Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.*

b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

c) *(1 punto) Vida L10 (en horas) que aguantarán los rodamientos seleccionados.*

Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Proceso en caliente o fri

SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)
1035	HR	500 (72)	270 (39.5)

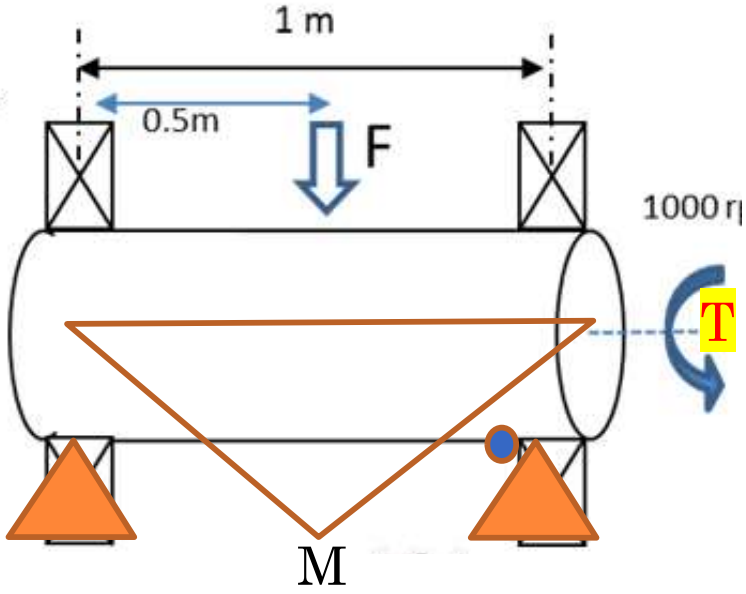
Dr. José Luis Ol...

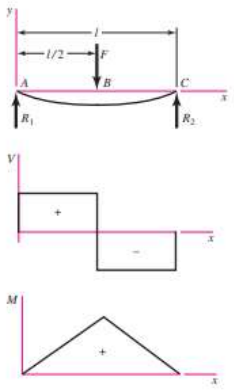
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W en su movimiento pulsante (girando siempre en la misma dirección, entre el estado de reposo -velocidad nula- y la máxima).

El eje soporta en todo momento una fuerza continua F de 5 kN según se muestra en la figura (siempre con sentido vertical hacia abajo).

El eje está apoyado en sus extremos por dos rodamientos de bolas de referencia 6412, cuyas características se incluyen como dato:

- *d=60mm*
- *D=150mm*
- *B=35mm*
- *C=108 kN (dinámica)*
- *Co=69.5 kN(estática)*
- *Pu=2.9 kN (carga límite de fatiga)*
- *Velocidad límite = 6300 rpm*





$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$$
$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$
$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$
$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$
$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

R1 R2

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω		

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS No.	SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)	Elongation in 2 in, %	Reduction in Area, %	Brinell Hardness
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

Se pide:

a) *(0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tamaño Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.*

b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

c) *(1 punto) Vida L10 (en horas) que aguantarán los rodamientos seleccionados.*

Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Proceso en caliente o fri

SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)
1035	HR	500 (72)	270 (39.5)

Dr. José Luis Ol...

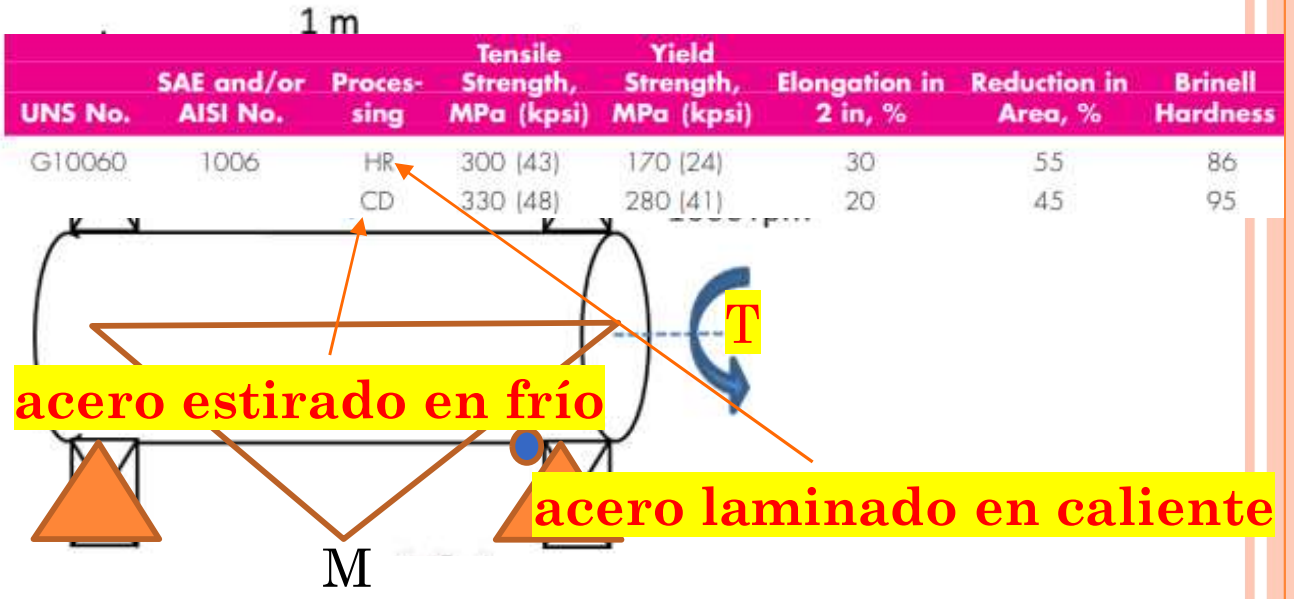
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rp se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W ~~en su movimiento pulsante~~ (girando siempre en la misma dirección~~, entre el estado de reposo - velocidad nula- y la máxima~~).

El eje soporta en todo momento una fuerza continua F de 5 kN según se muestra en la figura (siempre con sentido vertical hacia abajo).

El eje está apoyado en sus extremos por dos rodamientos de bolas de referencia 6412, cuyas características se incluyen como dato:

- *d=60mm*
- *D=150mm*
- *B=35mm*
- *C=108 kN (dinámica)*
- *Co=69.5 kN(estática)*
- *Pu=2.9 kN (carga límite de fatiga)*
- *Velocidad límite = 6300 rpm*

UNS No.	SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)	Elongation in 2 in, %	Reduction in Area, %	Brinell Hardness
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95



d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS No.	SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)	Elongation in 2 in, %	Reduction in Area, %	Brinell Hardness
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

Se pide:

a) *(0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tamaño Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.*

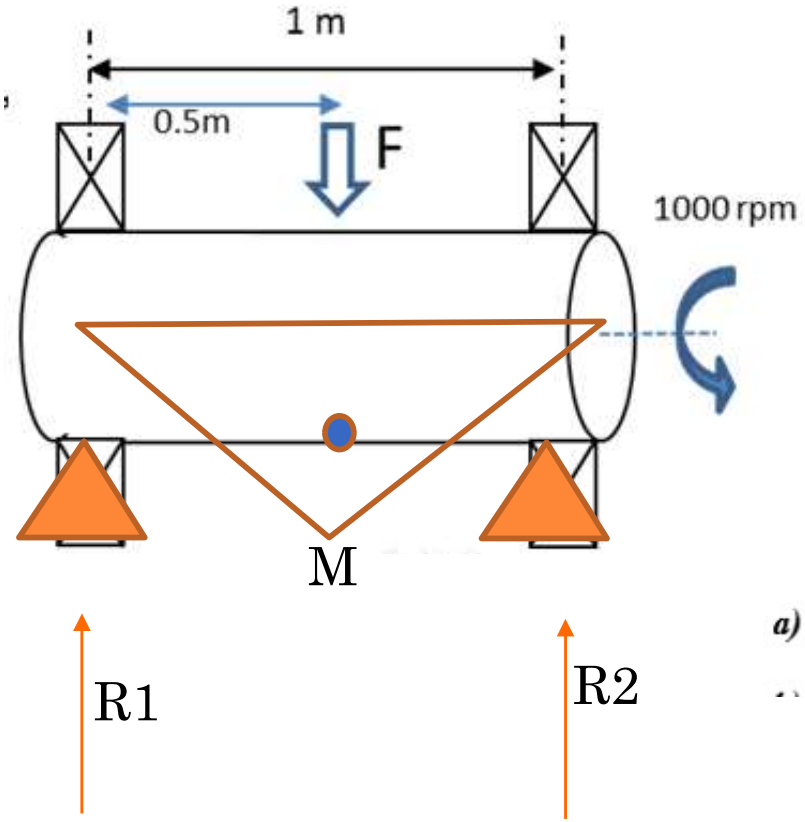
b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

c) *(1 punto) Vida L10 (en horas) que aguantarán los rodamientos seleccionados.*

Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Proceso en caliente o fri

SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)
1035	HR	500 (72)	270 (39.5)

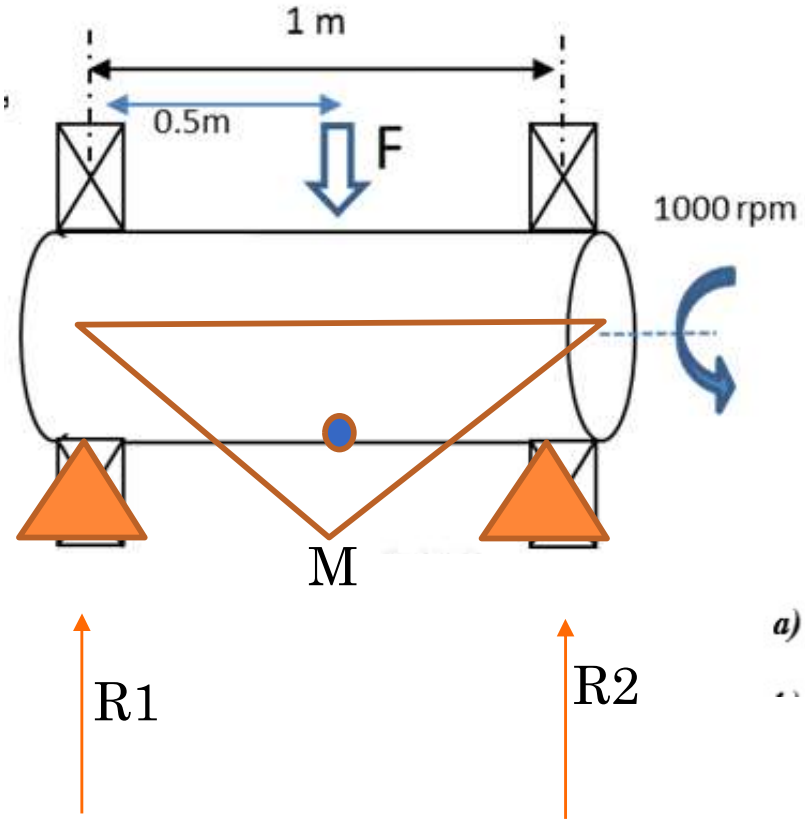


d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa
Se'=0,5 *Sut acero		
Ka rectificado		
Acabado superficial		
Acabado fino (esmerilado, rect		
Kb (dado)		
Kc: Factor de modificación de c		
KC=		
Kd: Factor de temperatura.		
Kd=		
Ke: Factor de fiabilidad.		
Ke=		
0,5		
Kf(Sin entalla)		
KG (Nada)		



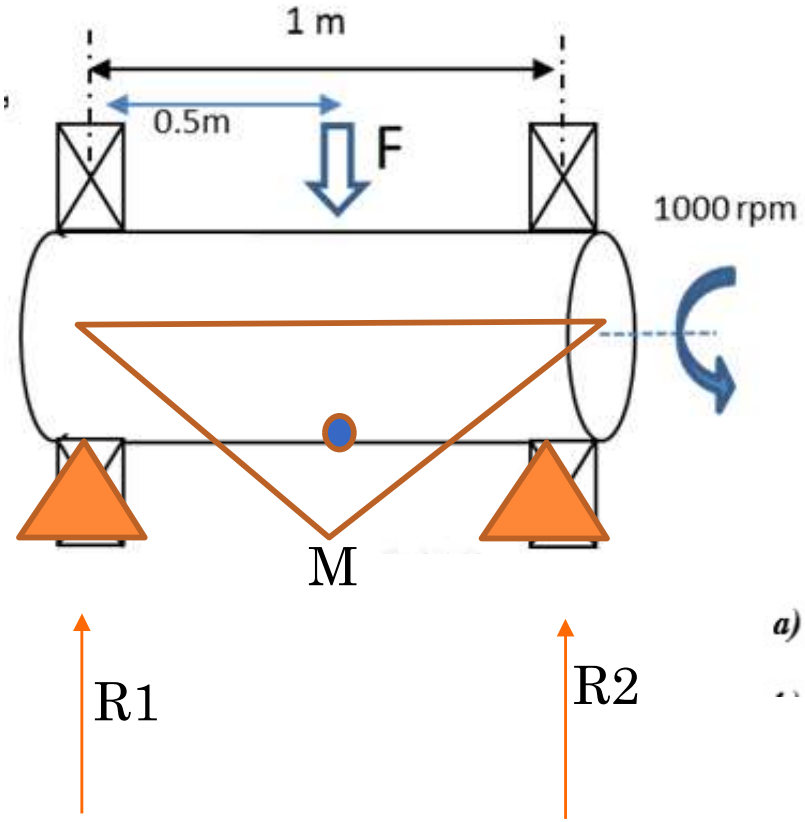
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa
Se'=0,5 *Sut acero	250,0	Mpa
Ka rectificado		
Acabado superficial		
Acabado fino (esmerilado, rect		
Kb (dado)		
Kc: Factor de modificación de c		
KC=		
Kd: Factor de temperatura.		
Kd=		
Ke: Factor de fiabilidad.		
Ke=		
0,5		
Kf(Sin entalla)		
KG (Nada)		

$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$



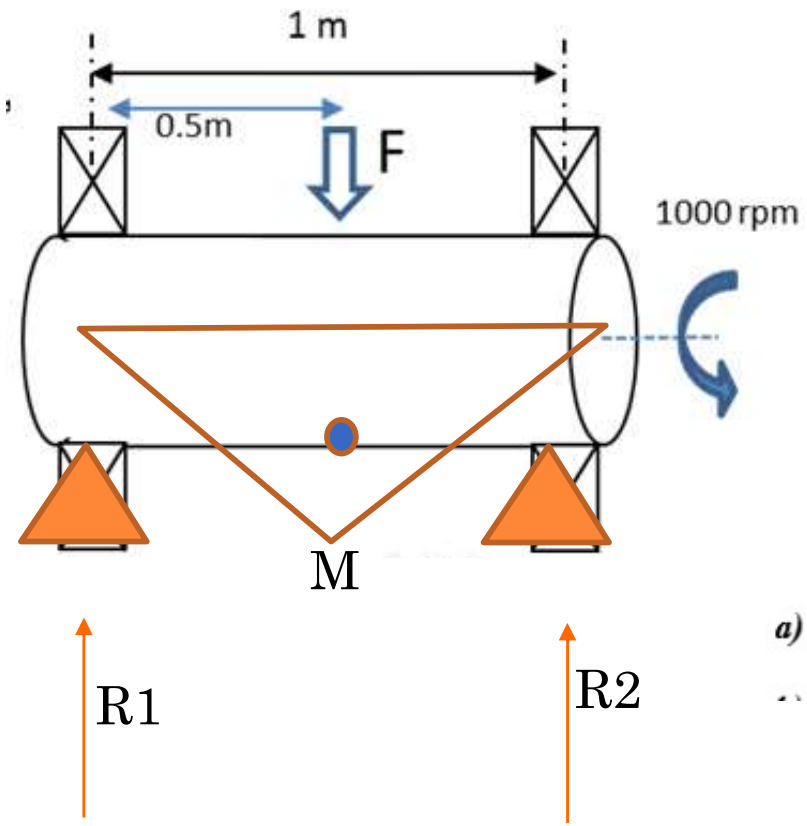
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa
Se'=0,5 *Sut acero	250,0	Mpa
Ka rectificado		
Acabado superficial		
Acabado fino (esmerilado, rect		
Kb (dado)		
Kc: Factor de modificación de c		
KC=		
Kd: Factor de temperatura.		
Kd=		
Ke: Factor de fiabilidad.		
Ke=		
0,5		
Kf(Sin entalla)		
KG (Nada)		

$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$

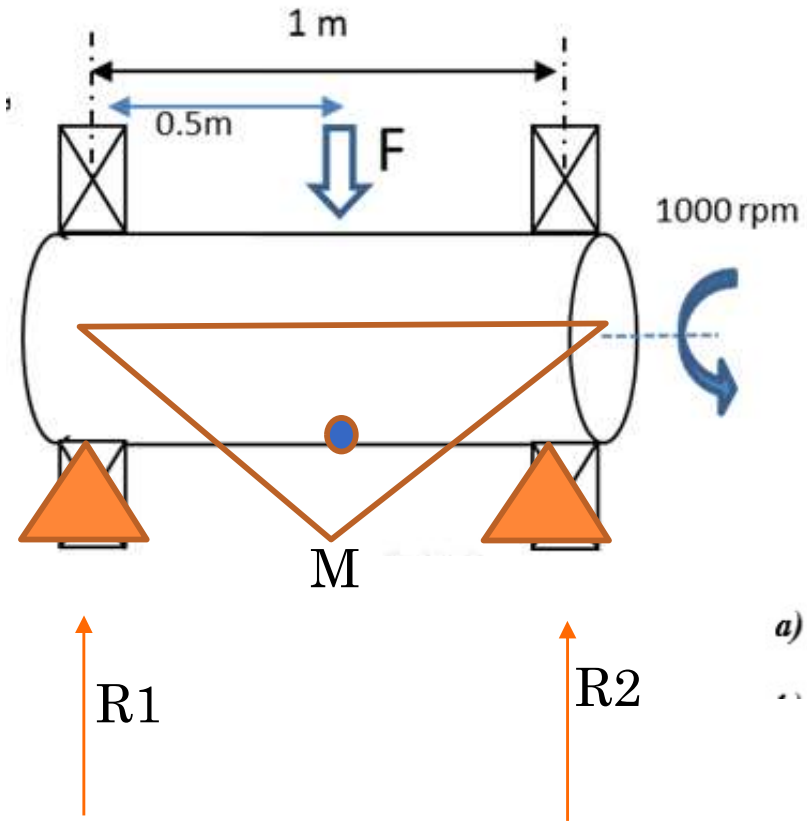


d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa	$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$		
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)						
Kc: Factor de modificación de c						
KC=						
Kd: Factor de temperatura.						
Kd=						
Ke: Factor de fiabilidad.						
Ke=						
0,5						
Kf(Sin entalla)						
KG (Nada)						



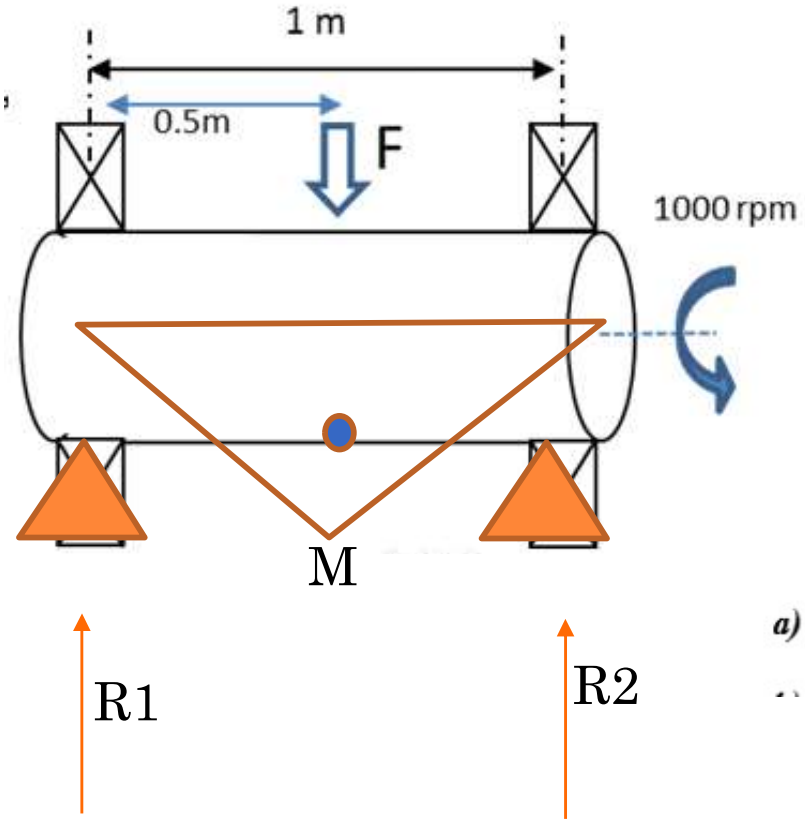
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa			
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)		0,8				
Kc: Factor de modificación de c	Torsion con flexión					
KC=						
Kd: Factor de temperatura.						
Kd=						
Ke: Factor de fiabilidad.						
Ke=						
0,5						
Kf(Sin entalla)						
KG (Nada)						

$$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$$



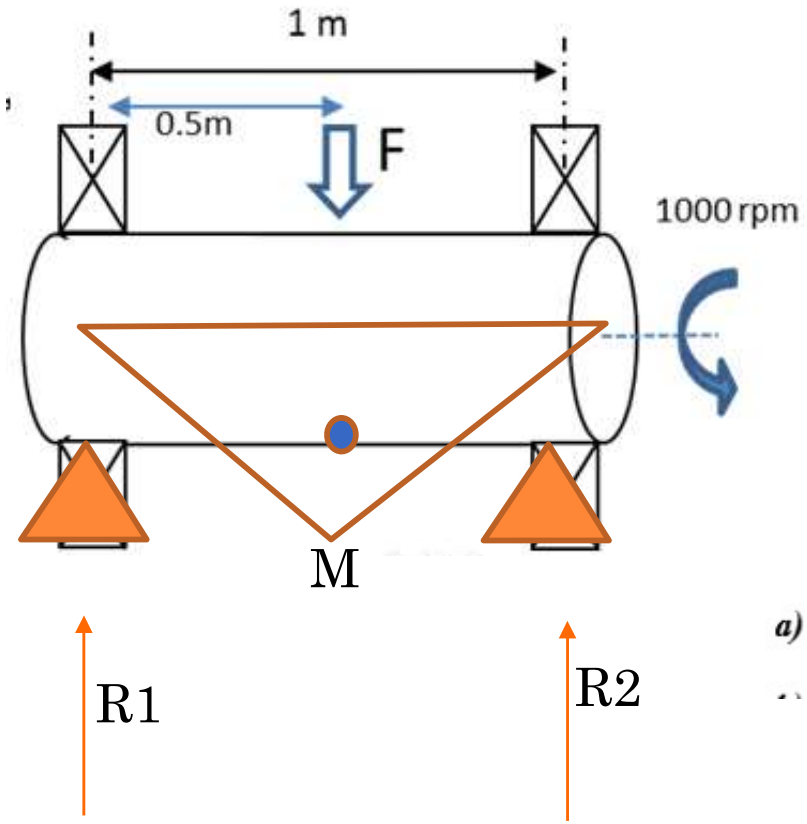
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa			
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)		0,8				
Kc: Factor de modificación de c	Torsion con flexión					
KC=		1				
Kd: Factor de temperatura.						
Kd=						
Ke: Factor de fiabilidad.						
Ke=						
0,5						
Kf(Sin entalla)						
KG (Nada)						

$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$



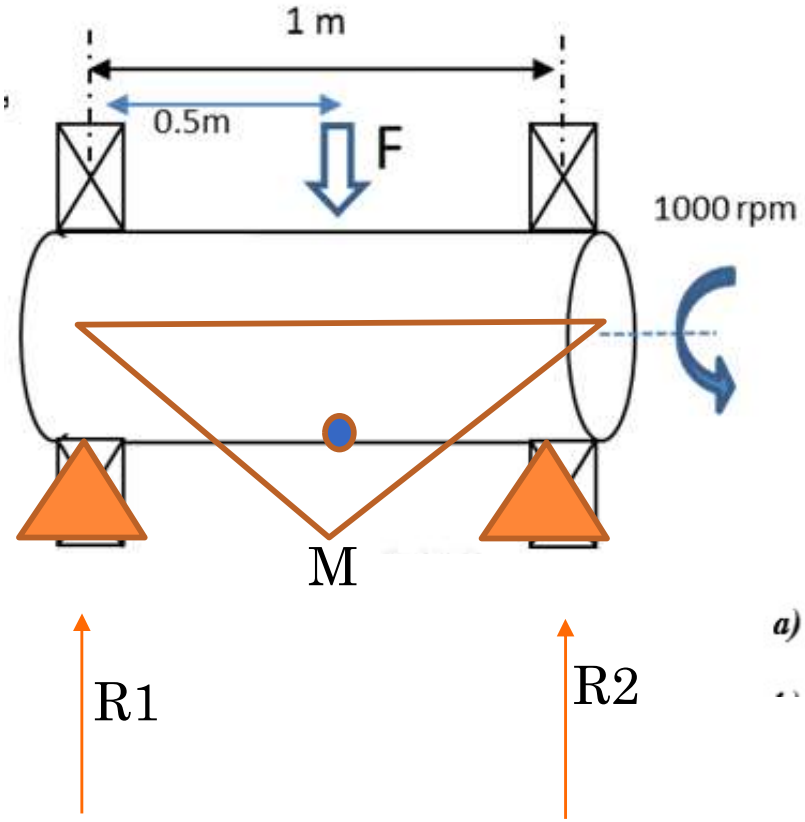
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa			
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)		0,8				
Kc: Factor de modificación de c	Torsion con flexión					
KC=		1				
Kd: Factor de temperatura.	Tº Amb					
Kd=						
Ke: Factor de fiabilidad.						
Ke=						
0,5						
Kf(Sin entalla)						
KG (Nada)						

$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$



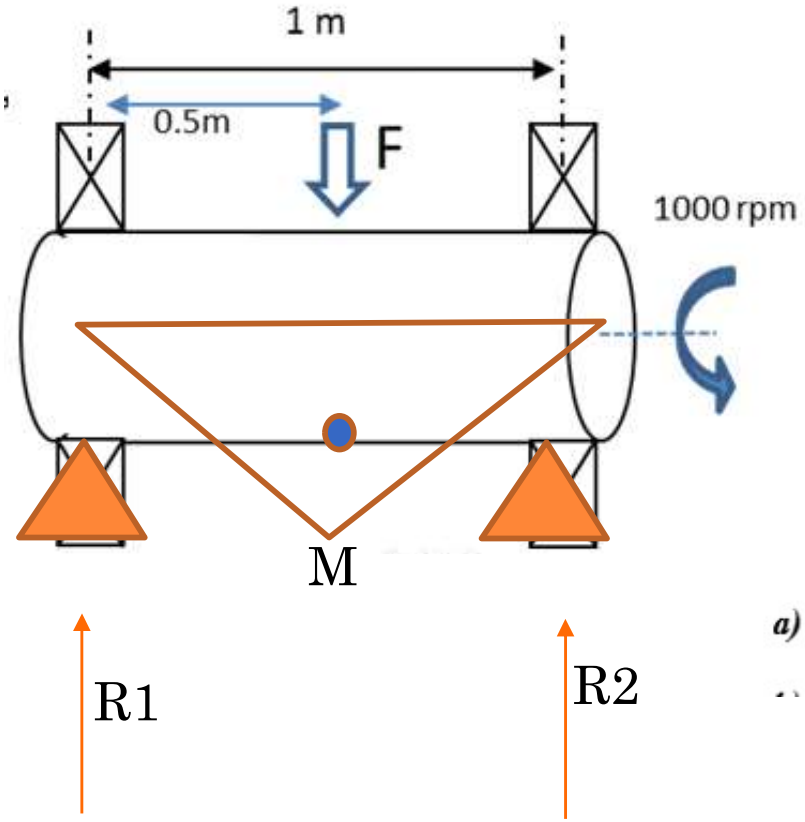
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa			
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)		0,8				
Kc: Factor de modificación de c	Torsion con flexión					
KC=		1				
Kd: Factor de temperatura.	Tº Amb					
Kd=		1				
Ke: Factor de fiabilidad.						
Ke=						
0,5						
Kf(Sin entalla)						
KG (Nada)						

$$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$$



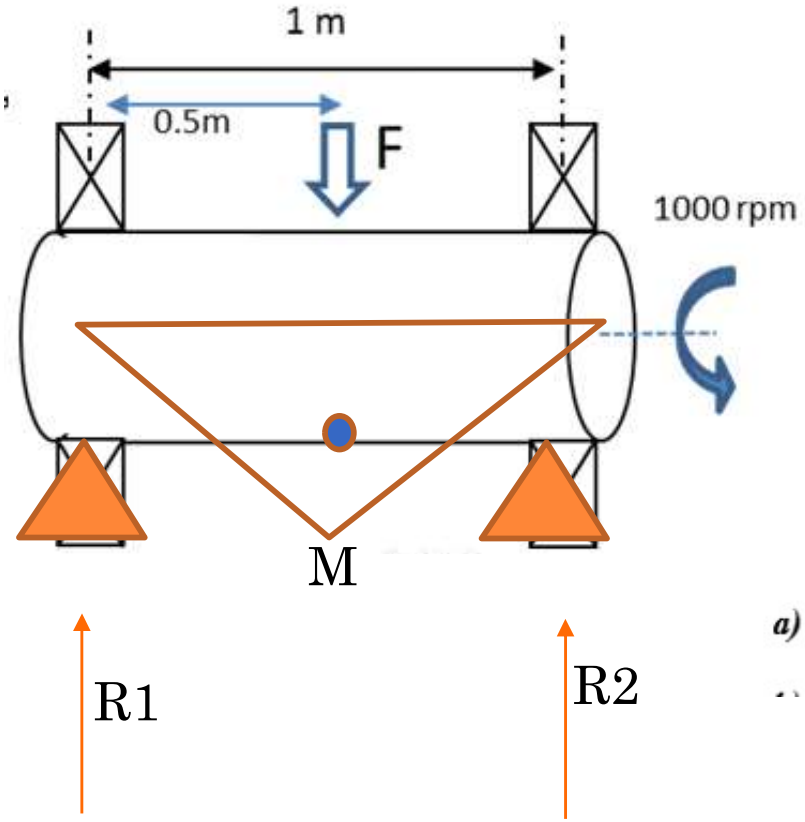
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa			
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)		0,8				
Kc: Factor de modificación de c	Torsion con flexión					
KC=		1				
Kd: Factor de temperatura.	Tº Amb					
Kd=		1				
Ke: Factor de fiabilidad.		50%				
Ke=						
0,5						
Kf(Sin entalla)						
KG (Nada)						

$$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$$



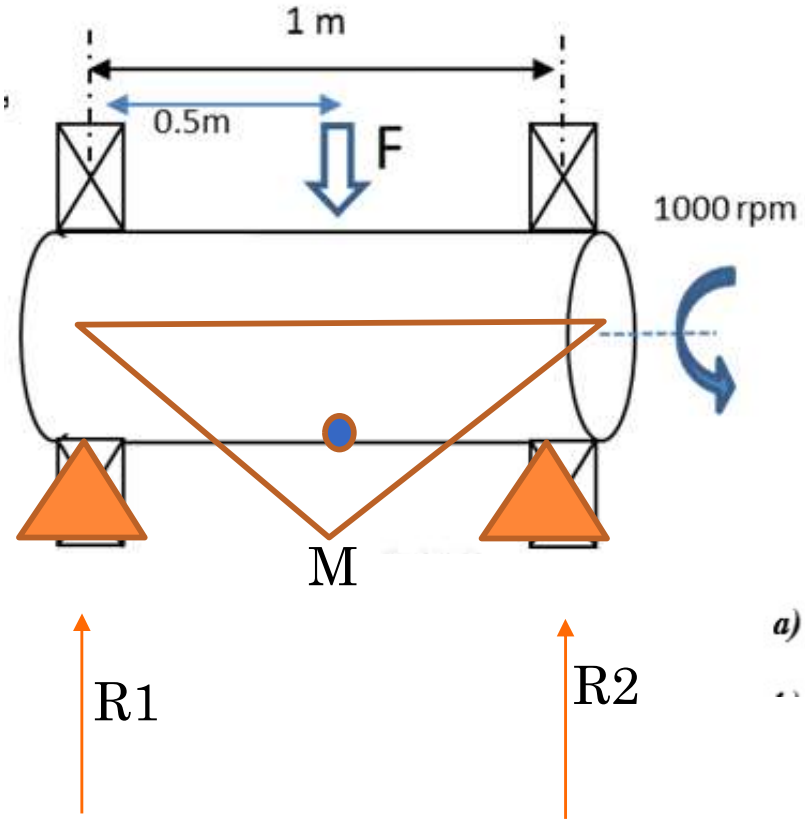
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa			
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)		0,8				
Kc: Factor de modificación de c	Torsion con flexión					
KC=		1				
Kd: Factor de temperatura.	Tº Amb					
Kd=		1				
Ke: Factor de fiabilidad.		50%				
Ke=		1				
0,5						
Kf(Sin entalla)						
KG (Nada)						

$$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$$



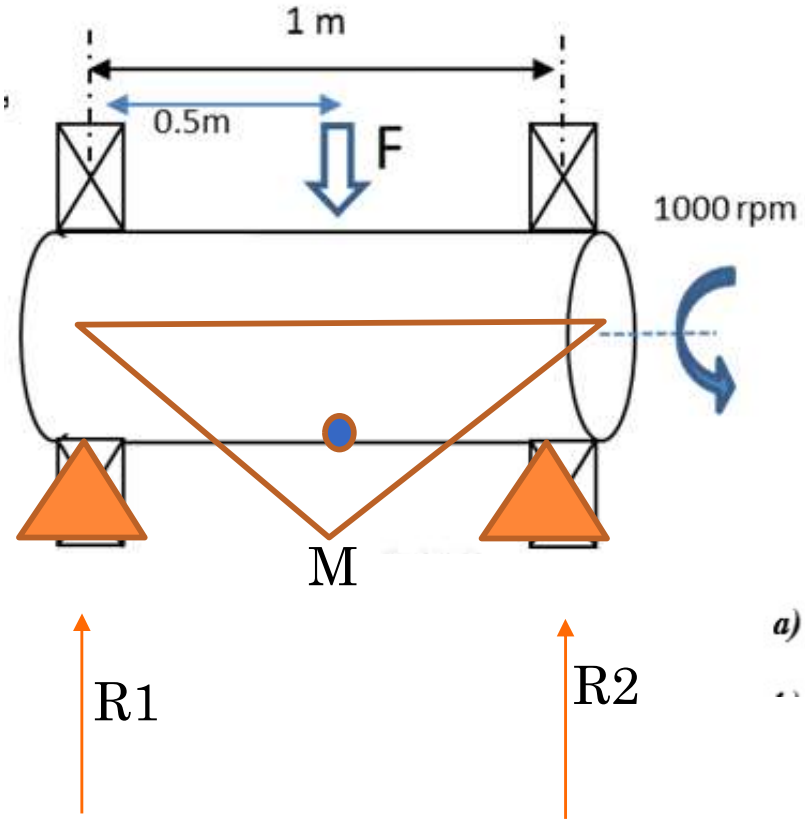
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa			
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)		0,8				
Kc: Factor de modificación de c	Torsion con flexión					
KC=		1				
Kd: Factor de temperatura.	Tº Amb					
Kd=		1				
Ke: Factor de fiabilidad.		50%				
Ke=		1				
0,5		1				
Kf(Sin entalla)						
KG (Nada)						

$$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$$



d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

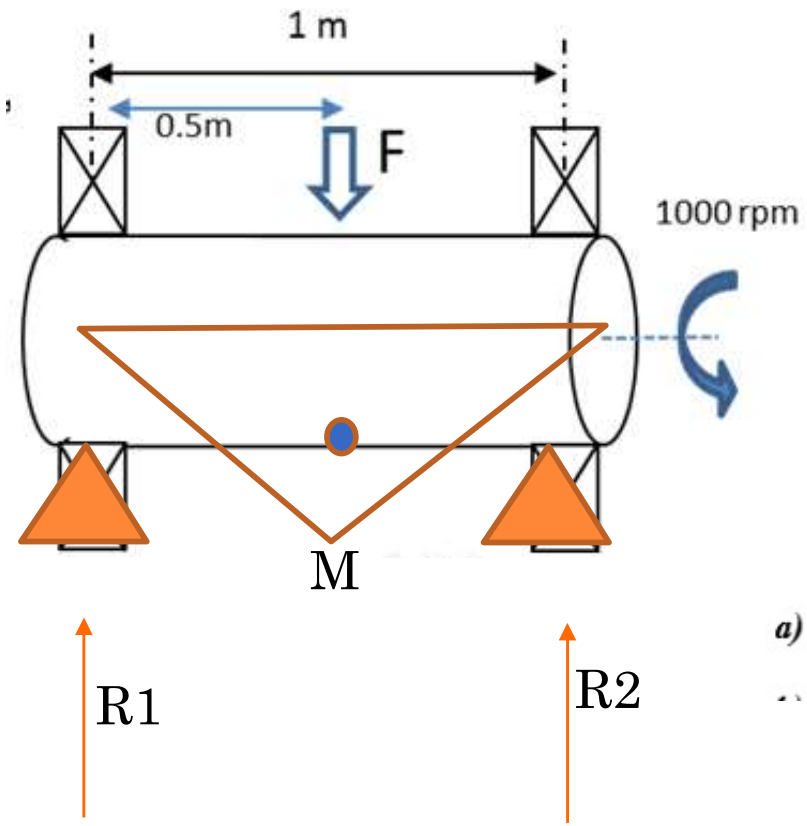
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa			
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)		0,8				
Kc: Factor de modificación de c	Torsion con flexión					
KC=		1				
Kd: Factor de temperatura.	Tº Amb					
Kd=		1				
Ke: Factor de fiabilidad.		50%				
Ke=		1				
0,5		1				
Kf(Sin entalla)		1				
KG (Nada)		1				

$$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$$

Ka	kb	kc	Kd	Ke	Kg	S'e		K
0,93	0,80	1	1	1	1	250,0	Mpa	0,75



d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior

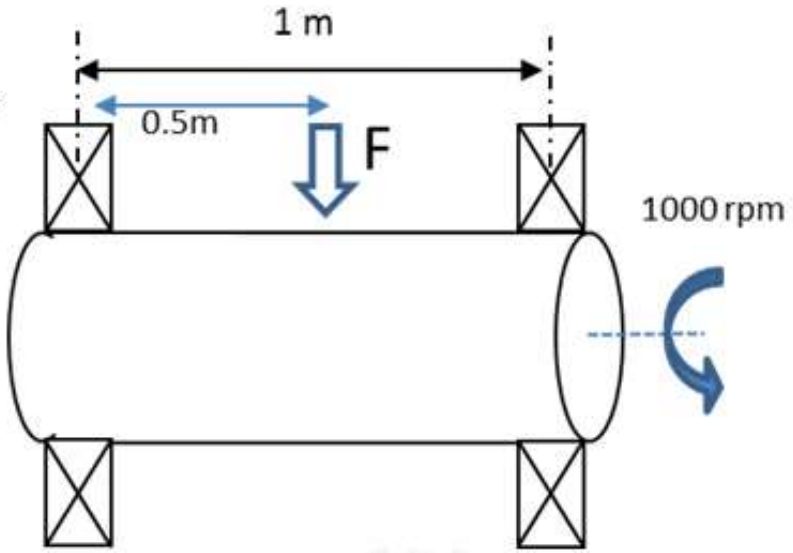
a) (0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tam Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.

SAE 1035						
Sut		500,0	Mpa			
Sy		270,0	Mpa			
Se'=0,5 *Sut acero		250,0	Mpa			
Ka rectificado		0,932				
Acabado superficial	a (Mpa)		b(Mpa)	Sut	Formula	Ka
Acabado fino (esmerilado, rect		1,58	-0,085	500,0	0,932	0,932
Kb (dado)		0,8				
Kc: Factor de modificación de c	Torsion con flexión					
KC=		1				
Kd: Factor de temperatura.	Tº Amb					
Kd=		1				
Ke: Factor de fiabilidad.		50%				
Ke=		1				
0,5		1				
Kf(Sin entalla)		1				
KG (Nada)		1				

$$K_a = a \cdot S_{ut}^{\ b}$$

Ka	kb	kc	Kd	Ke	Kg	S'e	Se		K
0,93	0,80	1	1	1	1	250,0	**186,33**	Mpa	0,75

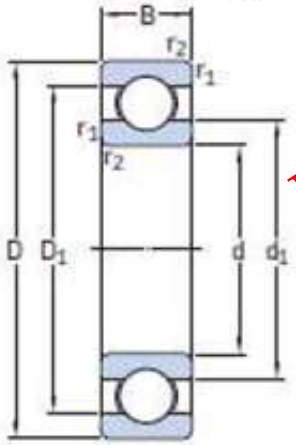
Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W en su movimiento pulsante (girando siempre en la misma dirección, entre el estado de reposo – velocidad nula- y la máxima).



El eje soporta en todo momento una fuerza continua F de 5 kN según se muestra en la figura (siempre con sentido vertical hacia abajo).

El eje está apoyado en sus extremos por dos rodamientos de bolas de referencia 6412, cuyas características se incluyen como dato:

- *d=60mm*
- *D=150mm*
- *B=35mm*
- *C=108 kN (dinámica)*
- *Co=69.5 kN(estática)*
- *Pu=2.9 kN (carga límite de fatiga)*
- *Velocidad límite = 6300 rpm*



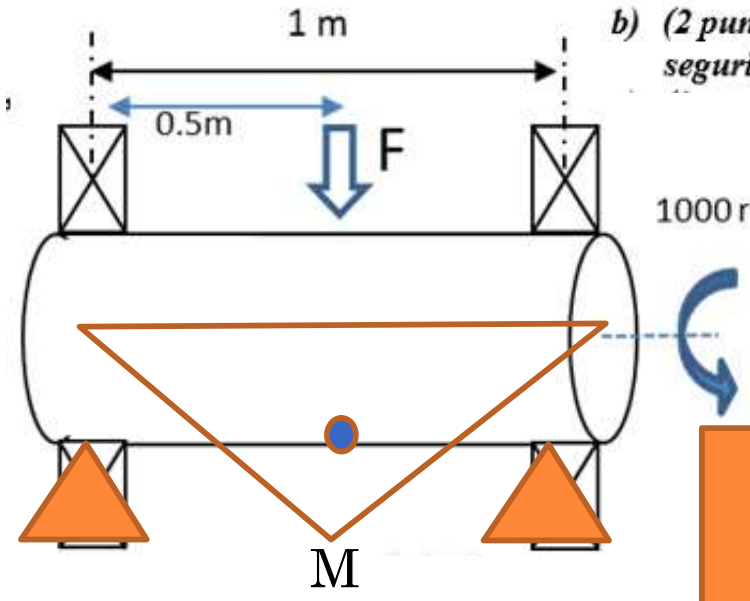
Examen Extraordinario 2012-2013

Se pide:

a) *(0,5 puntos) Determinar el límite de fatiga Se del eje, suponiendo un factor de tamaño Kb=0.8 y una fiabilidad del 50%.*

b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

c) *(1 punto) Vida L10 (en horas) que aguantarán los rodamientos seleccionados.*



b) *(2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?*

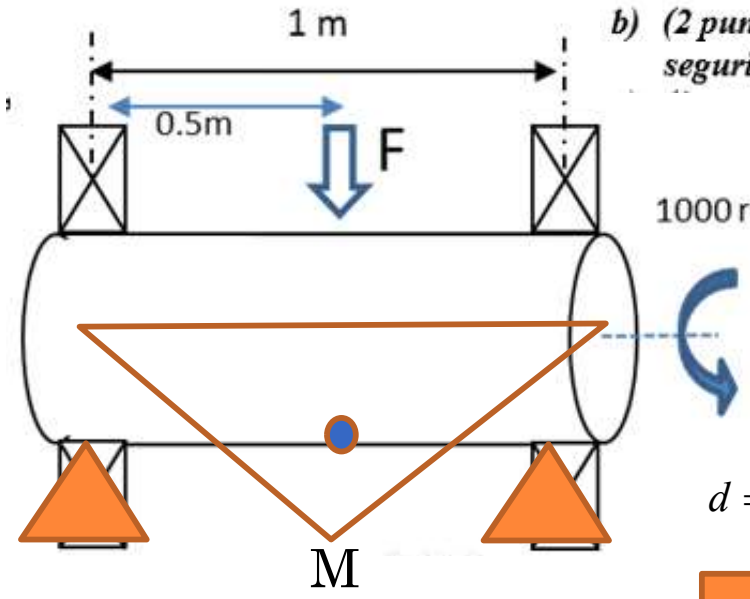
d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

Soderberg

b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?



d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

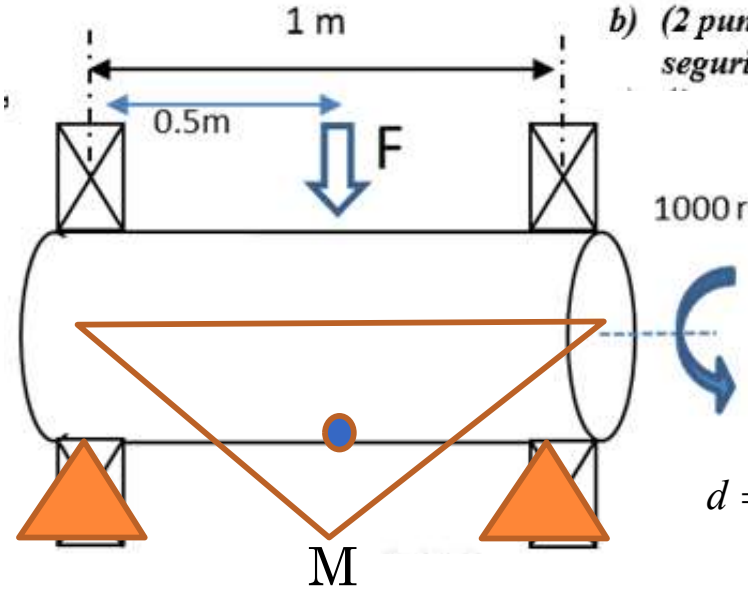
SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d = \left(\frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4\left(K_f M_a\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_a\right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}} \left[4\left(K_f M_m\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_m\right)^2 \right]^{1/2} \right\} \right)^{1/3}$$

Soderberg

b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?



d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

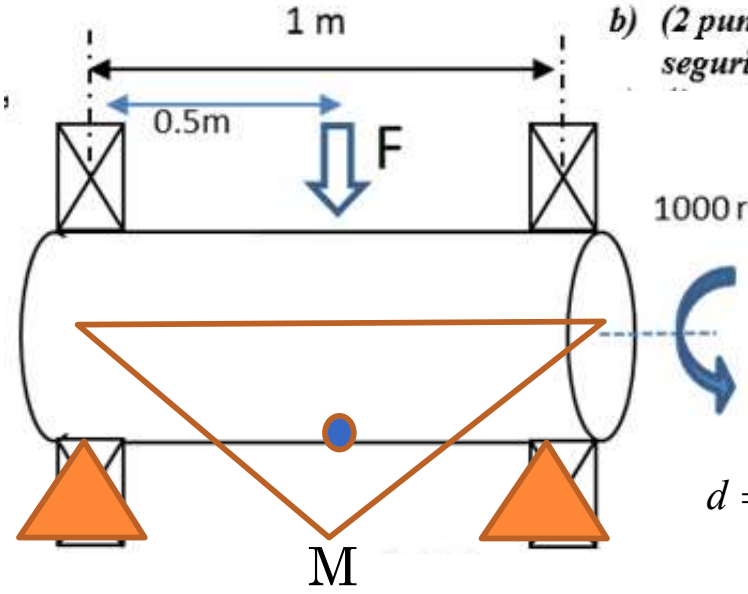
Se	
186,33	Mpa

$$d = \left(\frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4\left(K_f M_a\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_a\right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}} \left[4\left(K_f M_m\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_m\right)^2 \right]^{1/2} \right\} \right)^{1/3}$$

Soderberg

$$M_m = T_a = 0$$

$$d = \left(\frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4\left(K_f M_a\right)^2 + 0 \right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}} \left[0 + 3\left(K_{fs} T_m\right)^2 \right]^{1/2} \right\} \right)^{1/3}$$



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

D

	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

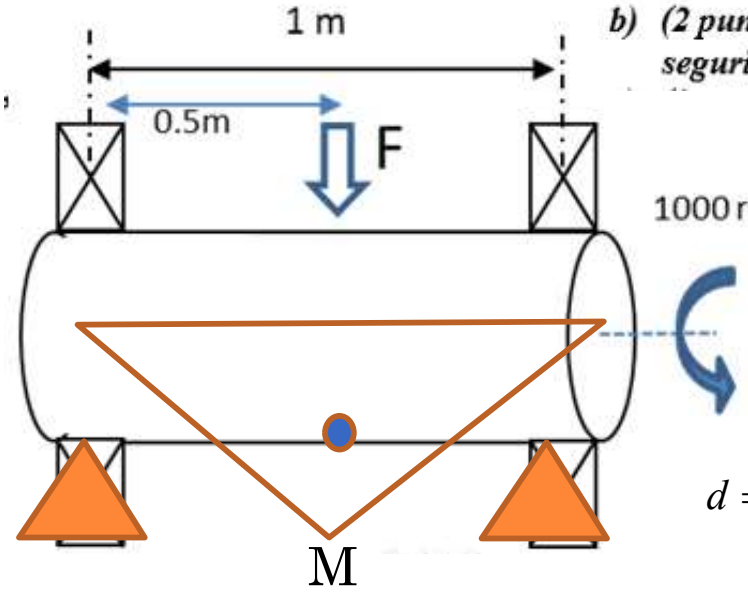
$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+0\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16x1}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(1xM_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(1xT_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

$$M_m = T_a = 0$$

Situación límite.
(Singular) Kf=1
CS=n=1 Kfs=1
d (n=1) < D



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

D

	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

R1

R2

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+0\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16x1}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(1xM_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(1xT_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

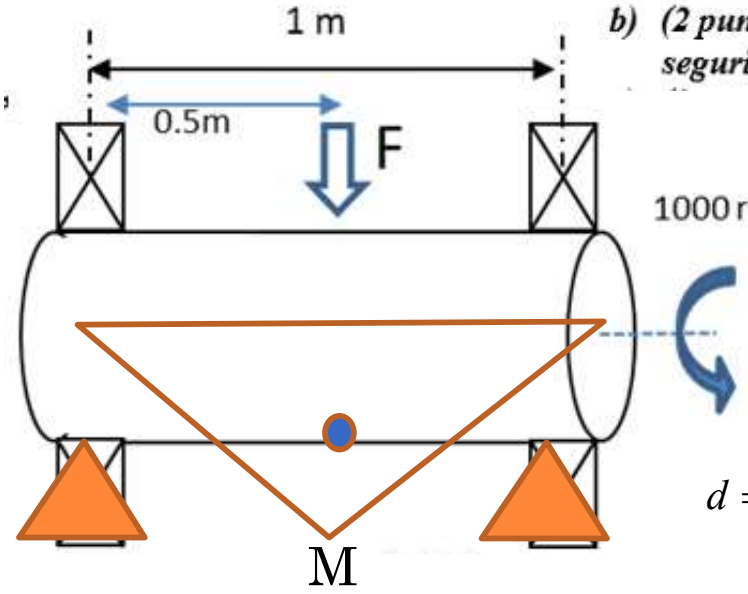
Soderberg

$$M_m=T_a=0$$

$$d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4{M_a}^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Situación límite.
(Singular) Kf=1
CS=n=1 Kfs=1
d (n=1) < D

$$d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{2M_a}{S_e}+\frac{\sqrt{3}T_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3};\ d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{2x1250}{186{,}3x10^6}+\frac{\sqrt{3}x600}{270x10^6}\right\}\right)^{1/3}$$



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

D

	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

R1

R2

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+0\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16x1}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(1xM_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(1xT_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

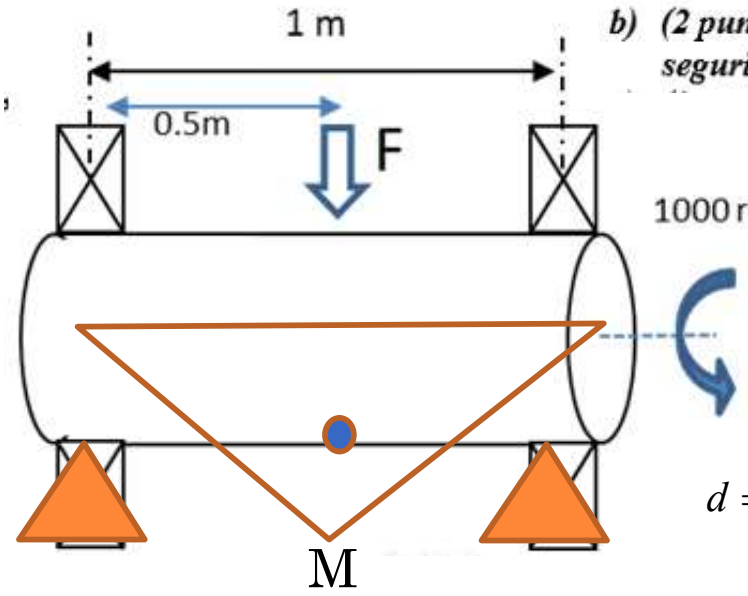
$$M_m=T_a=0$$

$$d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4M_a{}^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{2M_a}{S_e}+\frac{\sqrt{3}T_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3};\quad d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{2x1250}{186{,}3x10^6}+\frac{\sqrt{3}x600}{270x10^6}\right\}\right)^{1/3}$$

Situación límite.
(Singular) Kf=1
CS=n=1 Kfs=1
d (n=1) < D

d3	=	16 / 3,141592654	(	2 / 186,3	1250 / 1000000	+	1,732050808 / 270	600 / 1000000)
d3	=	5,092958179	(	1,34192E-05		+	3,849E-06	)
d3	=	0,00008795						
d	=	0,0445	m		d	44,4706	mm	



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

D

	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

R1

R2

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+0\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16x1}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(1xM_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(1xT_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

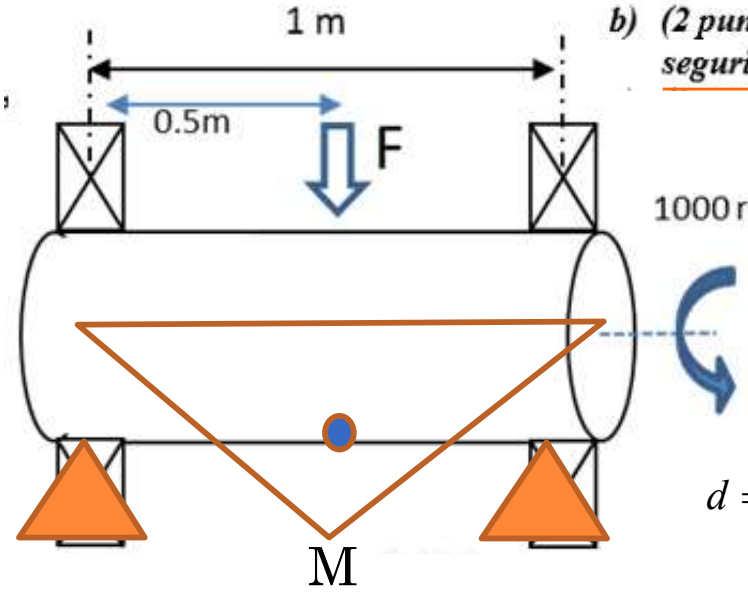
$$M_m=T_a=0$$

$$d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4{M_a}^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{2M_a}{S_e}+\frac{\sqrt{3}T_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3};\quad d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{2x1250}{186{,}3x10^6}+\frac{\sqrt{3}x600}{270x10^6}\right\}\right)^{1/3}$$

Situación límite.
(Singular) Kf=1
CS=n=1 Kfs=1
d (n=1) < D
44 mm < 60 mm
D es suficiente

d3	=	16 / 3,141592654	(	2 / 186,3	1250 / 1000000	+	1,732050808 / 270	600 / 1000000)
d3	=	5,092958179	(	1,34192E-05		+	3,849E-06	)
d3	=	0,00008795						
d	=	0,0445	m		d	44,4706	mm	



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+0\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

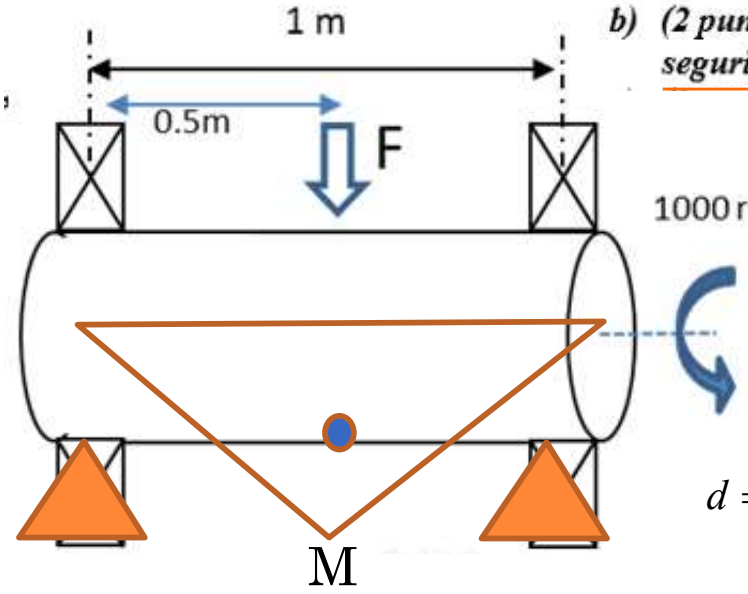
$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(1xM_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(1xT_m)^2\right]^{1/2}\right\}$$

$M_m = T_a = 0$

Kf=1

Kfs=1

CS=n=?



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+0\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

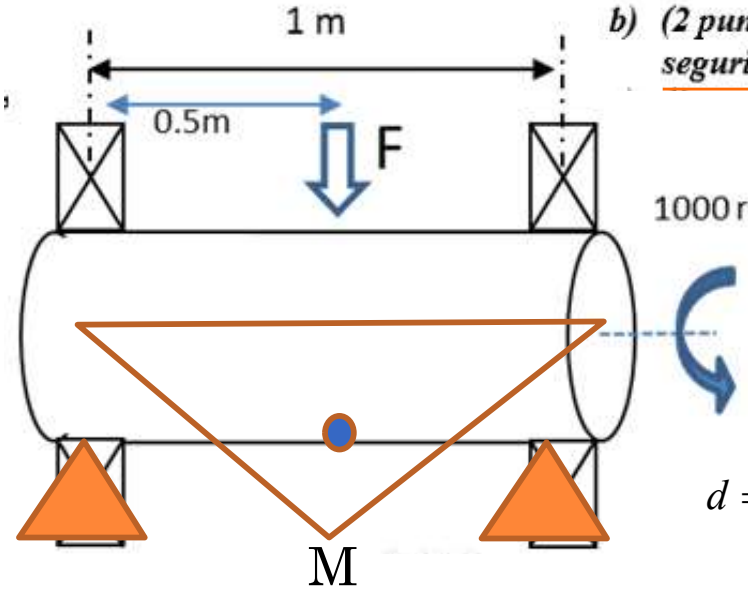
$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(1xM_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(1xT_m)^2\right]^{1/2}\right\}$$

$M_m = T_a = 0$

Kf=1

Kfs=1

CS=n=?



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

R1

R2

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+0\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(1xM_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(1xT_m)^2\right]^{1/2}\right\}$$

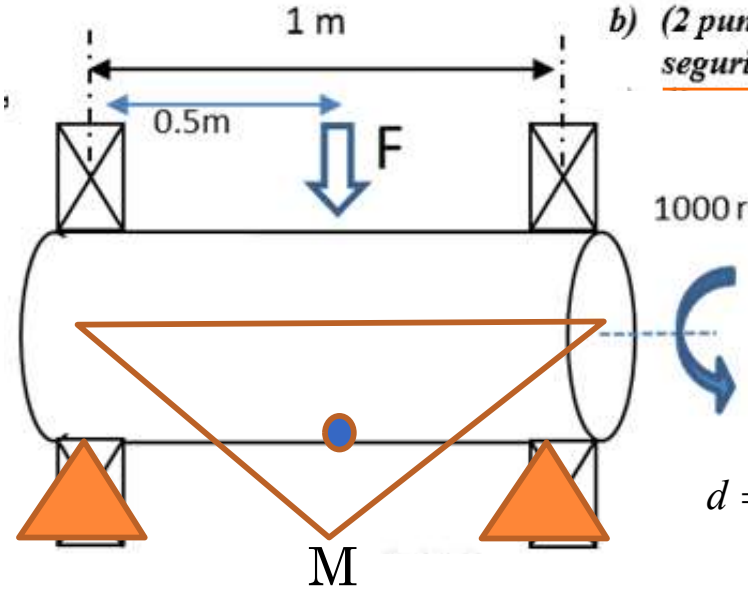
$M_m = T_a = 0$

$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}2xMa+\frac{1}{S_{yt}}\sqrt{3}Tm\right\};\quad \frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}2xMa+\frac{1}{S_{yt}}\sqrt{3}Tm\right\};$$

Kf=1

Kfs=1

CS=n=?



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

R1

R2

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+0\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

$$M_m=T_a=0$$

$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(1xM_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(1xT_m)^2\right]^{1/2}\right\}$$

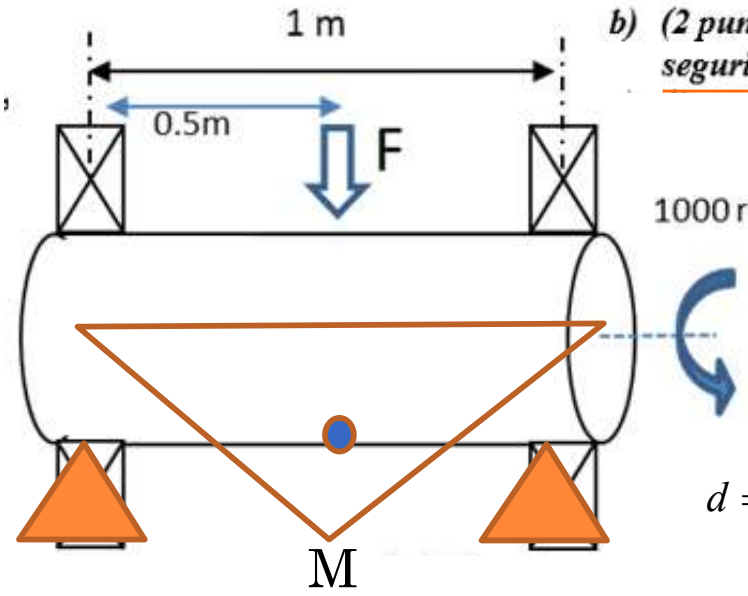
$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}2xMa+\frac{1}{S_{yt}}\sqrt{3}Tm\right\};\ \frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}2xMa+\frac{1}{S_{yt}}\sqrt{3}Tm\right\};$$

$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi 0{,}06^3}\left\{\frac{1}{186{,}3x10^6}2x1250+\frac{1}{270x^{\ }_{6}}\sqrt{3}x600\right\};$$

Kf=1

Kfs=1

CS=n=?



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+3\left(K_{fs}T_a\right)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

R1

R2

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2+0\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3\left(K_{fs}T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

$$M_m=T_a=0$$

$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(1xM_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[3(1xT_m)^2\right]^{1/2}\right\}$$

$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}2xMa+\frac{1}{S_{yt}}\sqrt{3}Tm\right\};\quad \frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi d^3}\left\{\frac{1}{S_e}2xMa+\frac{1}{S_{yt}}\sqrt{3}Tm\right\};$$

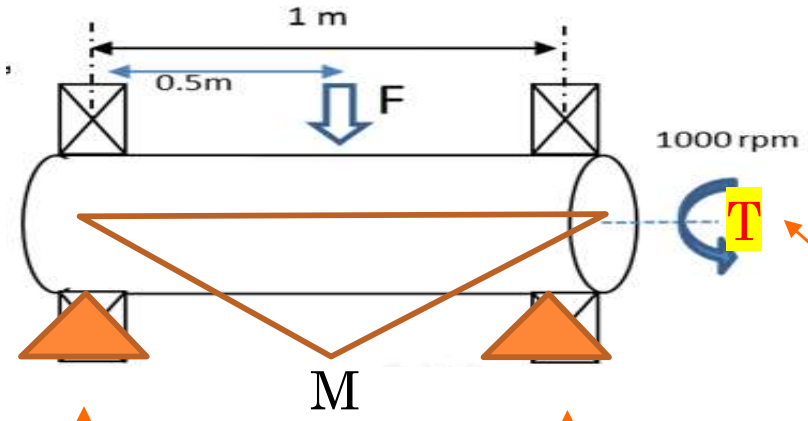
$$\frac{1}{CS}=\frac{16}{\pi 0{,}06^3}\left\{\frac{1}{186{,}3x10^6}2x1250+\frac{1}{270x10^6}\sqrt{3}x600\right\};$$

Kf=1

Kfs=1

CS=n=2,46

1	=	16		2	1250	+	1,732050808	600	
CS		3,141592654	0,000216	186,3	1000000		270	1000000	
1	=	23578,51009	(	1,34192E-05		+	3,849E-06	)	
CS									
1	=	0,41							
CS									
CS	=	2,46							



Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W en su movimiento pulsante (girando siempre en la misma dirección, entre el estado de reposo – velocidad nula- y la máxima).

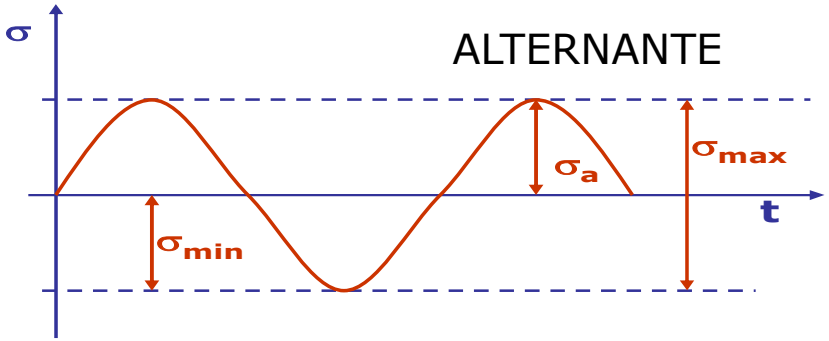
Caso anterior

1 ciclo=1 vuelta

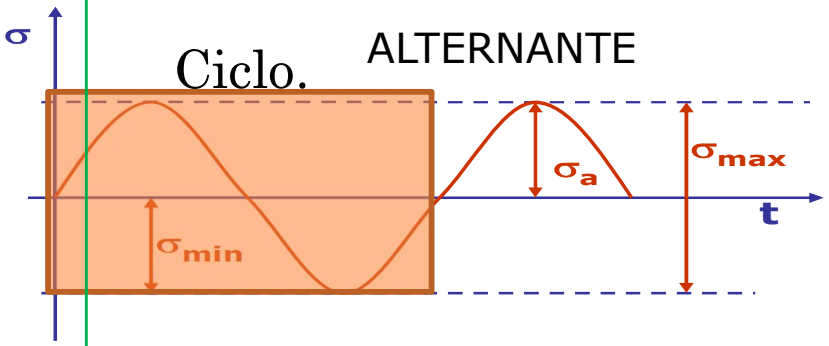
Caso ahora

$M_m = T_a = 0$

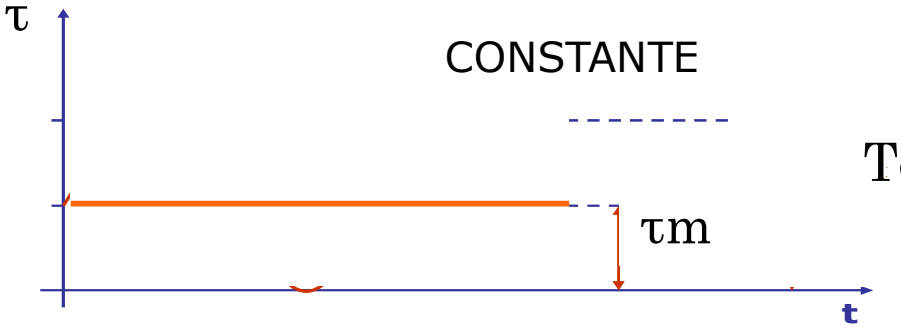
$M_m = 0;\ T_a <> 0$



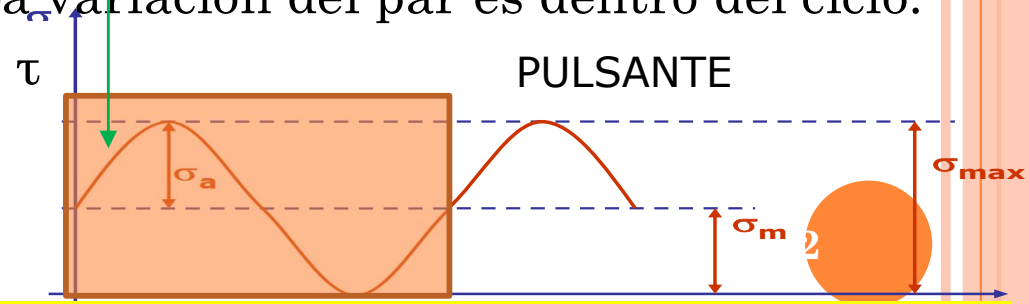
Flector



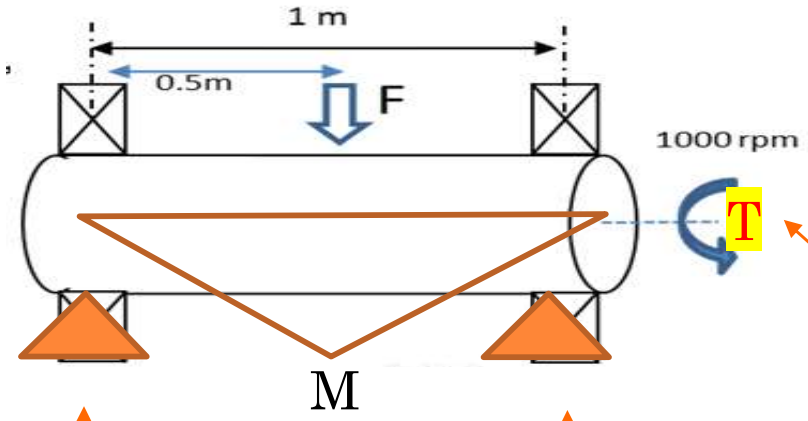
La variación del par es dentro del ciclo.



Torsor



PARA FATIGA. Una máquina que trabaja un tiempo con un par y otro con otro no es un par torsor variable seria un estudio de Pares contantes con acumulación de daño al aplicar varias pares distintos (Miner).

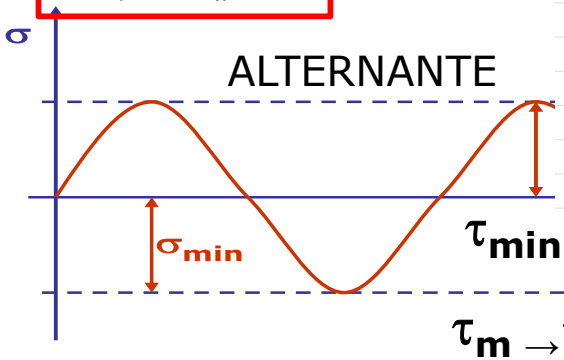


Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W en su movimiento pulsante (girando siempre en la misma dirección, entre el estado de reposo – velocidad nula- y la máxima).

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

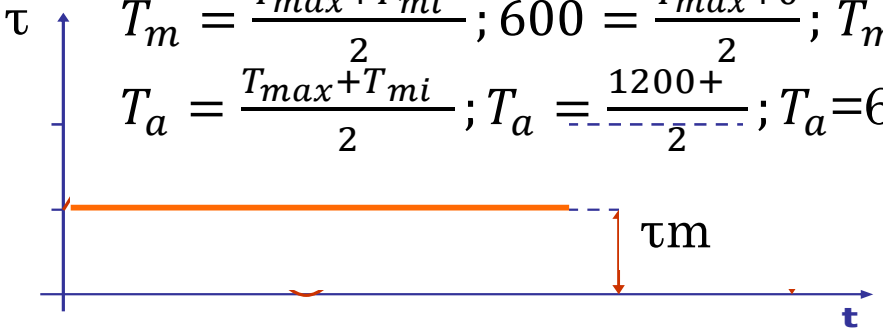
Caso anterior

$M_m = T_a = 0$



$\tau_{min}=0 \rightarrow P_{min}= 0 \rightarrow T_{min} =0$ Nm

$\tau_m \rightarrow P_m= 62.831$ W $\rightarrow T_m =600$ Nm



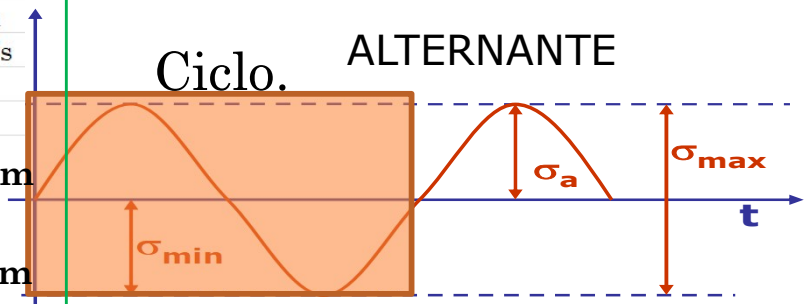
$T_m = \frac{T_{max}+T_{mi}}{2}; 600 = \frac{T_{max}+0}{2}; T_{max}=1200$ Nm

$T_a = \frac{T_{max}+T_{mi}}{2}; T_a = \frac{1200+}{2}; T_a=600$ Nm

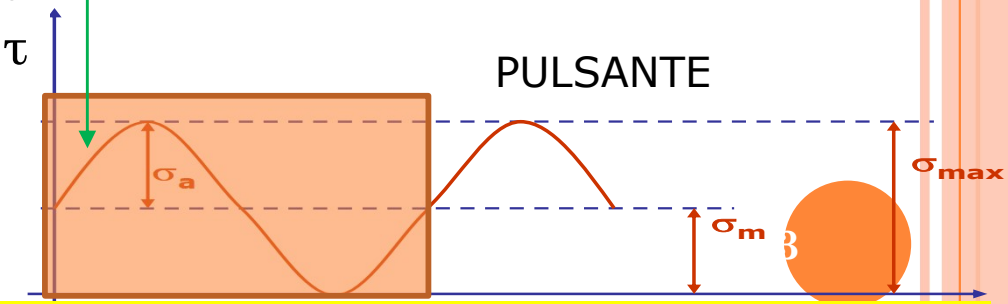
Caso ahora

$M_m = 0;\ T_a <> 0$

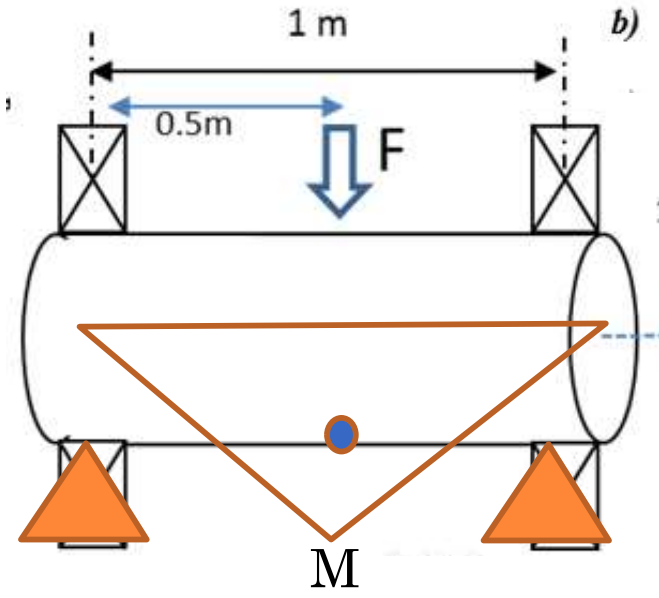
Flector



Torsor



PARA FATIGA. Una máquina que trabaja un tiempo con un par y otro con otro no es un par torsor variable seria un estudio de Pares contantes con acumulación de daño al aplicar varias pares distintos (Miner).



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

1000 rpr

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

T_a=600 Nm

T_m =600 Nm

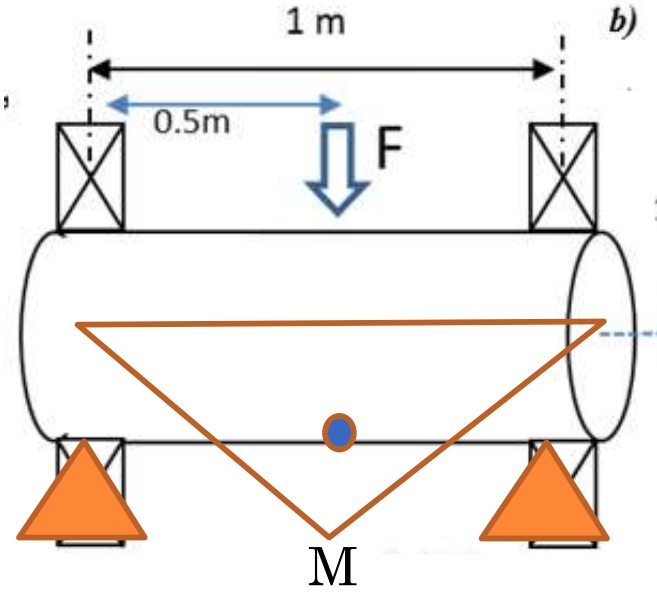
$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

Situación límite.
(Singular)
CS=n=1
d (n=1) < D

Kf=1
Kfs=1

UNIVERSIDAD NEBRIJA



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

1000 rpm

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

T_a=600 Nm

T_m =600 Nm

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

R1

R2

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[0 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{16x1}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}[4(1xM_a)^2 + 3(1xT_a)^2]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}[3(1xT_m)^2]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

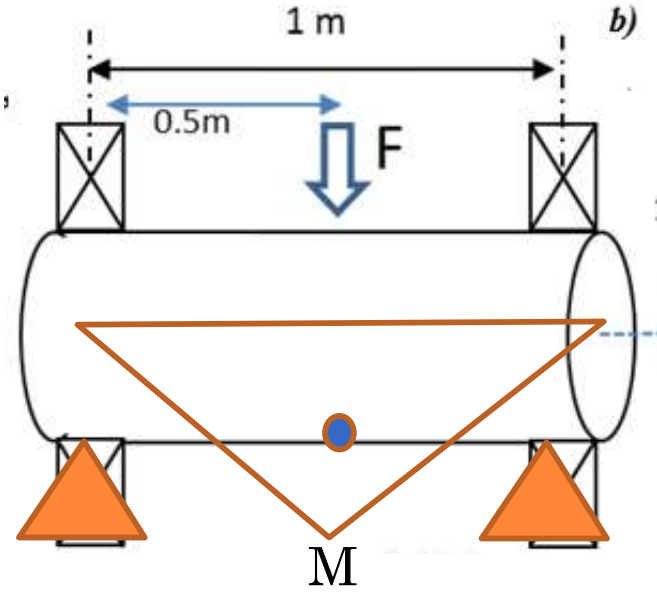
Soderberg

$M_m = 0$

Situación límite.
(Singular)
CS=n=1
d (n=1) < D

Kf=1
Kfs=1

UNIVERSIDAD NEBRIJA



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

1000 rpm

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

T_a=600 Nm

T_m =600 Nm

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

$M_m = 0$

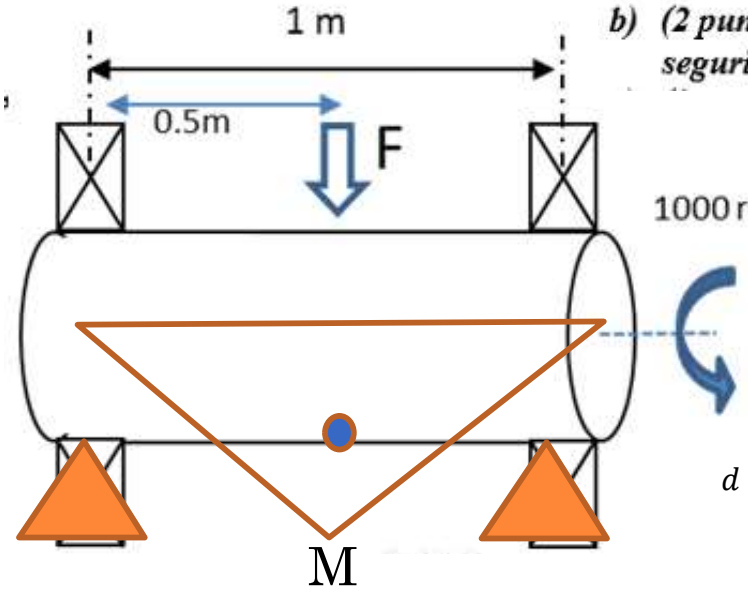
$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[0 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{16x1}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}[4(1xM_a)^2 + 3(1xT_a)^2]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}[3(1xT_m)^2]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4{M_a}^2 + 3{T_a}^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}[3(T_m)^2]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Situación límite.
(Singular)
CS=n=1
d (n=1) < D

Kf=1
Kfs=1



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

1000 rpr

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

T_a=600 Nm

T_m =600 Nm

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

R1

R2

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[0 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Soderberg

$M_m = 0$

$$d = \left(\frac{16x1}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}[4(1xM_a)^2 + 3(1xT_a)^2]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}[3(1xT_m)^2]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

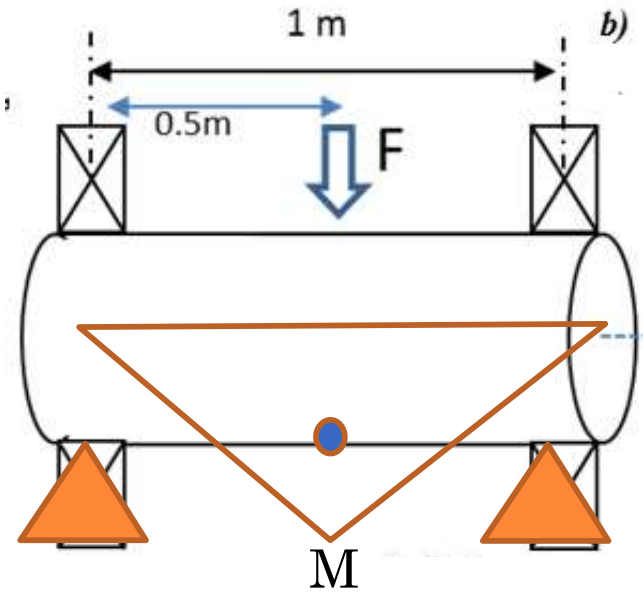
$$d = \left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4{M_a}^2 + 3{T_a}^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}[3(T_m)^2]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

Situación límite. (Singular)
CS=n=1
d (n=1) < D

Kf=1
Kfs=1

$$d = \left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{\left[4{M_a}^2 + 3{T_a}^2\right]^{1/2}}{S_e} + \frac{\sqrt{3}T_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3};$$

$$d = \left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{\sqrt{4x1250^2 + 3x600^2}}{186{,}3x10^6} + \frac{\sqrt{3}x600}{270x10^6}\right\}\right)^{1/3}$$



b) (2 puntos) ¿Está bien diseñado el eje para los esfuerzos que debe soportar? ¿Qué factor de seguridad tendría el eje según el criterio de Soderberg?

1000 rp

d	60	mm
F	5.000	N
R1	2.500	N
R2	2.500	N
l	0,5	m
M =R1l	1.250	Nm
P=Tω; T=P/ω		
ω=	1.000,0	rpm
ω=1000*2π/60 rad/s	104,7	rad/s
P=	62.831,0	W
P=Tω; T=P/ω	600,0	Nm

SAE 1035		
Sut	500,0	Mpa
Sy	270,0	Mpa

Se	
186,33	Mpa

T_a=600 Nm

T_m =600 Nm

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_fM_a)^2+3(K_{fs}T_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[4(K_fM_m)^2+3(K_{fs}T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

R1

Soderberg

$M_m=0$

R2

$$d=\left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_fM_a)^2+3(K_{fs}T_a)^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}\left[0+3(K_{fs}T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16x1}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}[4(1xM_a)^2+3(1xT_a)^2]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}[3(1xT_m)^2]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4{M_a}^2+3{T_a}^2\right]^{1/2}+\frac{1}{S_{yt}}[3(T_m)^2]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

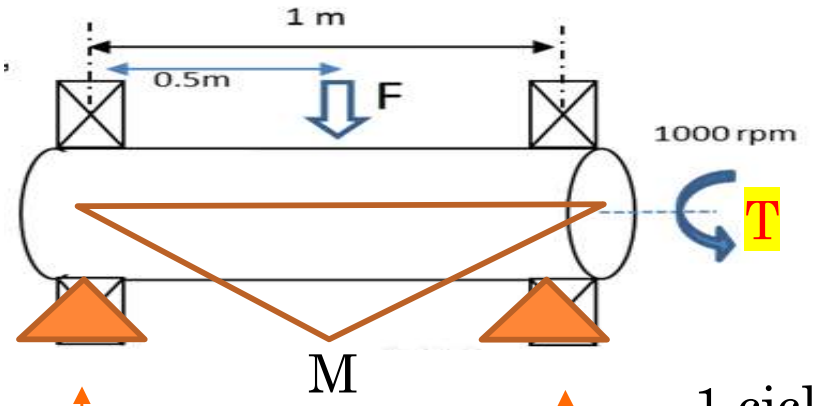
$$d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{\left[4{M_a}^2+3{T_a}^2\right]^{1/2}}{S_e}+\frac{\sqrt{3}T_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3};$$

$$d=\left(\frac{16}{\pi}\left\{\frac{\sqrt{4x1250^2+\sqrt{3}x600^2}}{186{,}3x10^6}+\frac{\sqrt{3}x600}{270x10^6}\right\}\right)^{1/3}$$

Situación límite.
(Singular)
CS=n=1
d (n=1) < D

45.4 mm < 60 mm
D es suficiente
Antes el ejercicio resulto 44 mm
El CS similar 2,46

d3	=	16	((	4	1562500	+	3	360000	)^	0,5	+	1,732050808	600	)			
		3,141592654		186,3	1.000.000,00							270	1000000				
d3	=	16	(	(	7330000	)^	0,5				+	3,849E-06	)				
		3,141592654			186.300.000,00												
d3	=	5,092958179	(	2707,397274							+	3,849E-06	)				
				186300000													
d3	=	5,092958179	(	1,45325E-05	0,033548041						+	3,849E-06	)				
d3	=	0,00009362															
d	=	0,0454	m				d	45,4064	mm								



Un eje circular, de 60mm de diámetro, de acero SAE 1035, rectificado en su exterior y que gira a una velocidad máxima de 1000 rpm, se emplea para transmitir una potencia máxima a esa velocidad de 62831 W en su movimiento pulsante (girando siempre en la misma dirección, entre el estado de reposo – velocidad nula- y la máxima).

Régimen estacionario

$$M_m = T_a = 0$$

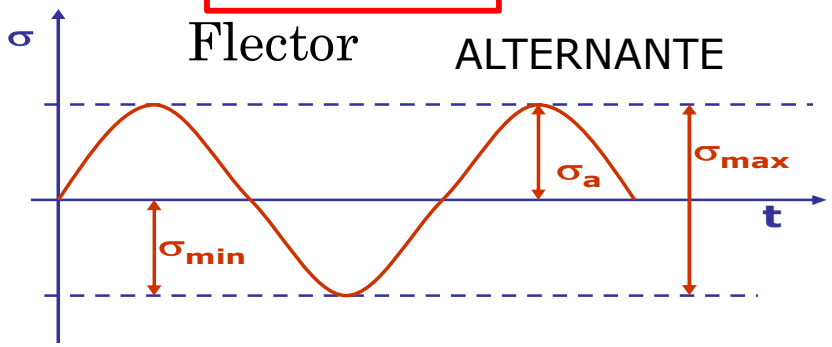
1 ciclo=1 vuelta

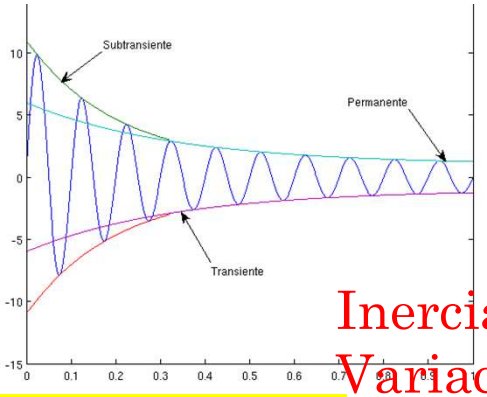
Régimen transitorio

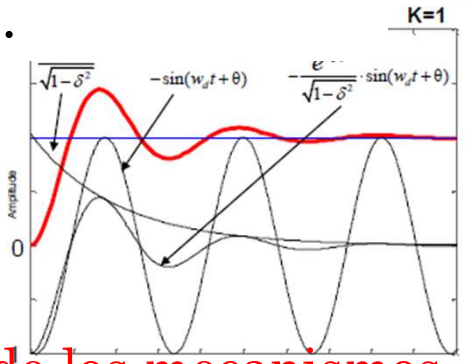
T (t=0, ω=0); Tm (t=x, ω=régimen)→

ΔT→a↑→T>Tm →a↓→

T<Tm→ a↑→T>Tm …

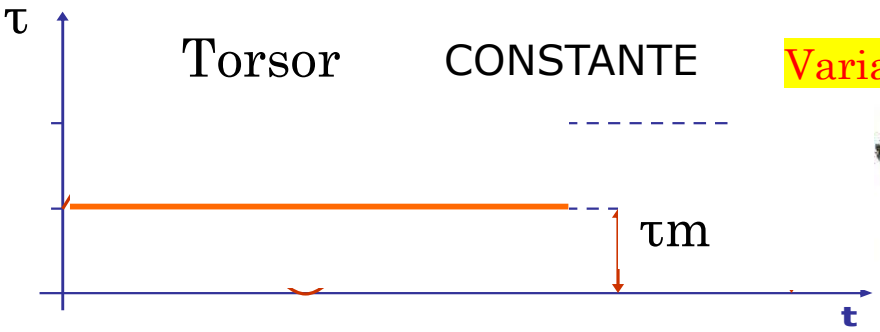






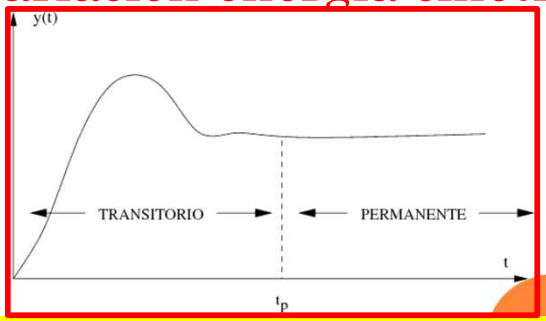
Inercia de los mecanismos.

Variación energía cinética.



Variación Energía Cinética

τ

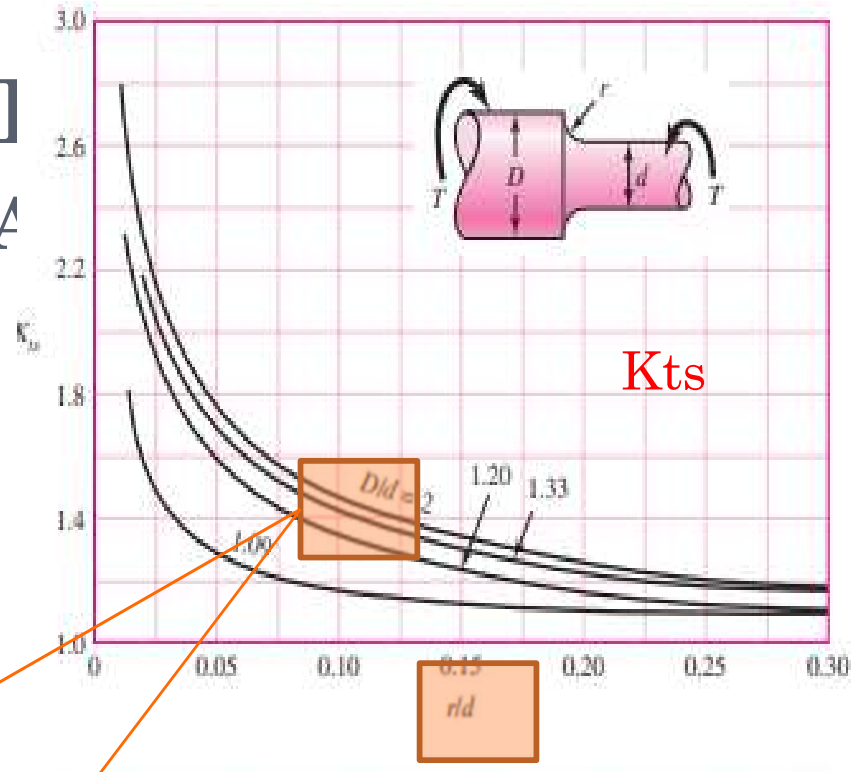


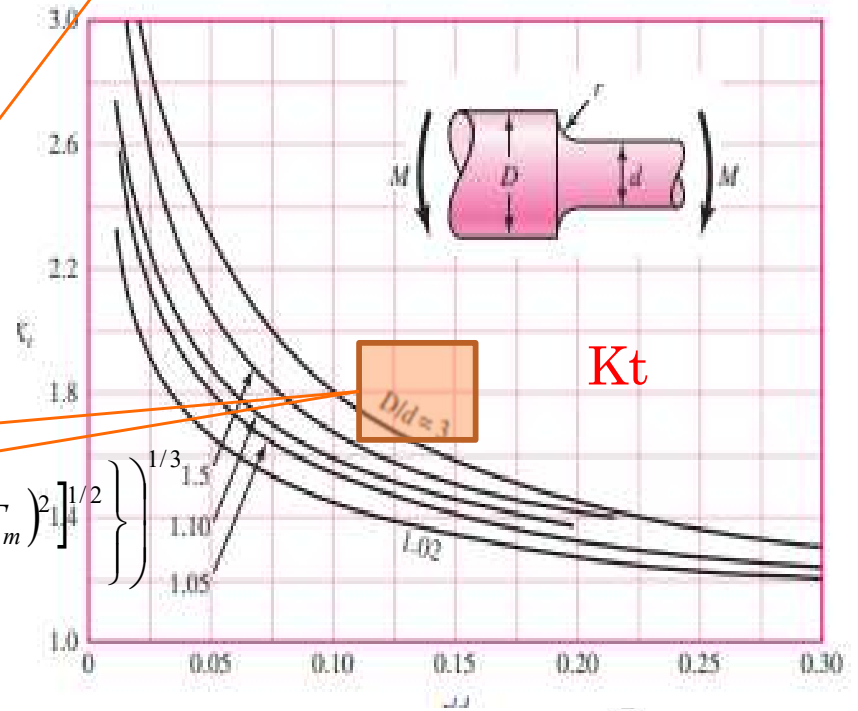
PARA FATIGA. Una máquina que trabaja un tiempo con un par y otro con otro no es un par torsor variable seria un estudio de Pares contantes con acumulación de daño al aplicar varias pares distintos (Miner).

DISEÑO DE EJES Y ÁI

4. DISEÑO DE EJES PARA

- **Estimación de concentraciones de esfuerzo**
  - Kf y Kfs dependen de q ya que son necesarios para el calculo de Kt y Kts. Por lo que es un proceso iterativo.
  - Están establecidos ratios para arrancar el proceso.





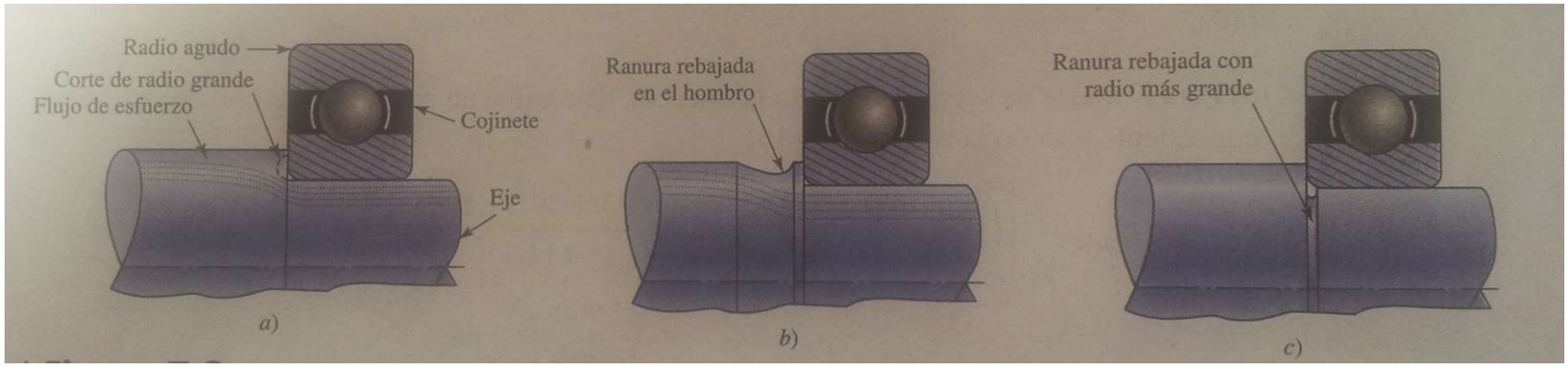
$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4\left(K_f M_a\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_a\right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}} \left[4\left(K_f M_m\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_m\right)^2 \right]^{1/2} \right\} \right\}^{1/3}$$

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Estimación de concentraciones de esfuerzo**
  - Las concentraciones de esfuerzo en hombros y chavetas dependen de las especificaciones de tamaño, que inicialmente son desconocidas.
  - Estimar inicialmente y afinar en iteraciones sucesivas.
  - Apoyos de cojinetes: seguir indicaciones catálogo. P.e. D/d entre 1,2 y 1,5. Coger el peor … D/d=1,5 para una primera aproximación.
  - Radio de apoyo: r/d entre 0.02 y 0,06. K varía mucho en ese rango, muy sensible, pero los momentos en esas zonas suelen ser pequeños.

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Estimación de concentraciones de esfuerzo**
  - En casos donde hombro del cojinete es crítico, dar radio de filete generoso o radio más grande sobre eje.

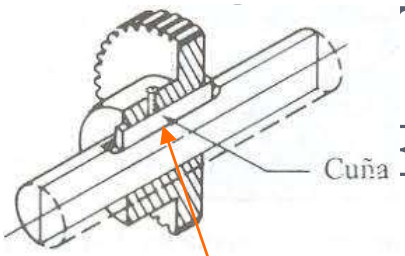


  - Para hombro estándar seleccionar un r/d en el que se pueda obtener Kt. P.e. r/d=0.02 y D/d=1,5, Kt=2.7 para flexión, 2,2 para torsión y 3,0 para esfuerzo axial (para r/d=0.1 –bien redondeado- Kt=1,7 en flexión, 1,5 en torsión y 1,9 axial).
  - Para cuñeros las primeras etapas se pueden estimar suponiendo una relación r/d=0.02, con Kt=2.2 para flexión y 3.0 para torsión (con la cuña en su lugar).

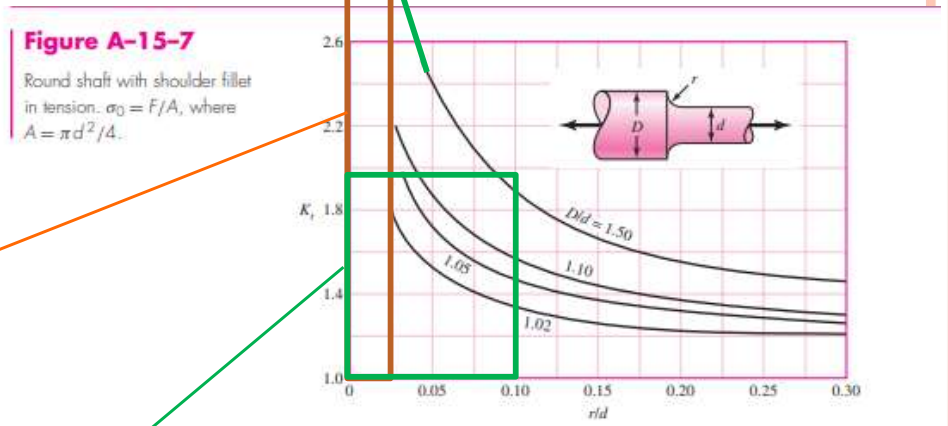
UNIVERSIDAD NEBRIJA

ÑO DE EJES Y ÁRBOLES

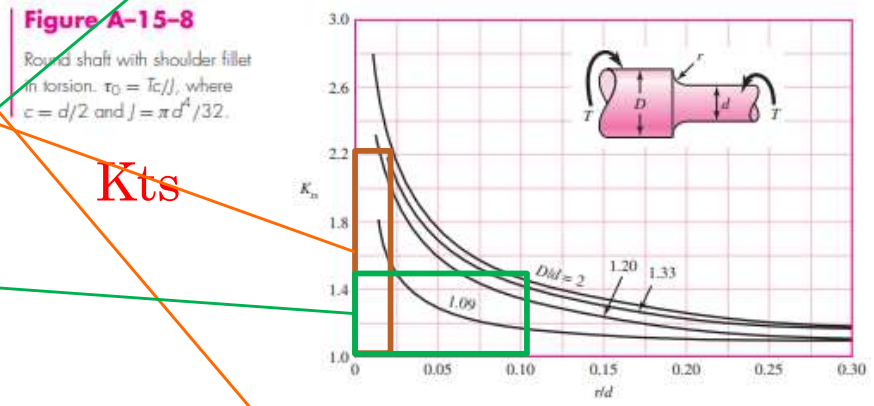
EÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO



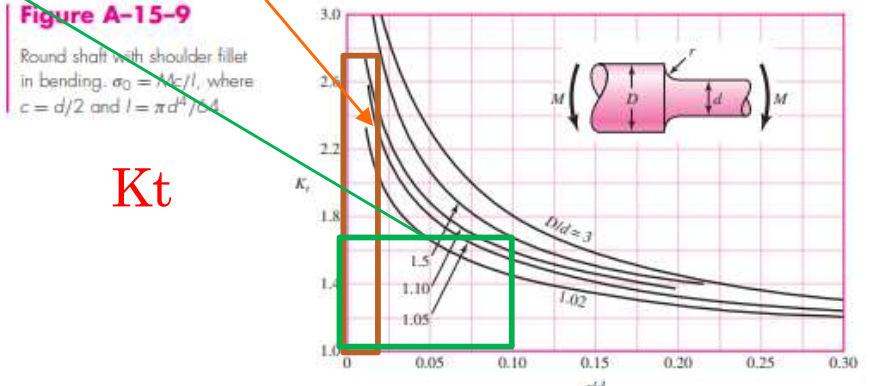
- Para hombro estándar seleccionar un r/d en el que se pueda obtener Kt. P.e. r/d=0.02 y D/d=1,5, Kt=2.7 para flexión, 2,2 para torsión y 3,0 para esfuerzo axial (para r/d=0.1 –bien redondeado- Kt=1,7 en flexión, 1,5 en torsión y 1,9 axial). **Chaveteros**.
- Para cuñeros las primeras etapas se pueden estimar suponiendo una relación r/d=0.02, con Kt=2.2 para flexión y 3.0 para torsión (con la cuña en su lugar).



Kts



Kt

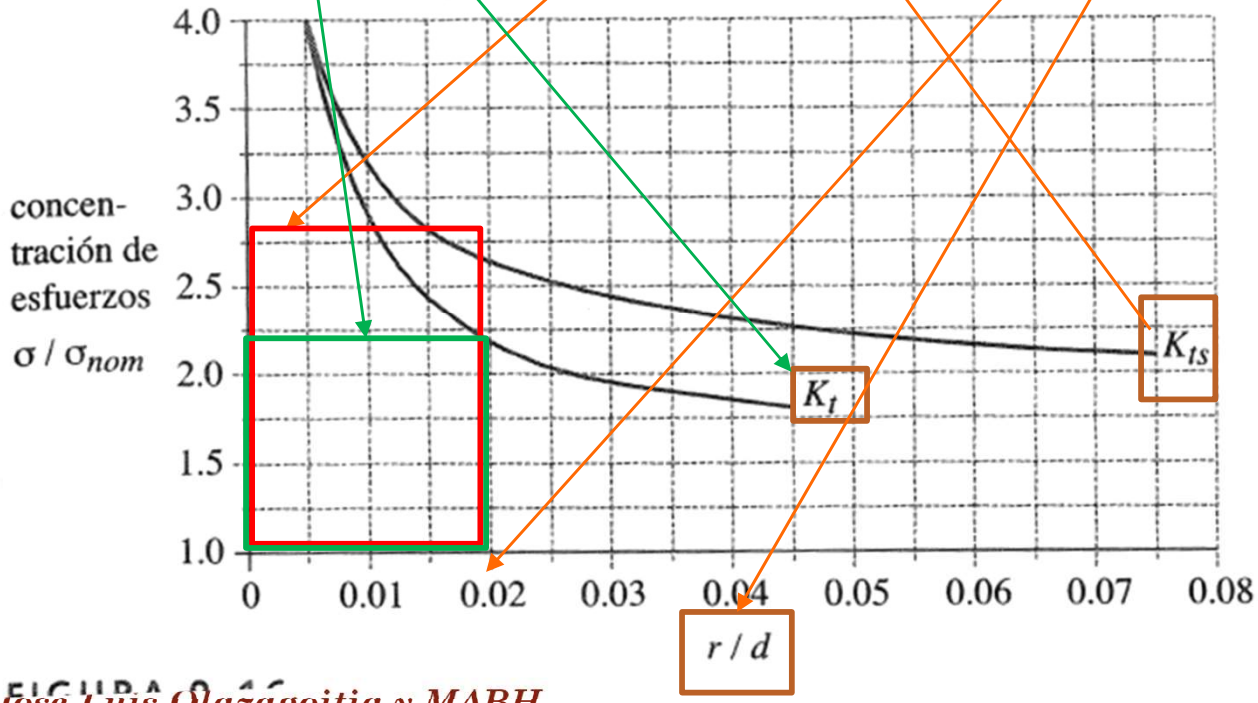


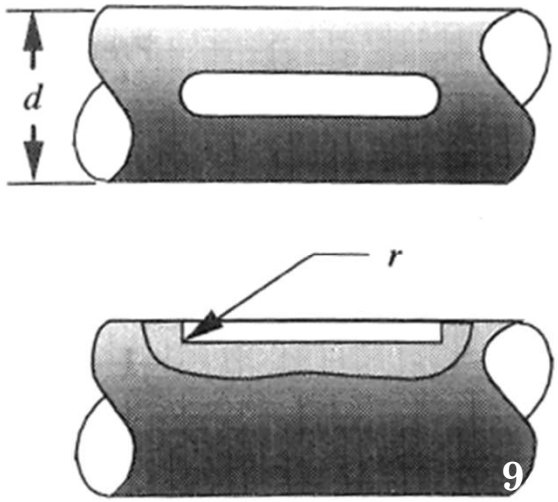
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

Chaveteros.

- Para cuñeros las primeras etapas se pueden estimar suponiendo una relación r/d=0.02, con Kt=2.2 para flexión y 3.0 para torsión (con la cuña en su lugar).





RODAMIENTOS

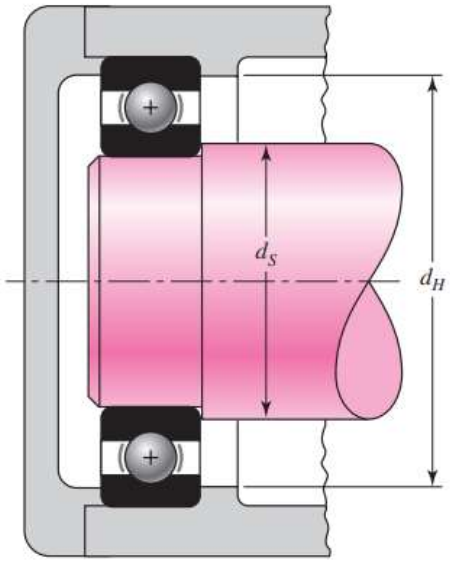
Table 11–2

Dimensions and Load Ratings for Single-Row 02-Series Deep-Groove and Angular-Contact Ball Bearings

Bore, mm	OD, mm	Width, mm	Fillet Radius, mm	Shoulder Diameter, mm		Load Ratings, kN			
						Deep Groove		Angular Contact	
				d_S	d_H	C_{10}	C_0	C_{10}	C_0
10	30	9	0.6	12.5	27	5.07	2.24	4.94	2.12
12	32	10	0.6	14.5	28	6.89	3.10	7.02	3.05
15	35	11	0.6	17.5	31	7.80	3.55	8.06	3.65
17	40	12	0.6	19.5	34	9.56	4.50	9.95	4.75
20	47	14	1.0	25	41	12.7	6.20	13.3	6.55
25	52	15	1.0	30	47	14.0	6.95	14.8	7.65
30	62	16	1.0	35	55	19.5	10.0	20.3	11.0
35	72	17	1.0	41	65	25.5	13.7	27.0	15.0
40	80	18	1.0	46	72	30.7	16.6	31.9	18.6
45	85	19	1.0	52	77	33.2	18.6	35.8	21.2
50	90	20	1.0	56	82	35.1	19.6	37.7	22.8
55	100	21	1.5	63	90	43.6	25.0	46.2	28.5
60	110	22	1.5	70	99	47.5	28.0	55.9	35.5
65	120	23	1.5	74	109	55.9	34.0	63.7	41.5
70	125	24	1.5	79	114	61.8	37.5	68.9	45.5
75	130	25	1.5	86	119	66.3	40.5	71.5	49.0
80	140	26	2.0	93	127	70.2	45.0	80.6	55.0
85	150	28	2.0	99	136	83.2	53.0	90.4	63.0
90	160	30	2.0	104	146	95.6	62.0	106	73.5
95	170	32	2.0	110	156	108	69.5	121	85.0

Figure 11–8

Shaft and housing shoulder diameters d_S and d_H should be adequate to ensure good bearing support.



Dr. José Luis Olazagoitia y MABH

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBO

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**

Anillo de retención

Trasmisión del par torsor

chaveta circular

collarín de sujeción

masa

flecha

cuña

masa

cojinete

espiga ahusada o cónica

Pasador cónico

cojinete

escalón

ajuste forzado por inter-ferencia

holgura axial

bastidor

escalón

escalón

ajuste forzado por interferencia

esca-lón

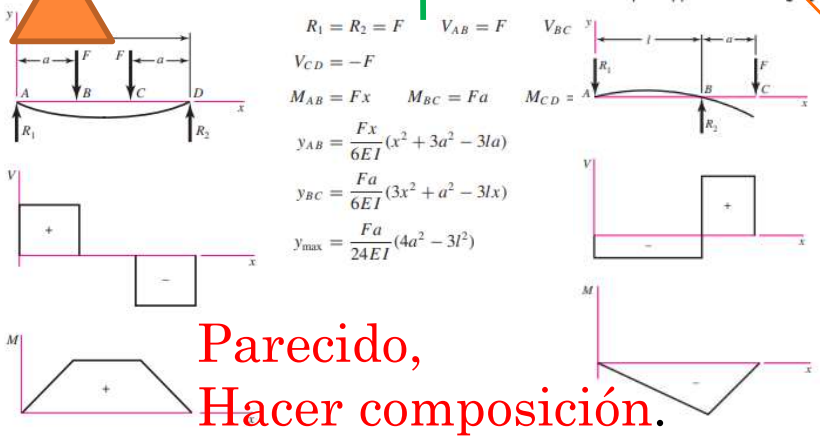
bastidor

polea

Hombro.

rueda dentada

engrane



$$R_1 = R_2 = F \qquad V_{AB} = F \qquad V_{BC}$$
$$V_{CD} = -F$$
$$M_{AB} = Fx \qquad M_{BC} = Fa \qquad M_{CD} =$$
$$y_{AB} = \frac{Fx}{6EI}(x^2 + 3a^2 - 3la)$$
$$y_{BC} = \frac{Fa}{6EI}(3x^2 + a^2 - 3lx)$$
$$y_{max} = \frac{Fa}{24EI}(4a^2 - 3l^2)$$

$$R_1 = \frac{Fa}{l} \qquad R_2 = \frac{F}{l}(l + a)$$
$$V_{AB} = -\frac{Fa}{l} \qquad V_{BC} = F$$
$$M_{AB} = -\frac{Fax}{l} \qquad M_{BC} = F(x - l - a)$$
$$y_{AB} = \frac{Fax}{6EIl}(l^2 - x^2)$$
$$y_{BC} = \frac{F(x-l)}{6EI}[(x-l)^2 - a(3x - l)]$$
$$y_c = -\frac{Fa^2}{3EI}(l + a)$$

Disminución sección Kt ≈ 1

Secciones criticas
Depende de como realmente funcione el dispositivo

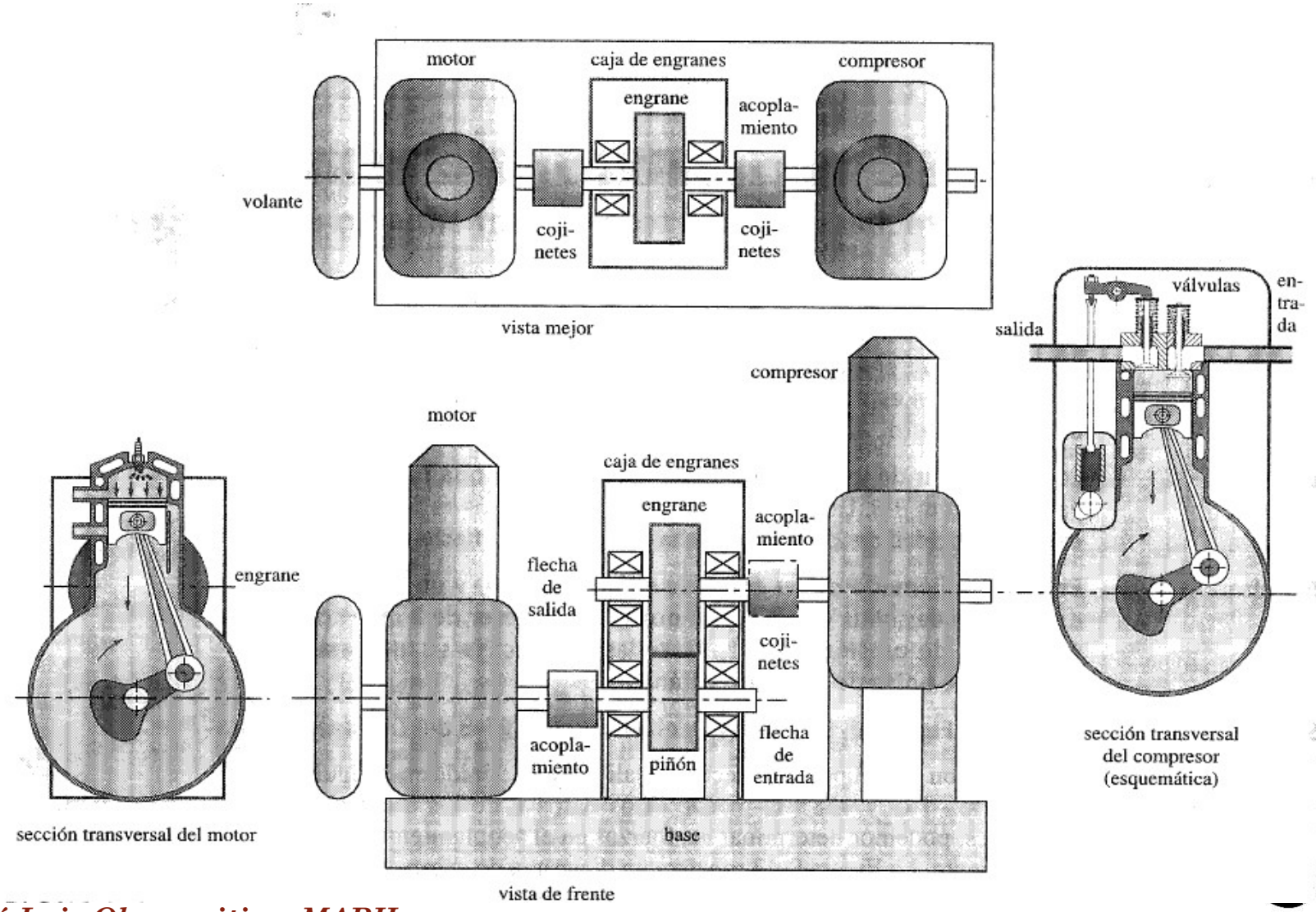
Parecido,
Hacer composición.

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

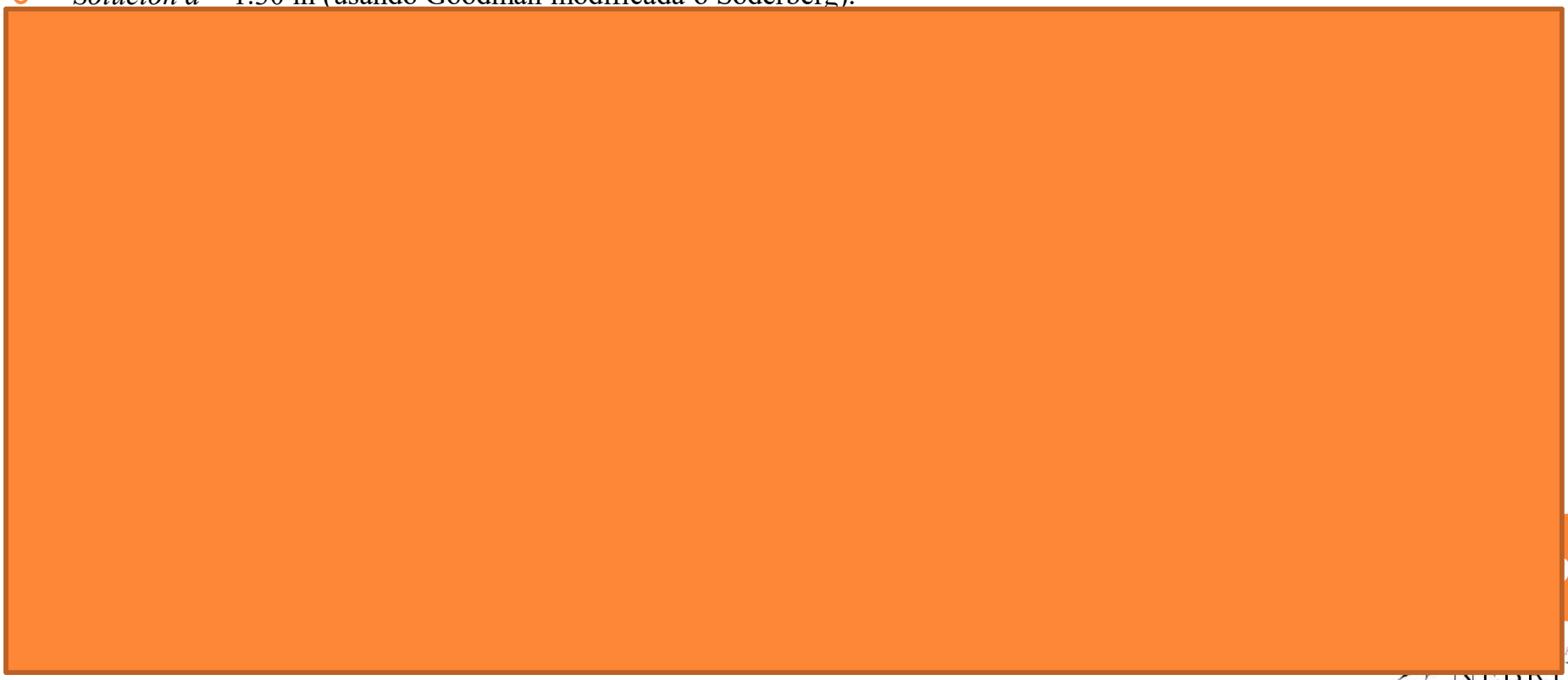
- **Ejemplos**

- **1** Suponga que el árbol de un motor debe soportar un par de torsión máximo de 2500 lbf in totalmente alternante. ¿Qué diámetro mínimo, *d*, debería tener el árbol mecanizado si tiene un chavetero de perfil y es de acero SAE 1050 laminado en frío? Tomar factor de seguridad $N = 2$ con una confiabilidad del 99%.

a) Usando Goodman modificada

b) Usando Soderberg

- *Solución d* = 1.30 in (usando Goodman modificada o Soderberg).



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
  - **1** Suponga que el árbol de un motor debe soportar un par de torsión máximo de 2500 lbf in totalmente alternante. ¿Qué diámetro mínimo, *d*, debería tener el árbol mecanizado si tiene un chavetero de perfil y es de acero SAE 1050 laminado en frío? Tomar factor de seguridad $N = 2$ con una confiabilidad del 99%.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg
  - *Solución* $d = 1.30$ in (usando Goodman modificada o Soderberg).
  - T: totalmente alternante. Tm=0 Ta=T
  - No existe M luego Ma=Mm=0

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_a\right)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**

- **1** Suponga que el árbol de un motor debe soportar un par de torsión máximo de 2500 lbf in totalmente alternante. ¿Qué diámetro mínimo, *d*, debería tener el árbol mecanizado si tiene un chavetero de perfil y es de acero SAE 1050 laminado en frío? Tomar factor de seguridad $N = 2$ con una confiabilidad del 99%.

a) Usando Goodman modificada

b) Usando Soderberg

- *Solución* $d = 1.30$ in (usando Goodman modificada o Soderberg).
- T: totalmente alternante. Tm=0 Ta=T
- No existe M luego Ma=Mm=0

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_a\right)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[0 + 3\left(K_{fs} T_a\right)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}[0 + 0]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\frac{\sqrt{3}K_{fs}T_a}{S_e}\right)^{1/3}$$

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

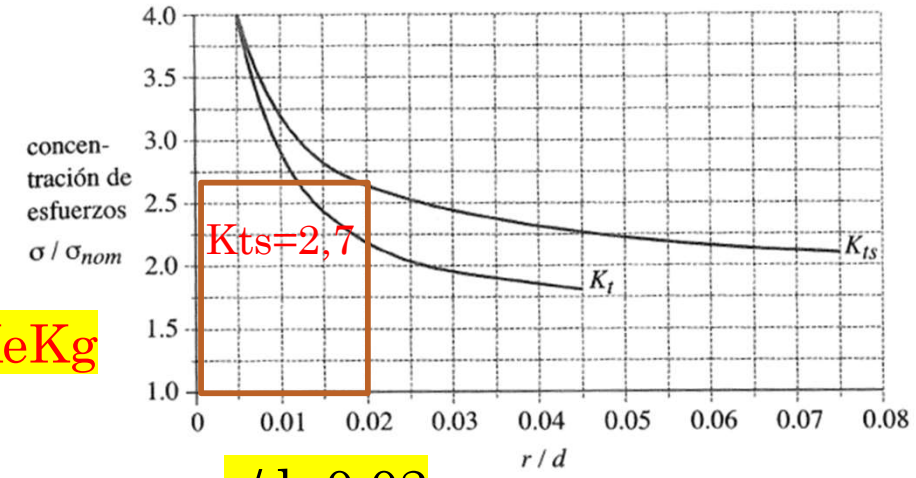
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
  - **1** Suponga que el árbol de un motor debe soportar un par de torsión máximo de 2500 lbf in totalmente alternante. ¿Qué diámetro mínimo, *d*, debería tener el árbol mecanizado si tiene un chavetero de perfil y es de acero SAE 1050 laminado en frío? Tomar factor de seguridad $N = 2$ con una confiabilidad del 99%.
  - a) Usando Goodman modificada
  - b) Usando Soderberg
  - *Solución* $d = 1.30$ in (usando Goodman modificada o Soderberg).
  - T: totalmente alternante. Tm=0 Ta=T
  - No existe M luego Ma=Mm=0

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

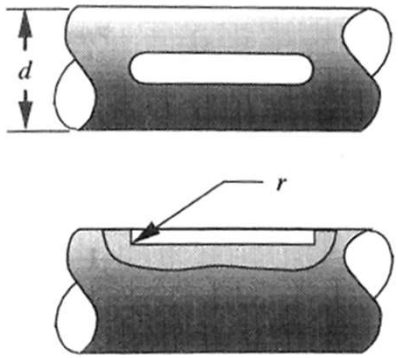
$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[0 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}[0 + 0]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\frac{\sqrt{3}K_{fs}T_a}{S_e}\right)^{1/3}$$



Kts=2,7

r/d=0.02



IMPORTANTE:
Se=Se'KaKbKcKdKeKg

UNIVERSIDAD NEBRIJA

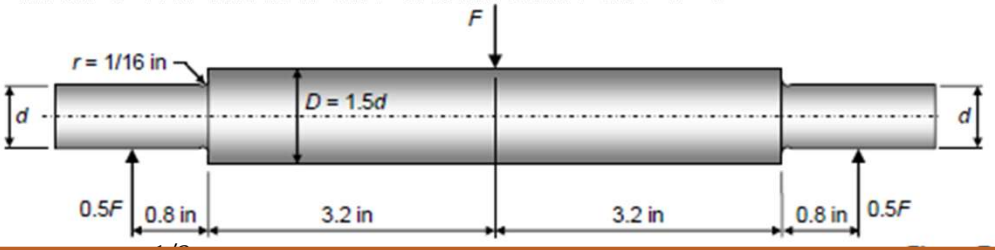
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
- **3** Una máquina tiene un eje escalonado de sección circular, de acero SAE 1050 laminado en frío. Se mecaniza y soporta una fuerza *F* producida por una polea loca montada en el eje mediante un rodamiento. La fuerza *F* varía entre 500 lbf y 1500 lbf, y el eje se apoya en sus extremos, generándose las reacciones indicadas. Determinar el diámetro *d* para una duración indefinida, una confiabilidad del 50% y un factor de seguridad de 1.5

  a) Usando Goodman modificada

  b) Usando Soderberg



- T= Tm=Ta=0
- M Ma y Mm

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
- **3** Una máquina tiene un eje escalonado de sección circular, de acero SAE 1050 laminado en frío. Se mecaniza y soporta una fuerza *F* producida por una polea loca montada en el eje mediante un rodamiento. La fuerza *F* varía entre 500 lbf y 1500 lbf, y el eje se apoya en sus extremos, generándose las reacciones indicadas. Determinar el diámetro *d* para una duración indefinida, una confiabilidad del 50% y un factor de seguridad de 1.5
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg
- T= Tm=Ta=0
- M Ma y Mm

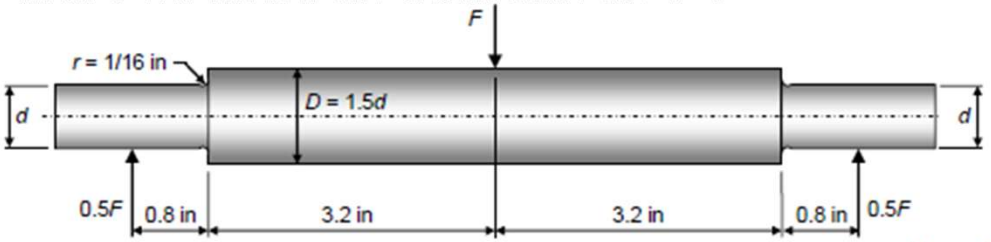


Figura E-5.3

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_a\right)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2 + 3\left(K_{fs} T_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4\left(K_f M_a\right)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4\left(K_f M_m\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{2K_f M_a}{S_e} + \frac{2K_f M_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{32nK_f}{\pi}\left\{\frac{M_a}{S_e} + \frac{M_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3}$$

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
- **3** Una máquina tiene un eje escalonado de sección circular, de acero SAE 1050 laminado en frío. Se mecaniza y soporta una fuerza *F* producida por una polea loca montada en el eje mediante un rodamiento. La fuerza *F* varía entre 500 lbf y 1500 lbf, y el eje se apoya en sus extremos, generándose las reacciones indicadas. Determinar el diámetro *d* para una duración indefinida, una confiabilidad del 50% y un factor de seguridad de 1.5.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg

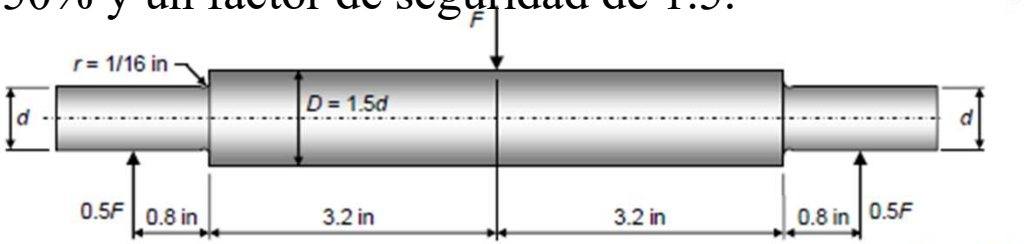


Figura E-5.3

- T= Tm=Ta=0
- M Ma y Mm

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

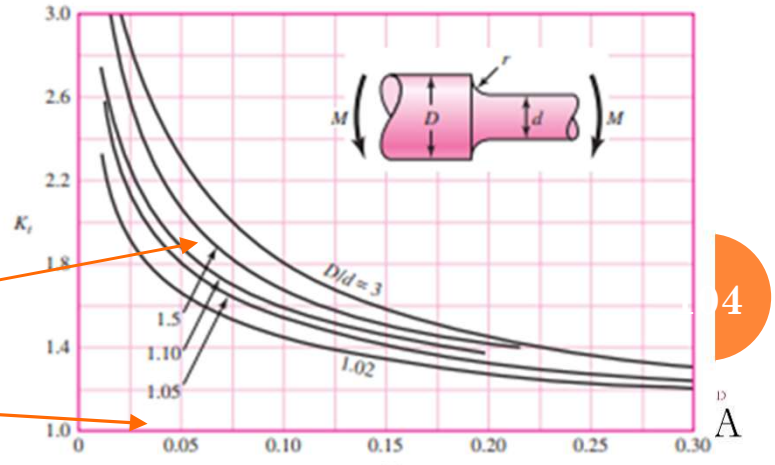
$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4(K_f M_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{2K_f M_a}{S_e} + \frac{2K_f M_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{32nK_f}{\pi}\left\{\frac{M_a}{S_e} + \frac{M_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3}$$

r=1/16 unos 1,6 mm
probar r/d=0,02
D/d=1,5

Figure A–15–9
Round shaft with shoulder fillet in bending. $\sigma_0 = Mc/I$, where $c = d/2$ and $I = \pi d^4/64$.



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
- **3** Una máquina tiene un eje escalonado de sección circular, de acero SAE 1050 laminado en frío. Se mecaniza y soporta una fuerza F producida por una polea loca montada en el eje mediante un rodamiento. La fuerza F varía entre 500 lbf y 1500 lbf, y el eje se apoya en sus extremos, generándose las reacciones indicadas. Determinar el diámetro d para una duración indefinida, una confiabilidad del 50% y un factor de seguridad de 1.5.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg
- T= Tm=Ta=0
- M Ma y Mm

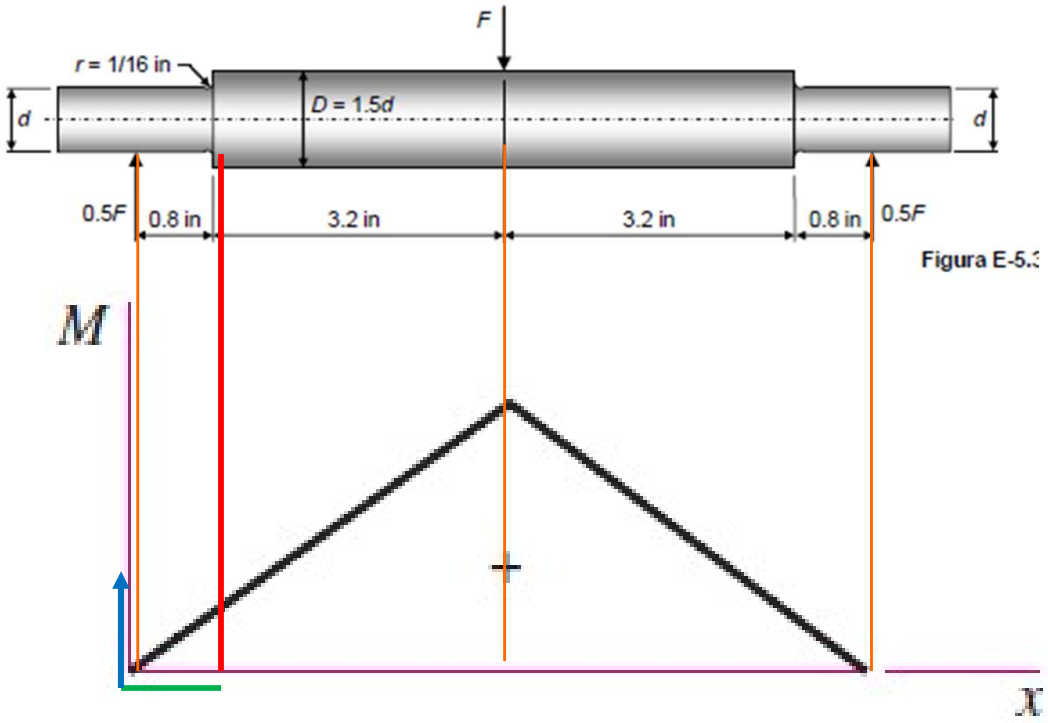


Figura E-5.3

$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$$

$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$

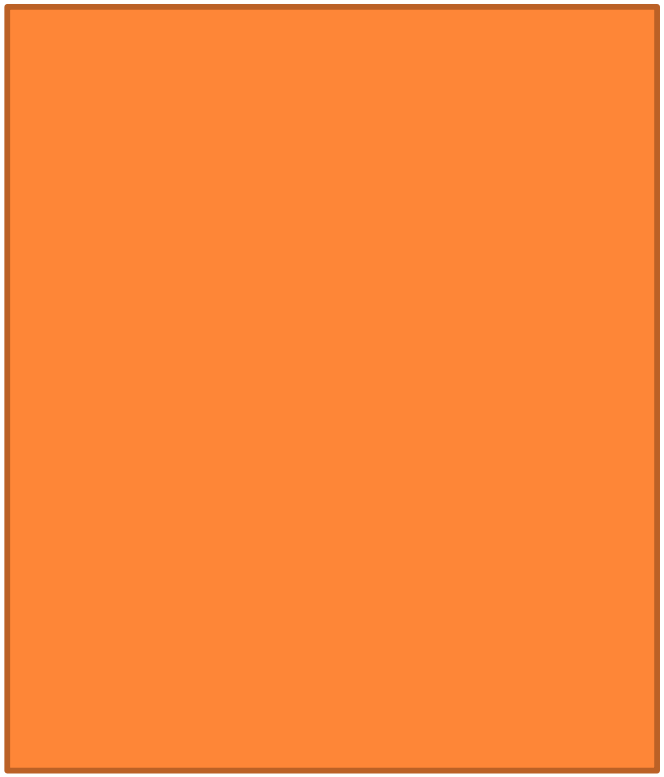
$$y_{\max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
- **4** Una máquina tiene un eje escalonado de sección circular, de acero SAE 1050 laminado en frío, es mecanizado y soporta una fuerza F producida por una polea que se monta a presión sobre el eje, girando solidariamente con éste, y que el eje está apoyado mediante rodamientos en los extremos. Suponga además que F es constante e igual a 1500 lbf y que el radio de los redondeos es $r = 0.25$ in.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg



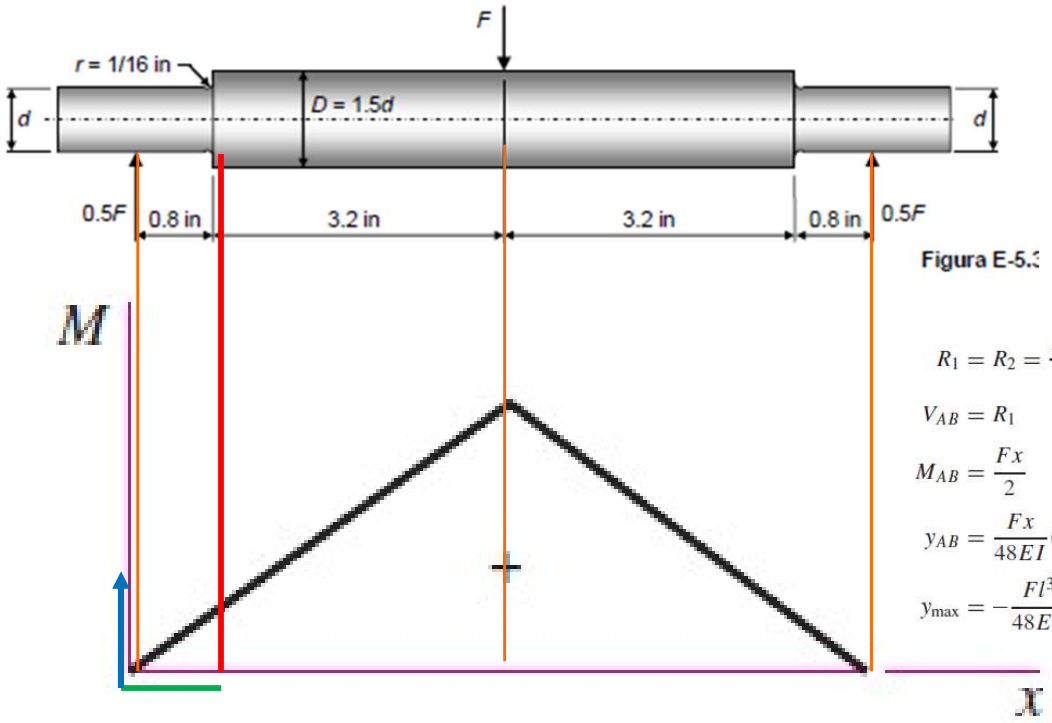


Figura E-5.3

$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$$

$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$

$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
- **4** Una máquina tiene un eje escalonado de sección circular, de acero SAE 1050 laminado en frío, es mecanizado y soporta una fuerza F producida por una polea que se monta a presión sobre el eje, girando solidariamente con éste, y que el eje está apoyado mediante rodamientos en los extremos. Suponga además que F es constante e igual a 1500 lbf y que el radio de los redondeos es $r = 0.25$ in.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg

- T= Tm=Ta=0
- M alternante pura Ma = M Mm= 0

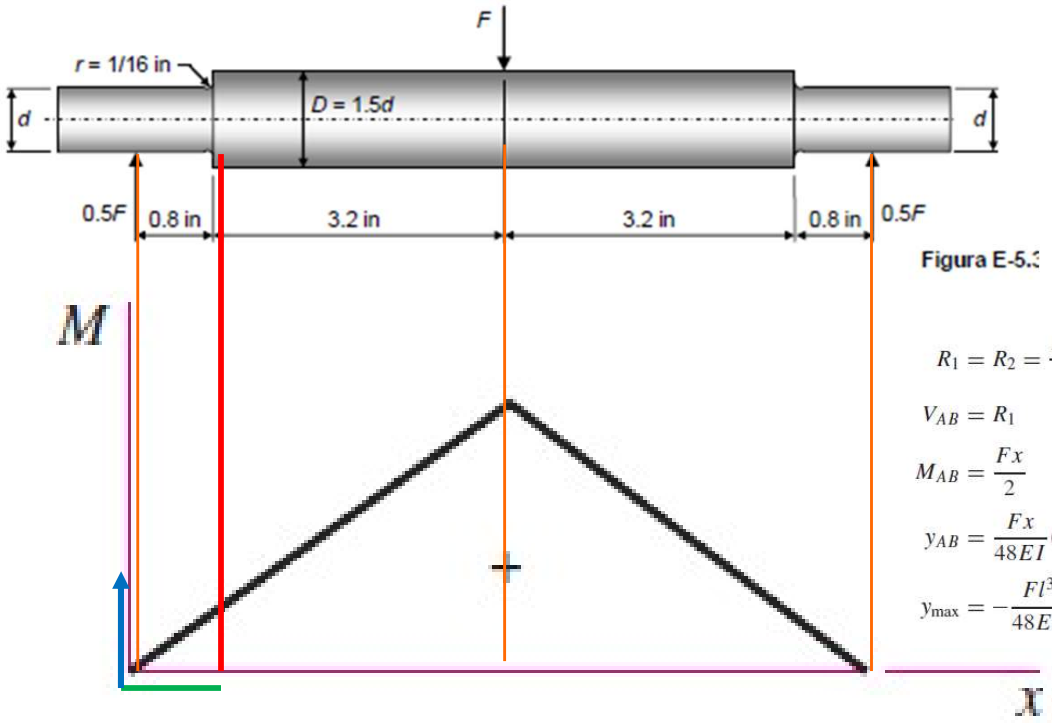


Figura E-5.3

$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$$

$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$

$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
- **4** Una máquina tiene un eje escalonado de sección circular, de acero SAE 1050 laminado en frío, es mecanizado y soporta una fuerza *F* producida por una polea que se monta a presión sobre el eje, girando solidariamente con éste, y que el eje está apoyado mediante rodamientos en los extremos. Suponga además que *F* es constante e igual a 1500 lbf y que el radio de los redondeos es $r = 0.25$ in.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg

- T= Tm=Ta=0
- M alternante pura Ma = M Mm= 0

$$d = \left(\frac{32nK_f}{\pi}\left\{\frac{M_a}{S_e} + \frac{M_m}{S_{yt}}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{32nK_f}{\pi}\left\{\frac{M_a}{S_e} + 0\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = \left(\frac{32nK_f}{\pi}\frac{M_a}{S_e}\right)^{1/3}$$

r=0,25
probar r/d=0,02
D/d=1,5

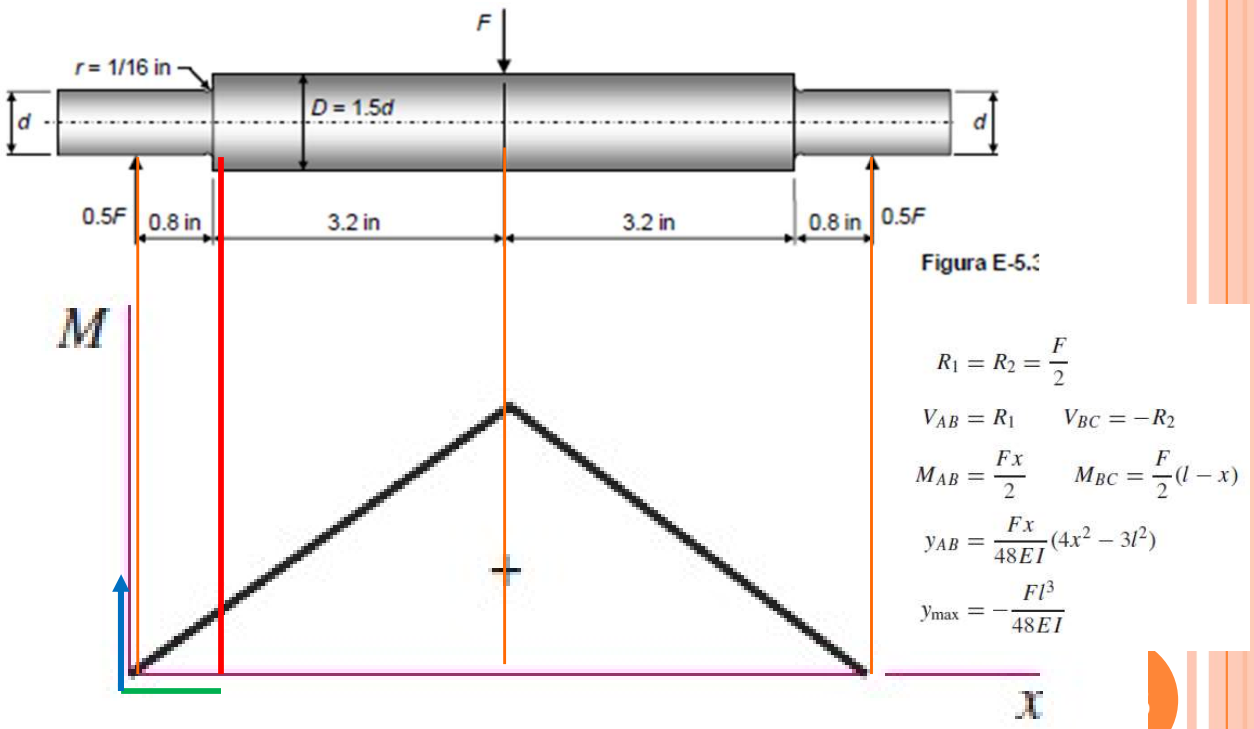


Figura E-5.3

$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$$

$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$

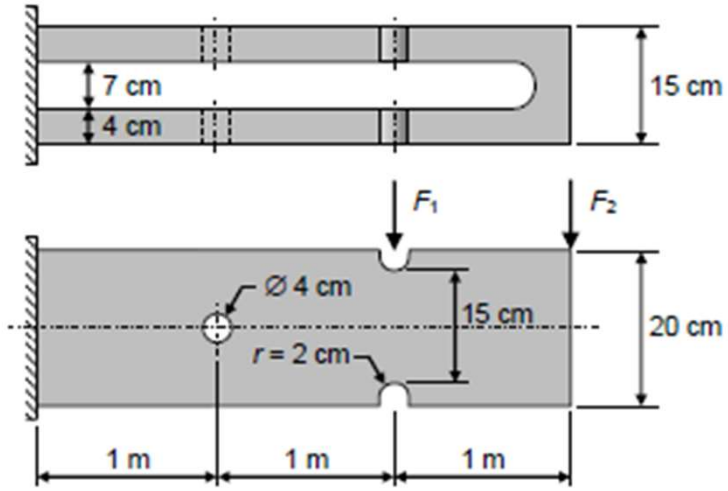
$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
- **6** La viga de la figura se construirá mediante dos placas de acero laminado en frío SAE 1040. Las dos entallas y el agujero están mecanizados. La viga está sometida a una fuerza constante $F1 = 2$ kN y una fuerza $F2$ que varía desde 2 kN hasta 4 kN. Calcular el factor de seguridad de la viga, asumiendo $q = 1$ y que no hay concentración de esfuerzos en el empotramiento. La confiabilidad es del 99.9%.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg

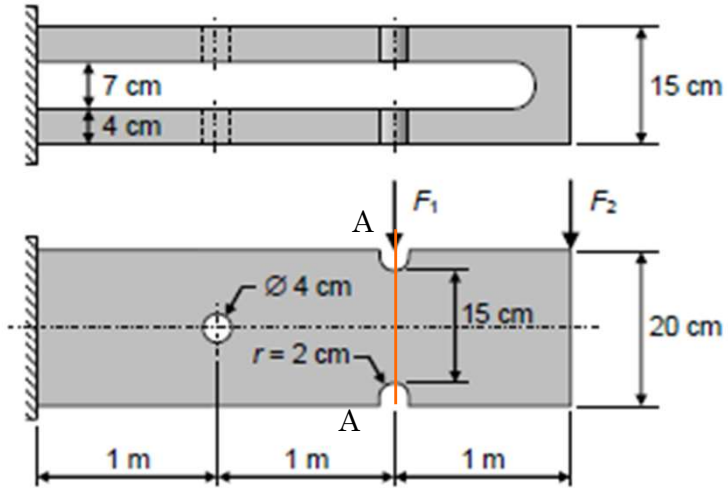


UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

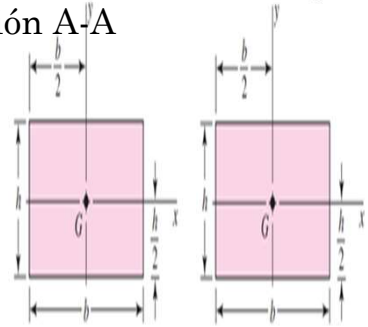
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**
- **6** La viga de la figura se construirá mediante dos placas de acero laminado en frío SAE 1040. Las dos entallas y el agujer están mecanizados. La viga está sometida a una fuerza constante $F1 = 2$ kN y una fuerza $F2$ que varía desde 2 kN hasta 4 kN. Calcular el factor de seguridad de la viga, asumiendo $q = 1$ y que no hay concentración de esfuerzos en e empotramiento. La confiabilidad es del 99.9%.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg



SON DOS PLETINAS CONSIDERAR LA MITAD DE FUERZA PARA CADA UNA DE LAS DOS PLETINAS.

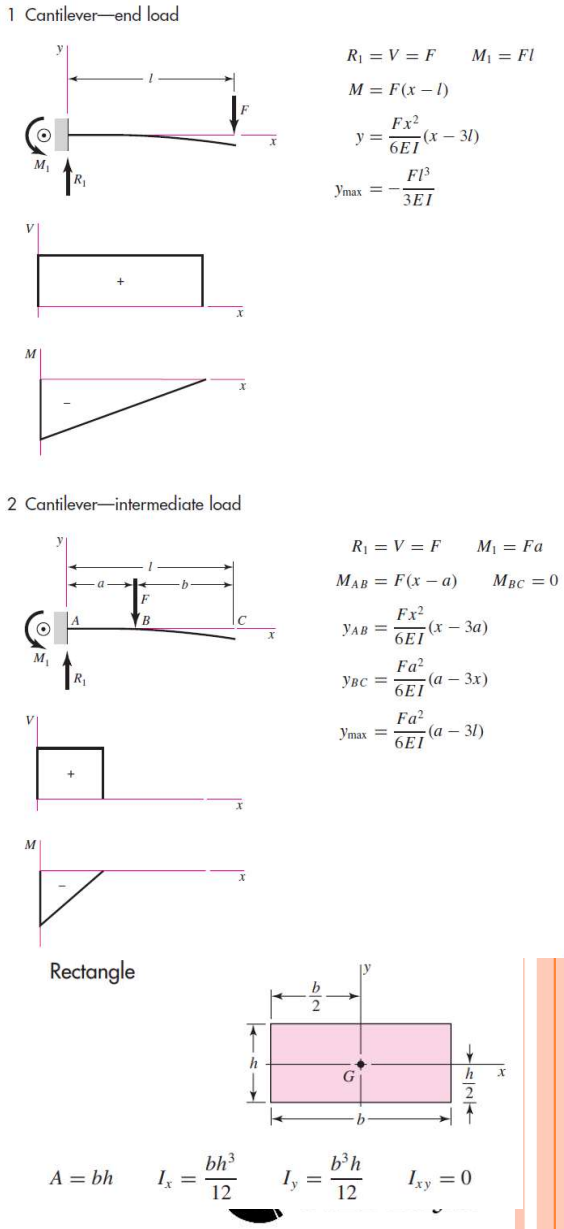
Justificación hipótesis. Momento de inercia con respecto al eje X de la sección A-A



Sección A-A

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} = 2\,I = 2\,\frac{bh^3}{12}$$

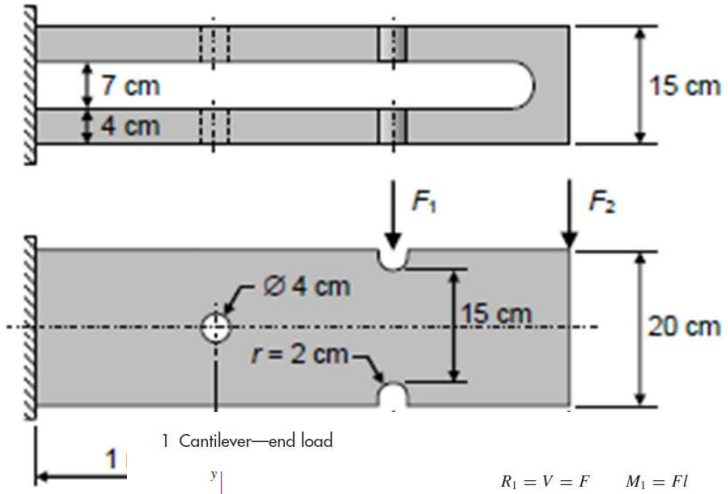
$$I_{x1} = I_{x2} = I$$



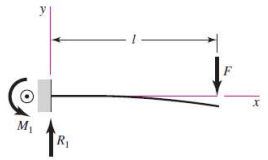
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL

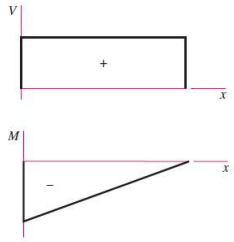
- **Ejemplos**
- **6** La viga de la figura se construirá mediante dos placas de acero laminado en frío SAE 1040. Las dos entallas y el agujero están mecanizados. La viga está sometida a una fuerza constante $F1 = 2$ kN y una fuerza $F2$ que varía desde 2 kN hasta 4 kN. Calcular el factor de seguridad de la viga, asumiendo $q = 1$ y que no hay concentración de esfuerzos en el empotramiento. La confiabilidad es del 99.9%.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg



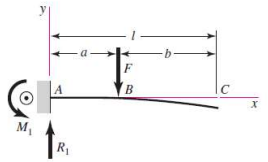
1 Cantilever—end load



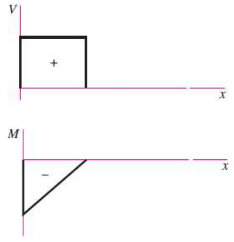
$$R_1 = V = F \qquad M_1 = Fl$$
$$M = F(x - l)$$
$$y = \frac{Fx^2}{6EI}(x - 3l)$$
$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{3EI}$$



2 Cantilever—intermediate load



$$R_1 = V = F \qquad M_1 = Fa$$
$$M_{AB} = F(x - a) \qquad M_{BC} = 0$$
$$y_{AB} = \frac{Fx^2}{6EI}(x - 3a)$$
$$y_{BC} = \frac{Fa^2}{6EI}(a - 3x)$$
$$y_{max} = \frac{Fa^2}{6EI}(a - 3l)$$



SON DOS PLETINAS CONSIDERAR LA MITAD PARA CADA UNA DE LAS DOS PLETINAS.

FUERZAS APLICADAS A SECCIONES	TOTAL		POR PLETINA	
	MIN	MAX	MIN	MAX
F1	2000	2000	1000	1000
F2	2000	4000	1000	2000

MOMENTOS DESDE EMPOTRAMIENTO SE COGE DESDE LA SECCIÓN Y SE MIRA A LA IZQUIERDA (LA REACCION)

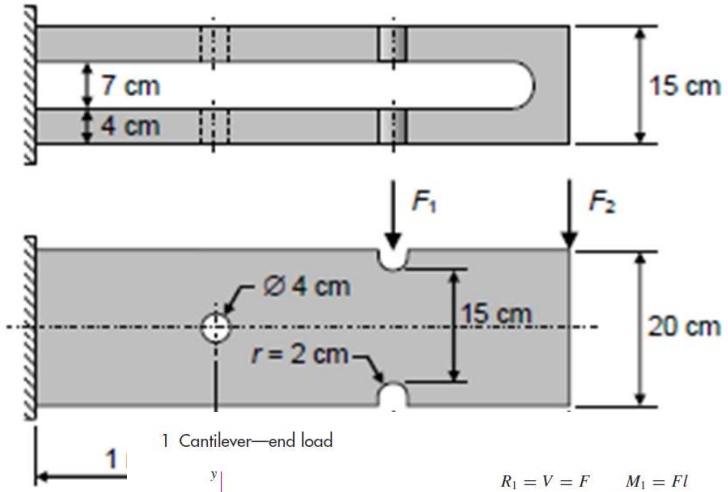
	DISTANCIA A	FUERZA (N)		MOMENTO RA (Nm)	
	EMPOTRAMIENTO (m)	MIN	MAX	MIN	MAX
MRaF1	2	1.000	1.000	2.000	2.000
MRaF2	3	1.000	2.000	3.000	6.000
Mra				5.000	8.000

	AGUJERO	RANURAS
DISTANCIA A EMPOTRAMIENTO	1 m	2 m

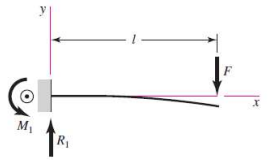
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL

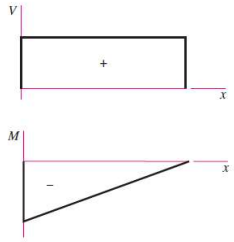
- **Ejemplos**
- **6** La viga de la figura se construirá mediante dos placas de acero laminado en frío SAE 1040. Las dos entallas y el agujero están mecanizados. La viga está sometida a una fuerza constante $F1 = 2$ kN y una fuerza $F2$ que varía desde 2 kN hasta 4 kN. Calcular el factor de seguridad de la viga, asumiendo $q = 1$ y que no hay concentración de esfuerzos en el empotramiento. La confiabilidad es del 99.9%.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg



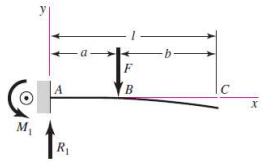
1 Cantilever—end load



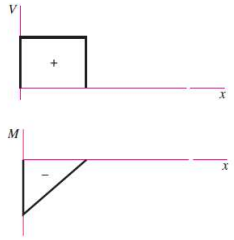
$$R_1 = V = F \qquad M_1 = Fl$$
$$M = F(x - l)$$
$$y = \frac{Fx^2}{6EI}(x - 3l)$$
$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{3EI}$$



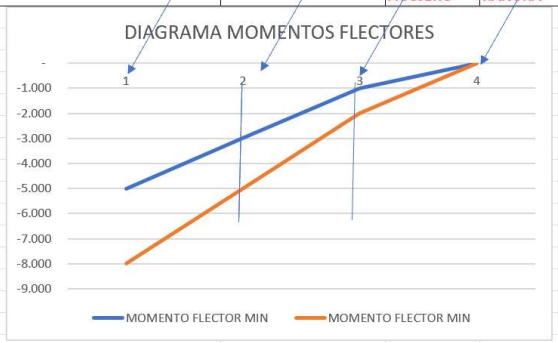
2 Cantilever—intermediate load



$$R_1 = V = F \qquad M_1 = Fa$$
$$M_{AB} = F(x - a) \qquad M_{BC} = 0$$
$$y_{AB} = \frac{Fx^2}{6EI}(x - 3a)$$
$$y_{BC} = \frac{Fa^2}{6EI}(a - 3x)$$
$$y_{max} = \frac{Fa^2}{6EI}(a - 3l)$$



	EMPOTRAMIENTO	AGUJERO	a RANURAS	l EXTREMO	
MOMENTOS FLECTORES DE LAS FU	0	1	2	3	
MF1	2.000	1.000	0	0	Max F1 (X-a)
MF2 MIN	3.000	2000	1000	0	Mx F2 (X-l)
MF2 MAX	6.000	4000	2000	0	Mx F2 (X-l)
x	-	1	2	3	
MOMENTO FLECTOR MIN	- 5.000	- 3.000	- 1.000	-	Nm
MOMENTO FLECTOR MIN	- 8.000	- 5.000	- 2.000	-	Nm
		AGUJERO	RANURA		



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL

- **Ejemplos**
- **6** La viga de la figura se construirá mediante dos placas de acero laminado en frío SAE 1040. Las dos entallas y el agujero están mecanizados. La viga está sometida a una fuerza constante $F1 = 2$ kN y una fuerza $F2$ que varía desde 2 kN hasta 4 kN. Calcular el factor de seguridad de la viga, asumiendo $q = 1$ y que no hay concentración de esfuerzos en el empotramiento. La confiabilidad es del 99.9%.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg

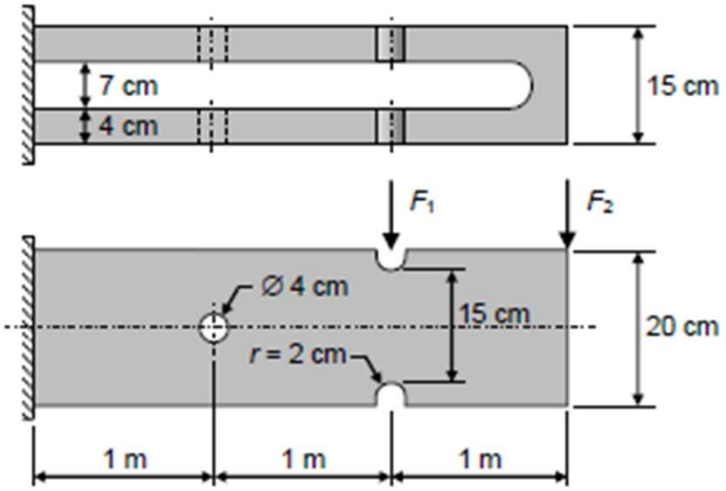
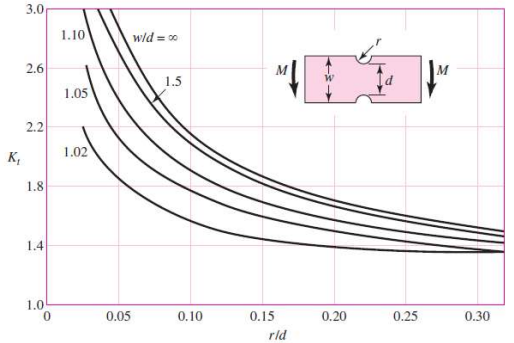
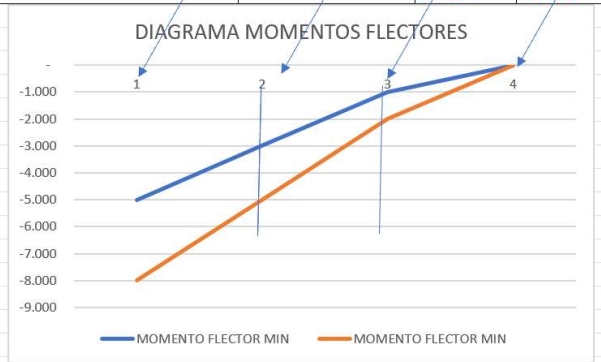


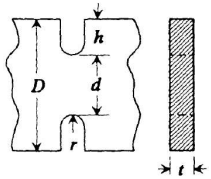
Figure A–15–4
Notched rectangular bar in bending. $\sigma_0 = Mc/I$, where $c = d/2$, $I = td^3/12$, and t is the thickness.

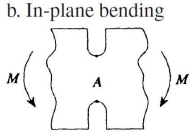


		a	l	
	EMPOTRAMIENTO	AGUJERO	RANURAS	EXTREMO	
MOMENTOS FLECTORES DE LAS FU	0	1	2	3	
MF1	2.000	1.000	0	0	Max F1 (X-a)
MF2 MIN	3.000	2000	1000	0	Mx F2 (X-l)
MF2 MAX	6.000	4000	2000	0	Mx F2 (X-l)
x	-	1	2	3	
MOMENTO FLECTOR MIN	- 5.000	- 3.000	- 1.000	-	Nm
MOMENTO FLECTOR MIN	- 8.000	- 5.000	- 2.000	-	Nm
		AGUJERO	RANURA		



2. Opposite single U-shaped notches in finite-width plate





b. In-plane bending

$$\sigma_{max} = \sigma_A = K_t \sigma_{nom}, \qquad \sigma_{nom} = 6M/d^2 t$$

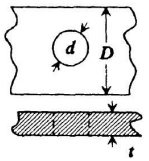
$$K_t = C_1 + C_2\frac{2h}{D} + C_3\left(\frac{2h}{D}\right)^2 + C_4\left(\frac{2h}{D}\right)^3$$

	$0.1 \le h/r < 2.0$	$2.0 \le h/r \le 50.0$
C_1	$1.024 + 2.092\sqrt{h/r} - 0.051h/r$	$1.113 + 1.957\sqrt{h/r}$
C_2	$-0.630 - 7.194\sqrt{h/r} + 1.288h/r$	$-2.579 - 4.017\sqrt{h/r} - 0.013h/r$
C_3	$2.117 + 8.574\sqrt{h/r} - 2.160h/r$	$4.100 + 3.922\sqrt{h/r} + 0.083h/r$
C_4	$-1.420 - 3.494\sqrt{h/r} + 0.932h/r$	$-1.528 - 1.893\sqrt{h/r} - 0.066h/r$

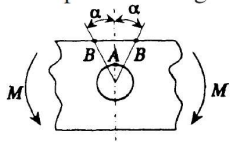
for semicircular notch ($h/r = 1.0$)

$$K_t = 3.065 - 6.637\left(\frac{2h}{D}\right) + 8.229\left(\frac{2h}{D}\right)^2 - 3.636\left(\frac{2h}{D}\right)^3$$

2. Central single circular hole in finite-width plate



b. In-plate bending



(1) At edge of hole,

$$\sigma_{max} = \sigma_A = K_t \sigma_{nom}, \qquad \sigma_{nom} = 6Md/(D^3 - d^3)t$$

$K_t = 2$ (independent of d/D)

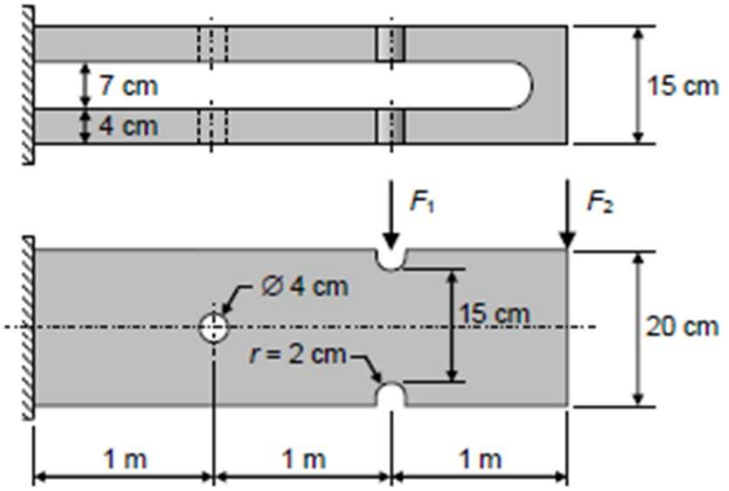
(2) At edge of plate,

$$\sigma_{max} = \sigma_B = K_t \sigma_{nom}, \qquad \sigma_{nom} = 6MD/(D^3 - d^3)t$$

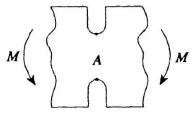
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL

- **Ejemplos**
- **6** La viga de la figura se construirá mediante dos placas de acero laminado en frío SAE 1040. Las dos entallas y el agujero están mecanizados. La viga está sometida a una fuerza constante $F1 = 2$ kN y una fuerza $F2$ que varía desde 2 kN hasta 4 kN. Calcular el factor de seguridad de la viga, asumiendo $q = 1$ y que no hay concentración de esfuerzos en el empotramiento. La confiabilidad es del 99.9%.
  a) Usando Goodman modificada
  b) Usando Soderberg



b. In-plane bending



$$\sigma_{max} = \sigma_A = K_t \sigma_{nom}, \qquad \sigma_{nom} = 6M/d^2t$$

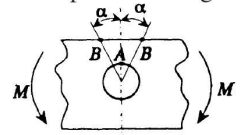
$$K_t = C_1 + C_2\frac{2h}{D} + C_3\left(\frac{2h}{D}\right)^2 + C_4\left(\frac{2h}{D}\right)^3$$

	$0.1 \le h/r < 2.0$	$2.0 \le h/r \le 50.0$
C_1	$1.024 + 2.092\sqrt{h/r} - 0.051h/r$	$1.113 + 1.957\sqrt{h/r}$
C_2	$-0.630 - 7.194\sqrt{h/r} + 1.288h/r$	$-2.579 - 4.017\sqrt{h/r} - 0.013h/r$
C_3	$2.117 + 8.574\sqrt{h/r} - 2.160h/r$	$4.100 + 3.922\sqrt{h/r} + 0.083h/r$
C_4	$-1.420 - 3.494\sqrt{h/r} + 0.932h/r$	$-1.528 - 1.893\sqrt{h/r} - 0.066h/r$

for semicircular notch $(h/r = 1.0)$

$$K_t = 3.065 - 6.637\left(\frac{2h}{D}\right) + 8.229\left(\frac{2h}{D}\right)^2 - 3.636\left(\frac{2h}{D}\right)^3$$

b. In-plate bending



(1) At edge of hole,

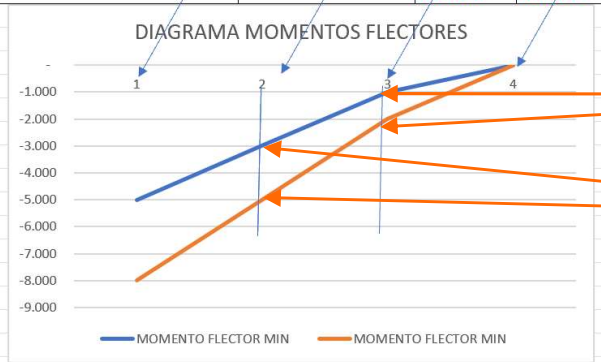
$$\sigma_{max} = \sigma_A = K_t \sigma_{nom}, \qquad \sigma_{nom} = 6Md/(D^3 - d^3)t$$

$K_t = 2$ (independent of d/D)

(2) At edge of plate,

$$\sigma_{max} = \sigma_B = K_t \sigma_{nom}, \qquad \sigma_{nom} = 6MD/(D^3 - d^3)t$$

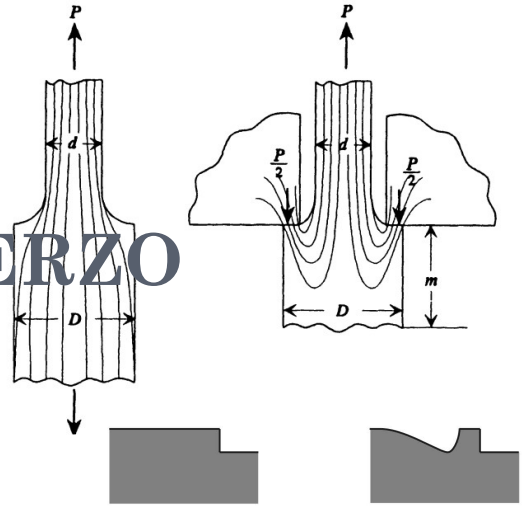
	EMPOTRAMIENTO	AGUJERO	a RANURAS	l EXTREMO	
MOMENTOS FLECTORES DE LAS FU	0	1	2	3	
MF1	2.000	1.000	0	0	Max F1 (X-a)
MF2 MIN	3.000	2000	1000	0	Mx F2 (X-l)
MF2 MAX	6.000	4000	2000	0	Mx F2 (X-l)
x	-	1	2	3	
MOMENTO FLECTOR MIN	- 5.000	- 3.000	- 1.000	-	Nm
MOMENTO FLECTOR MIN	- 8.000	- 5.000	- 2.000	-	Nm
		AGUJERO	RANURA		



Calcular.
Tensión media y alternada en ranuras
Calcular
Tensión media y alternada en agujero
Calcular Se y aplicar Goodman o Soderberg

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO



- **Ejemplos**

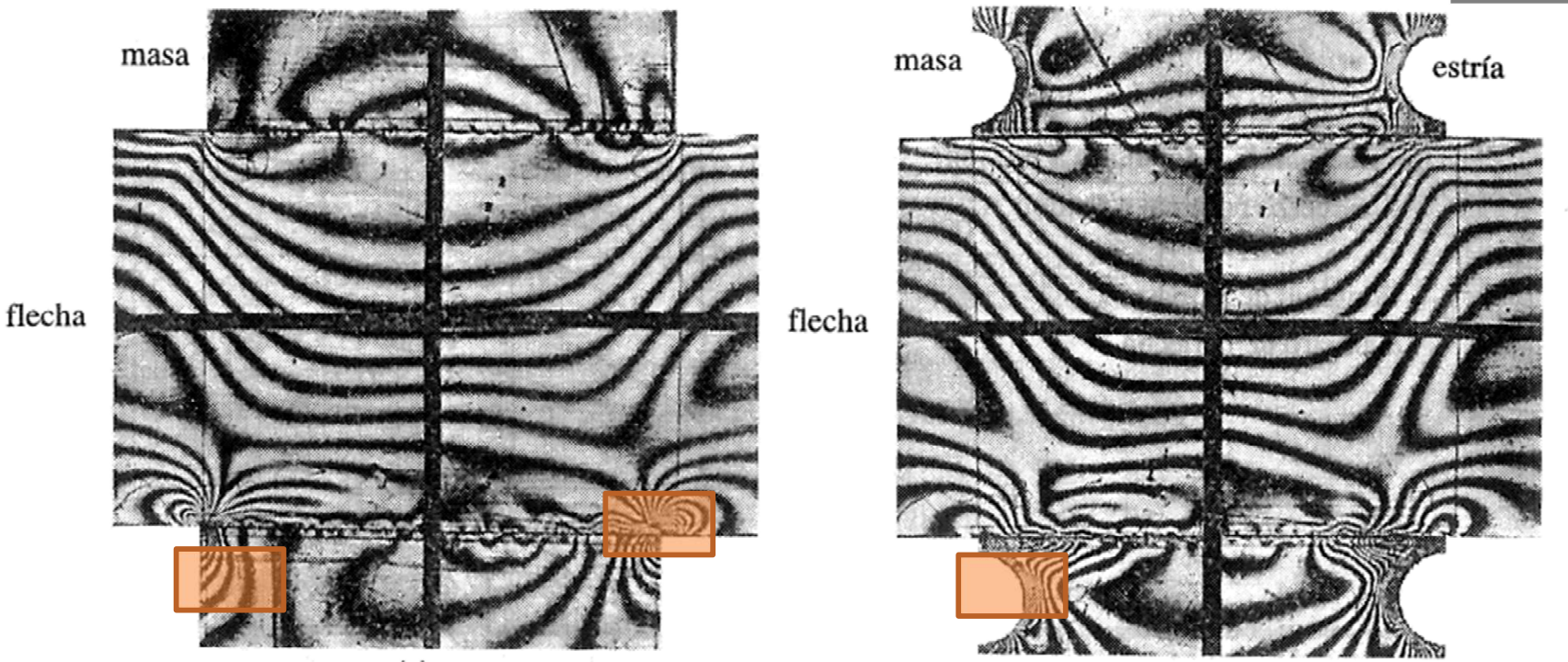


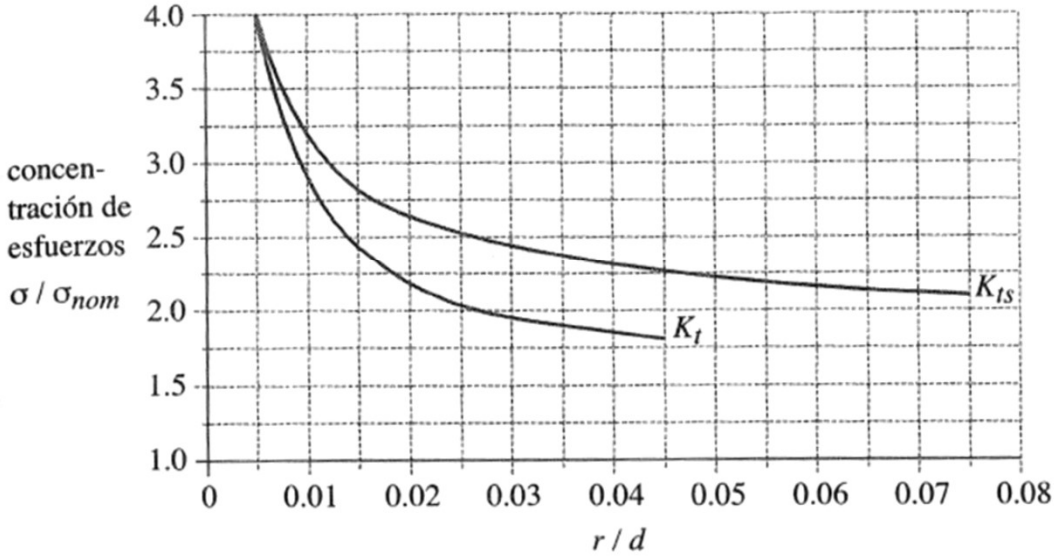
FIGURA 9-19

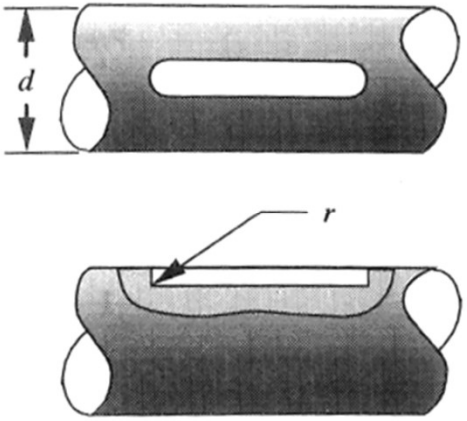
Análisis fotográfico de esfuerzos de (*a*) un ensamble acoplado por interferencia simple y (*b*) un ensamble de ajuste forzado por interferencia, con una maza ranurada Fuente: E. Peterson y A. M. Wahl, Fatigue of Shafts at Fitted Members, with Related Photoelastic Analysis, *ASME, J. App.*, Mech., volumen 57, pág. A1, 1935.

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

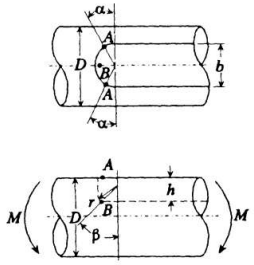
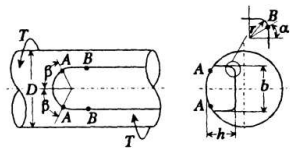
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **Ejemplos**

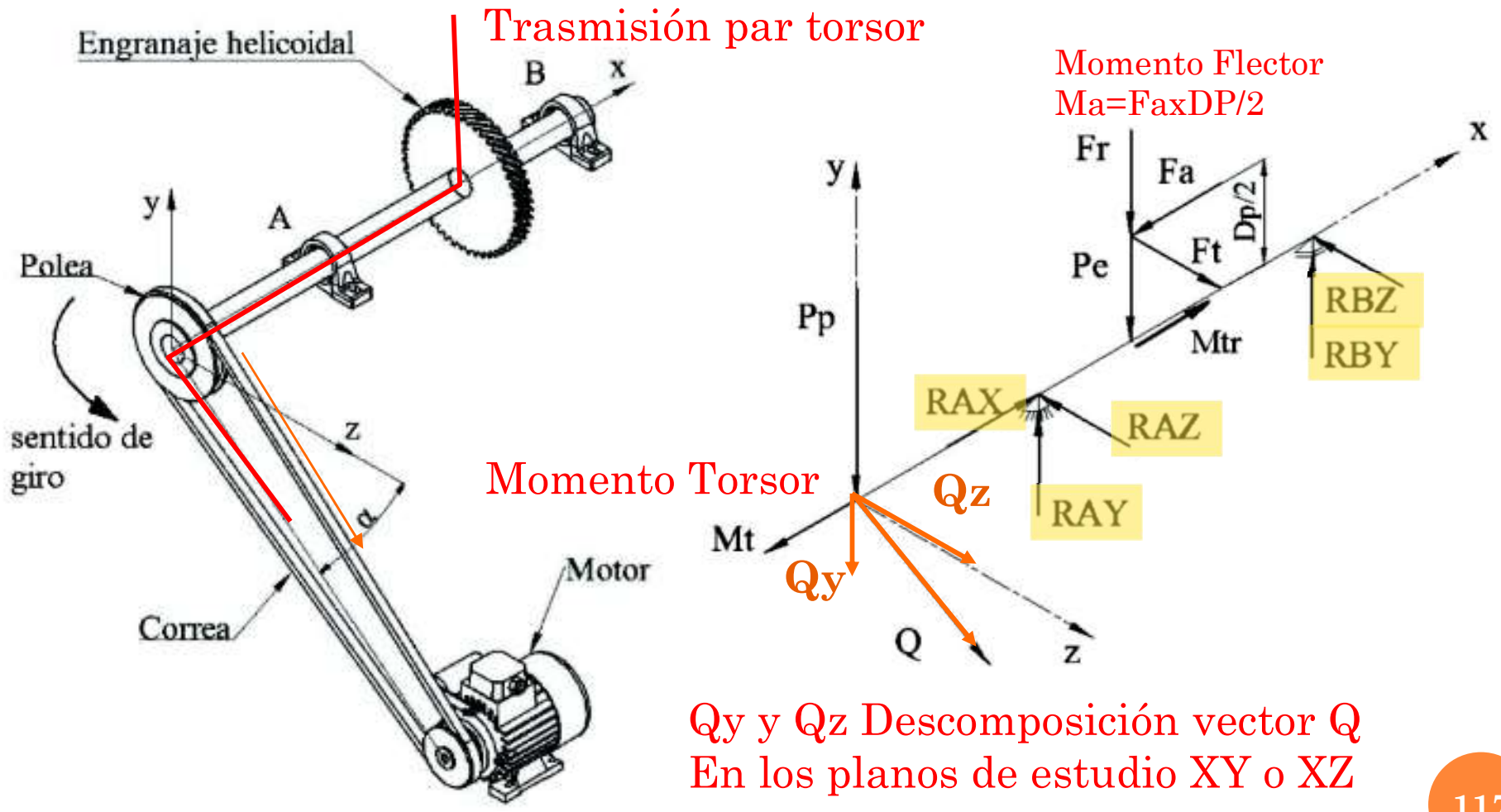


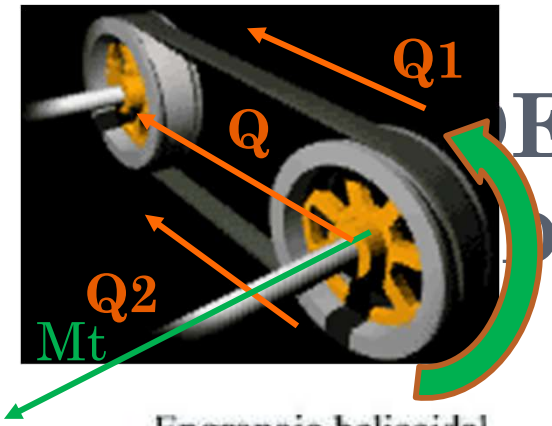


IV. Miscellaneous Elements

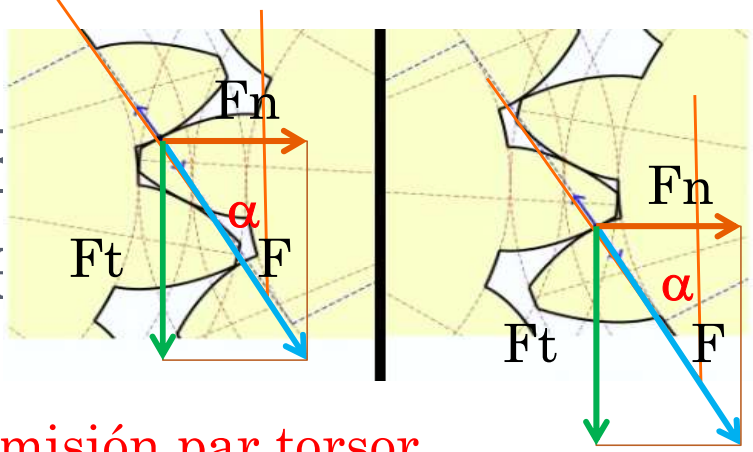
Type of Stress Raiser	Loading Conditions	Stress Concentration Factor
1. Round shaft with semicircular end key seat	a. Bending 	$\sigma_{max} = K_t\sigma, \quad \sigma = 32M/\pi D^3$ $b = \frac{1}{4}D, \quad h = \frac{1}{8}D, \quad \alpha = 10°, \quad \beta = 15°$ (1) At location A on surface: $K_{tA} = 1.6$ (2) At location B at end of keyway: $K_{tB} = 1.426 + 0.1643\left(\frac{0.1}{r/D}\right) - 0.0019\left(\frac{0.1}{r/D}\right)^2$ where $0.005 \le r/D \le 0.04$ $D \le 6.5$ in. $h/D = 0.125$ For $D > 6.5$ in., it is suggested that the K_{tB} values for $r/D = 0.0208$ be used.
	b. Torsion 	$h = \frac{1}{8}D, \quad b = D/r, \quad \alpha = 15°, \quad \beta = 50°$ (1) At location A on surface: $K_{tA} = \sigma_{max}/\tau \simeq 3.4, \quad \tau = 16T/\pi D^3$ (2) At location B in fillet: $K_{tB} = \sigma_{max}/\tau$ $= 1.953 + 0.1434\left(\frac{0.1}{r/D}\right) - 0.0021\left(\frac{0.1}{r/D}\right)^2$ for $0.005 \le r/D \le 0.07$

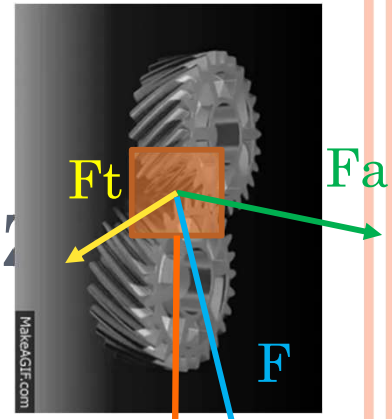
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO





E EJ
E EJ R



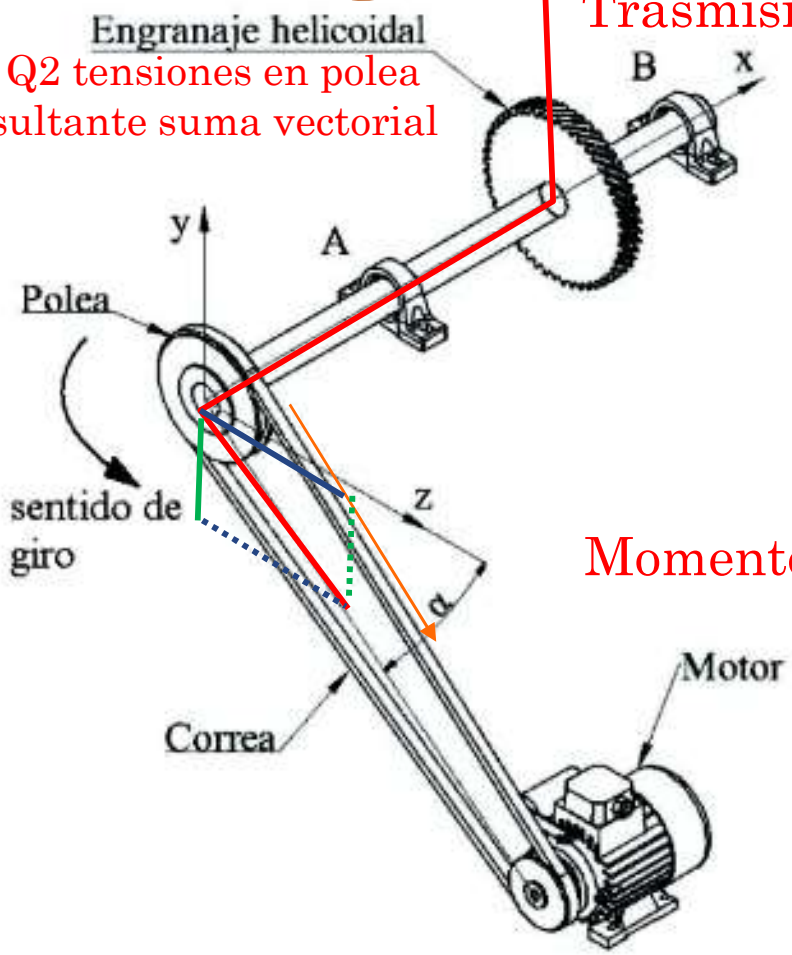


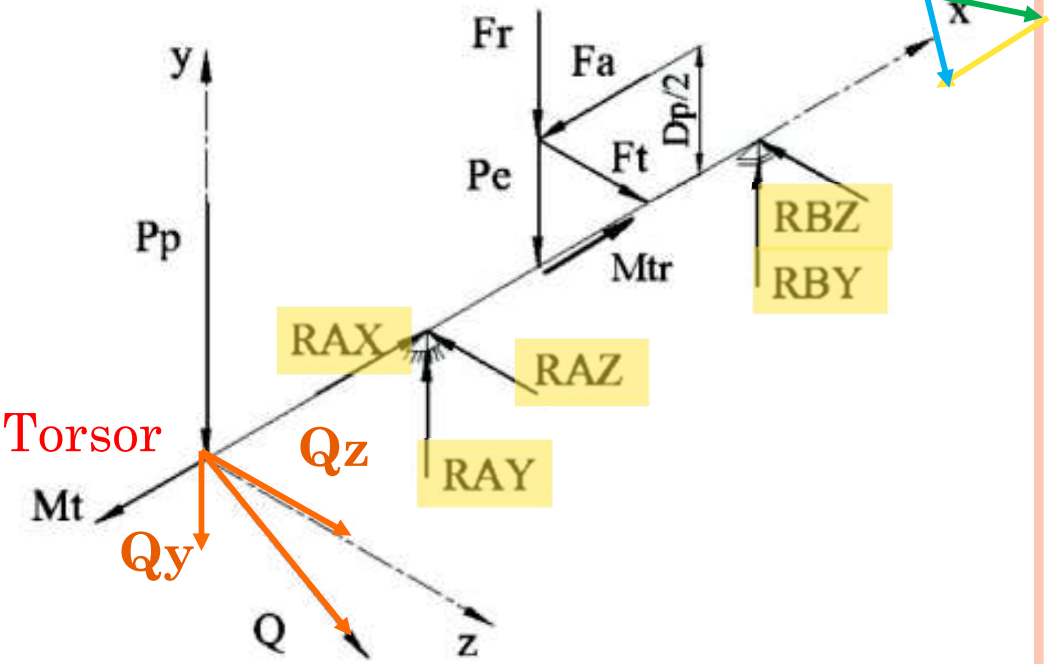
Trasmisión par torsor

Momento Flector
Ma=FaxDP/2

Fn=Fr

Q1 y Q2 tensiones en polea
Q resultante suma vectorial



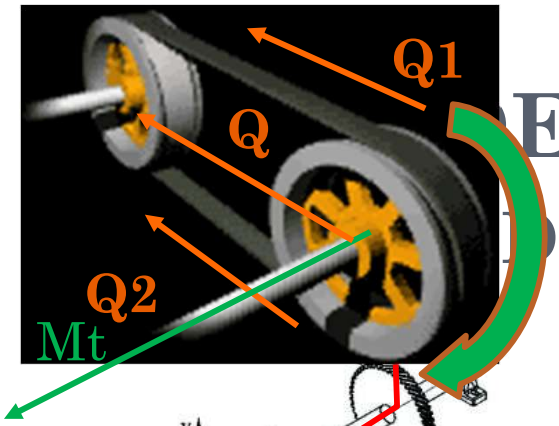


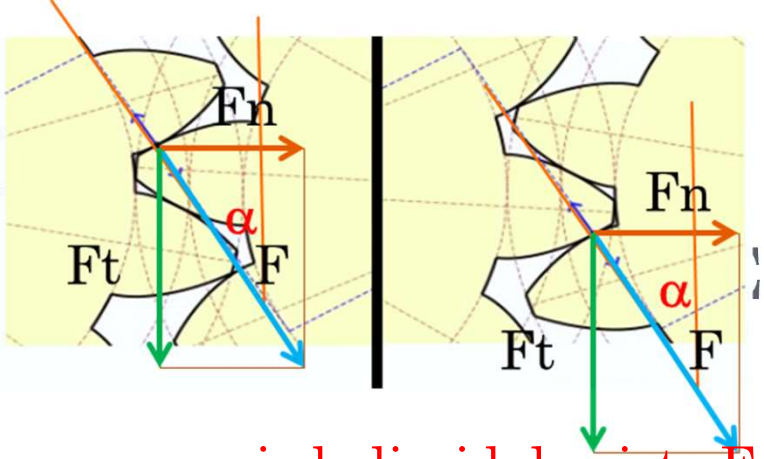
Momento Torsor

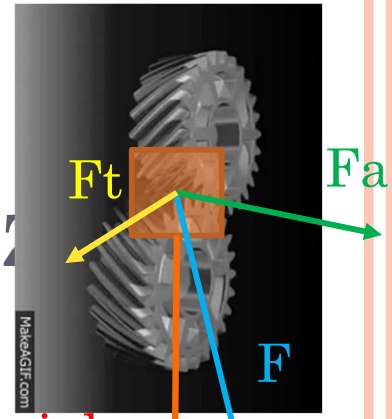
Qy y Qz Descomposición vector Q
En los planos de estudio XY o XZ

UNIVERSIDAD NEBRIJA

E EJ
DE EJ :RZ

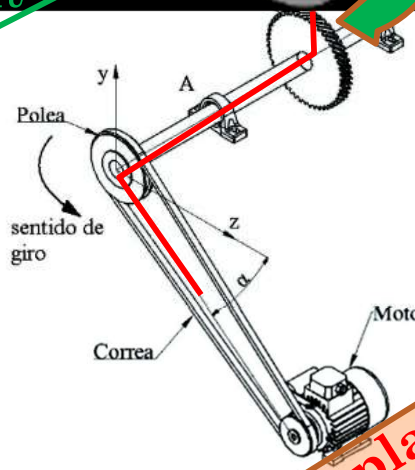




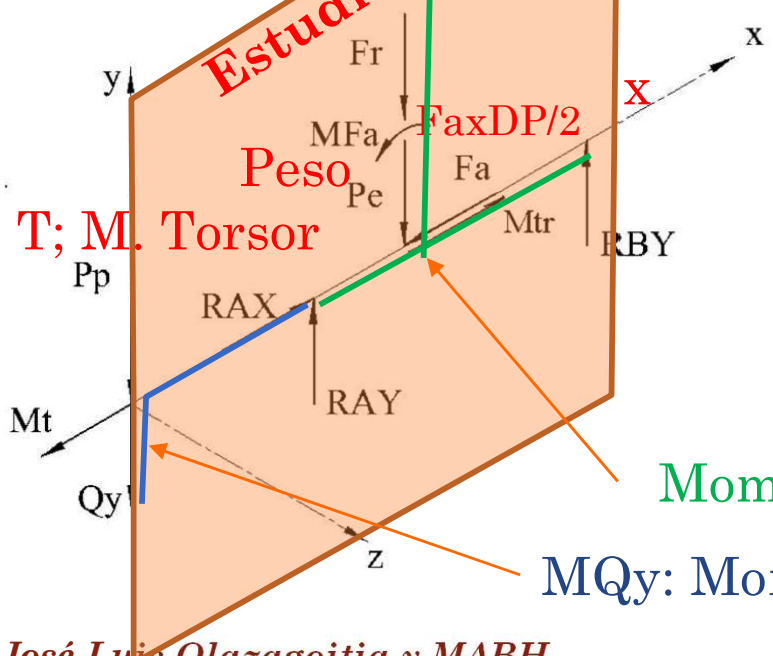


Al ser engranaje helicoidal existe Fa axial

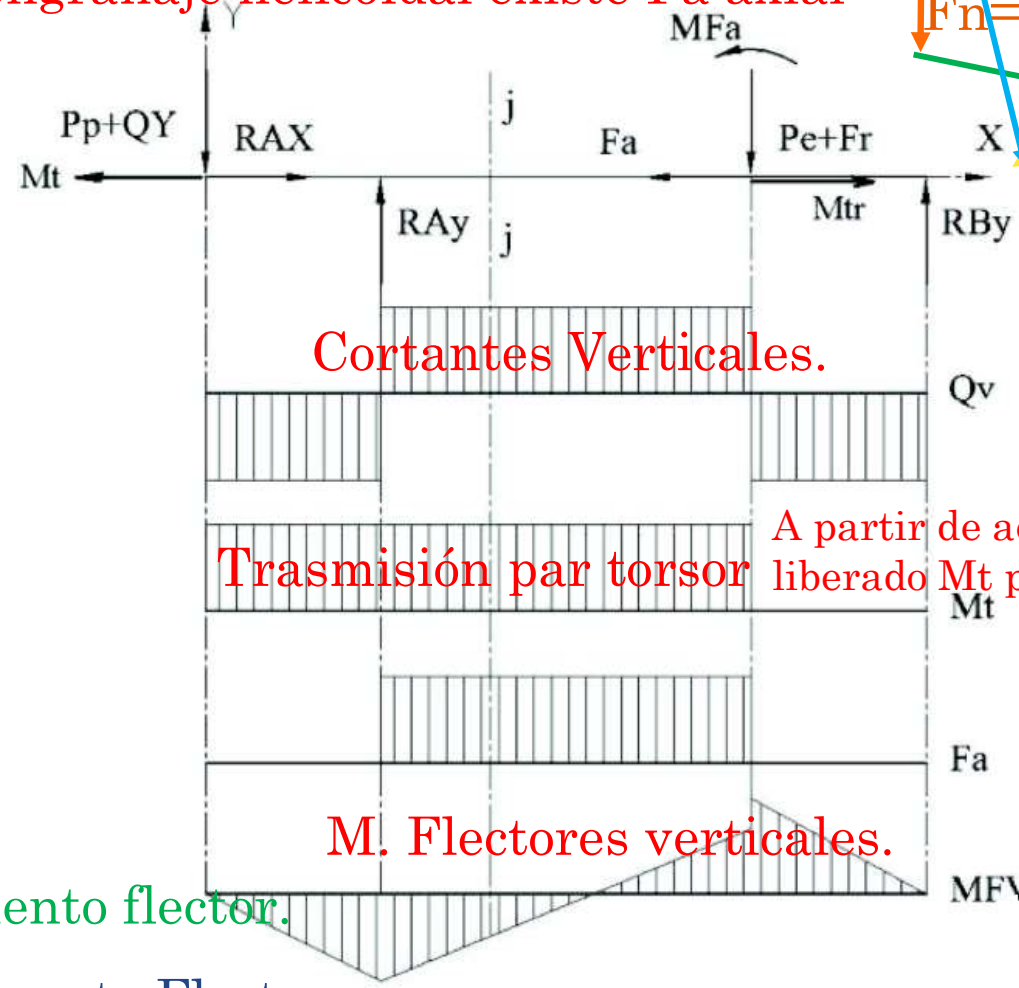
Fn=Fr



Estudio plano xy



Mt: T; M. Torsor



Cortantes Verticales.

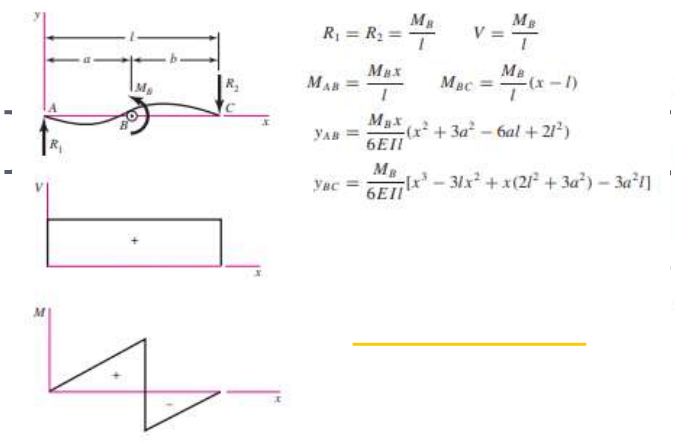
Trasmisión par torsor

A partir de aquí esta liberado Mt por Mtr.

M. Flectores verticales.

Momento flector.

MQy: Momento Flector

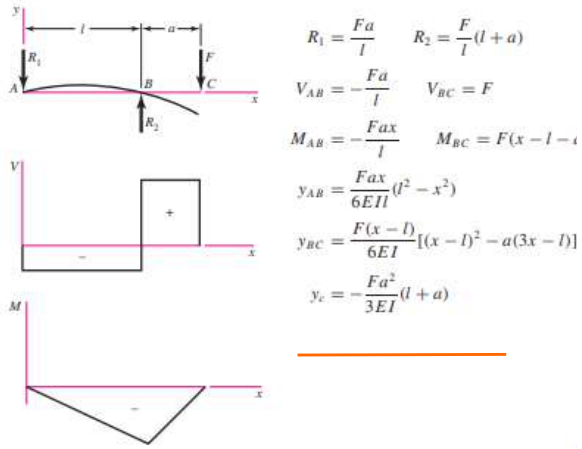


$$R_1 = R_2 = \frac{M_B}{l} \qquad V = \frac{M_B}{l}$$

$$M_{AB} = \frac{M_B x}{l} \qquad M_{BC} = \frac{M_B}{l}(x - l)$$

$$y_{AB} = \frac{M_B x}{6EIl}(x^2 + 3a^2 - 6al + 2l^2)$$

$$y_{BC} = \frac{M_B}{6EIl}[x^3 - 3lx^2 + x(2l^2 + 3a^2) - 3a^2 l]$$



$$R_1 = \frac{Fa}{l} \qquad R_2 = \frac{F}{l}(l + a)$$

$$V_{AB} = -\frac{Fa}{l} \qquad V_{BC} = F$$

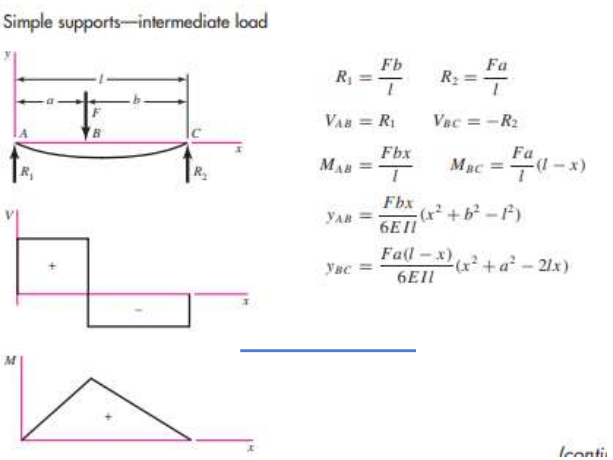
$$M_{AB} = -\frac{Fax}{l} \qquad M_{BC} = F(x - l - a)$$

$$y_{AB} = \frac{Fax}{6EIl}(l^2 - x^2)$$

$$y_{BC} = \frac{F(x - l)}{6EI}[(x - l)^2 - a(3x - l)]$$

$$y_c = -\frac{Fa^2}{3EI}(l + a)$$

6 Simple supports—intermediate load



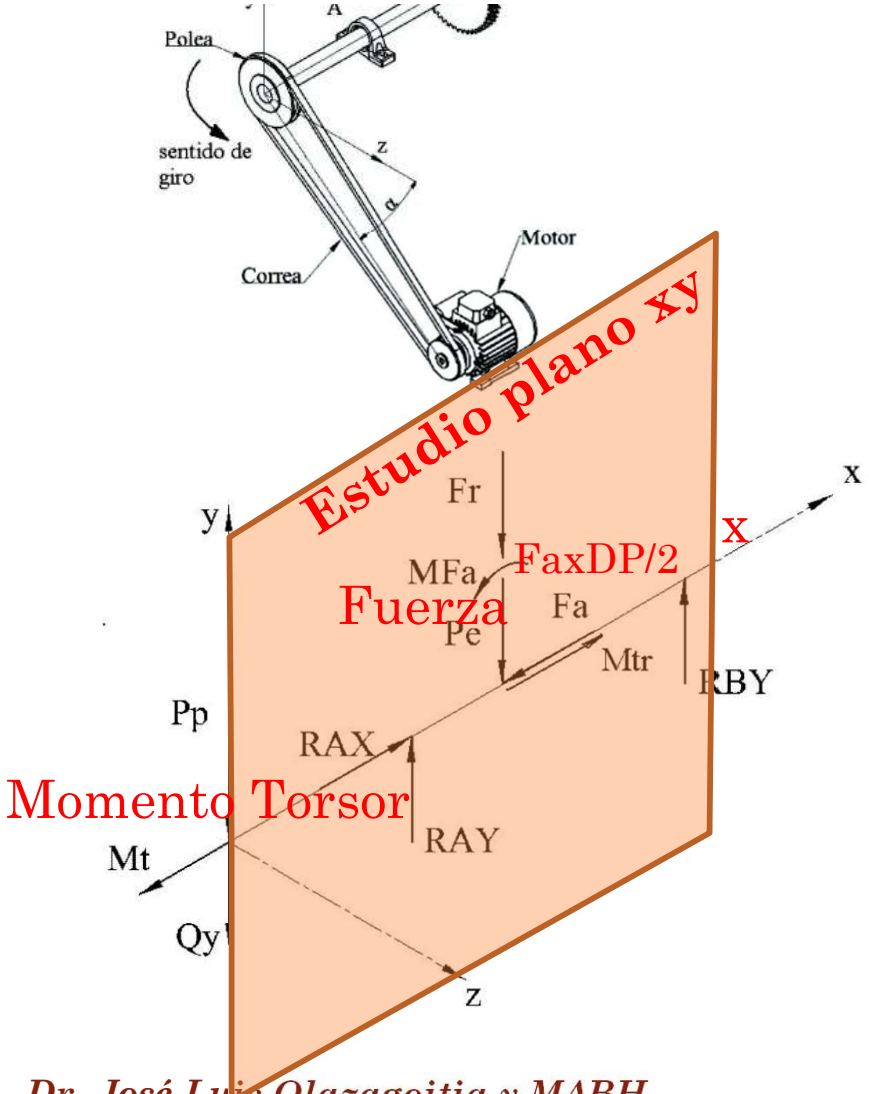
$$R_1 = \frac{Fb}{l} \qquad R_2 = \frac{Fa}{l}$$

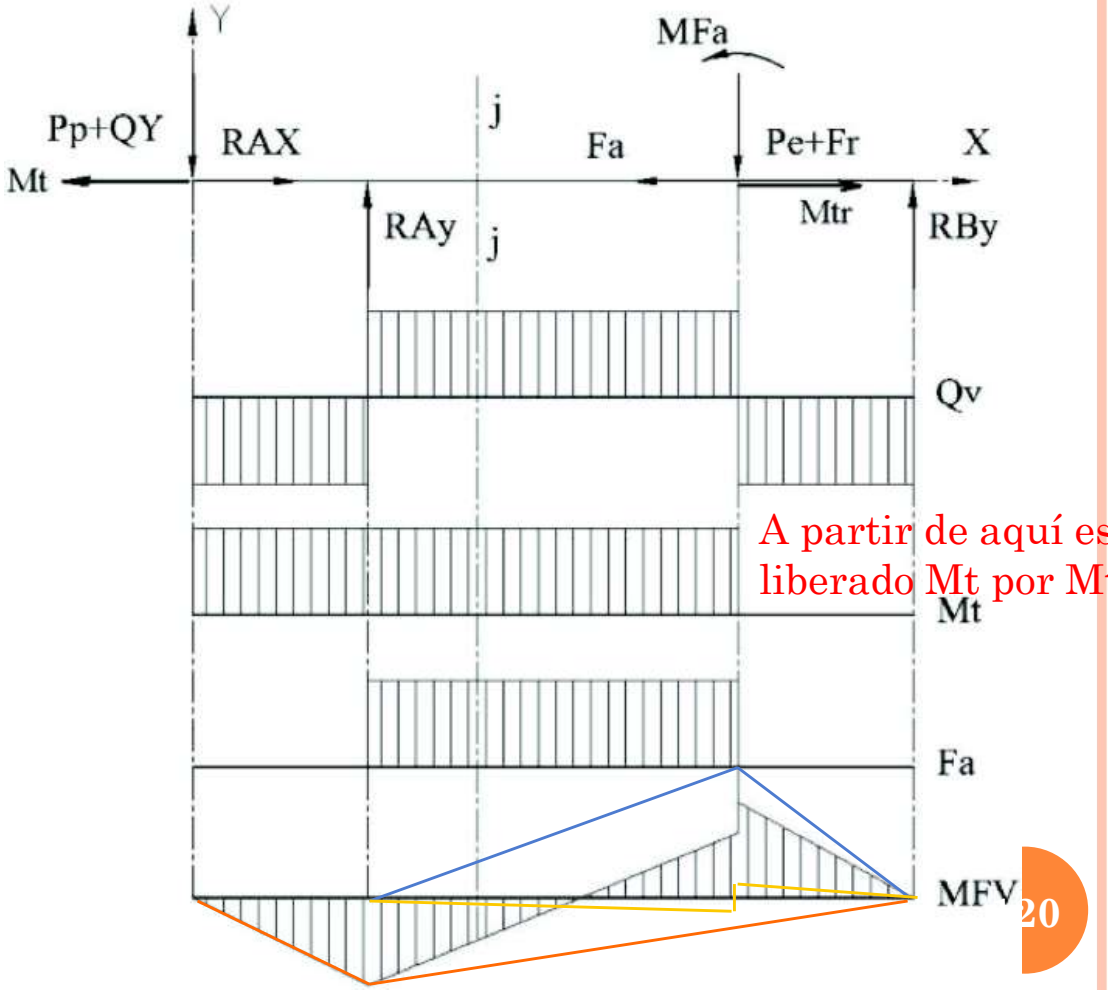
$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

$$M_{AB} = \frac{Fbx}{l} \qquad M_{BC} = \frac{Fa}{l}(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fbx}{6EIl}(x^2 + b^2 - l^2)$$

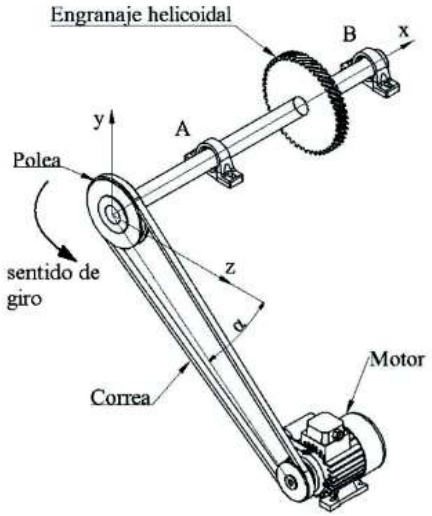
$$y_{BC} = \frac{Fa(l - x)}{6EIl}(x^2 + a^2 - 2lx)$$

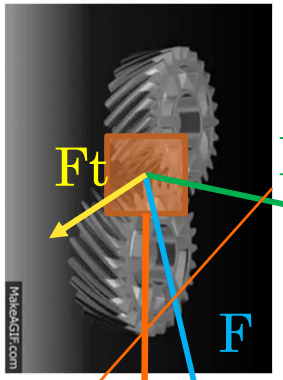


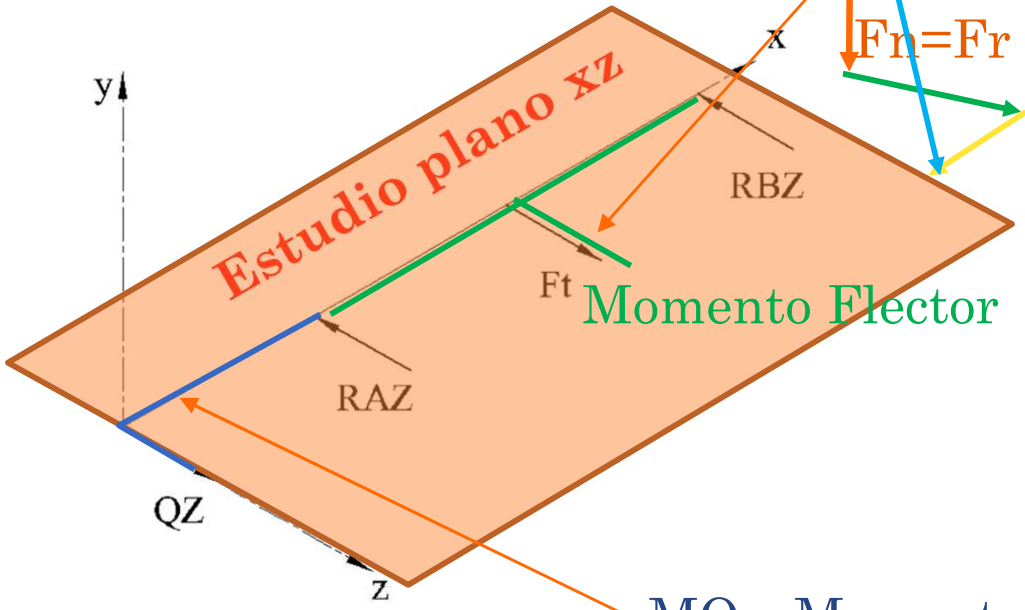


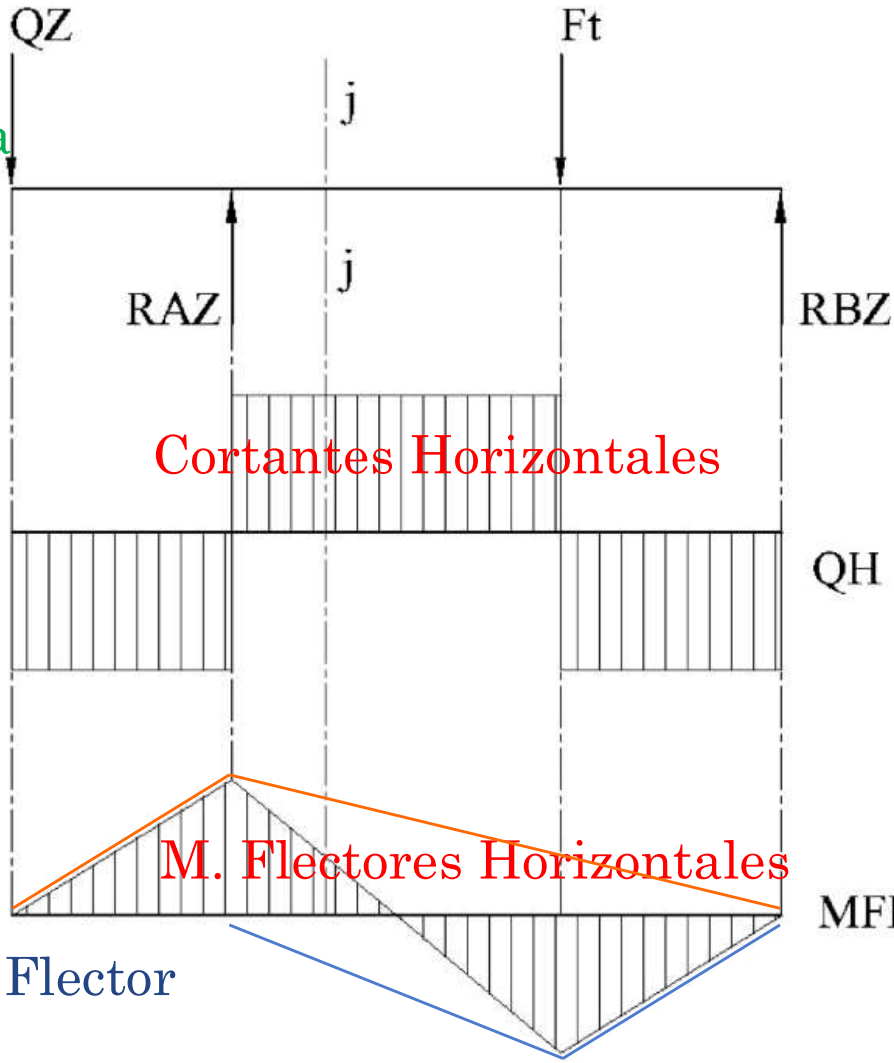
A partir de aquí esta liberado Mt por Mtr.

DISEÑO DE E…
4. DISEÑO DE E…







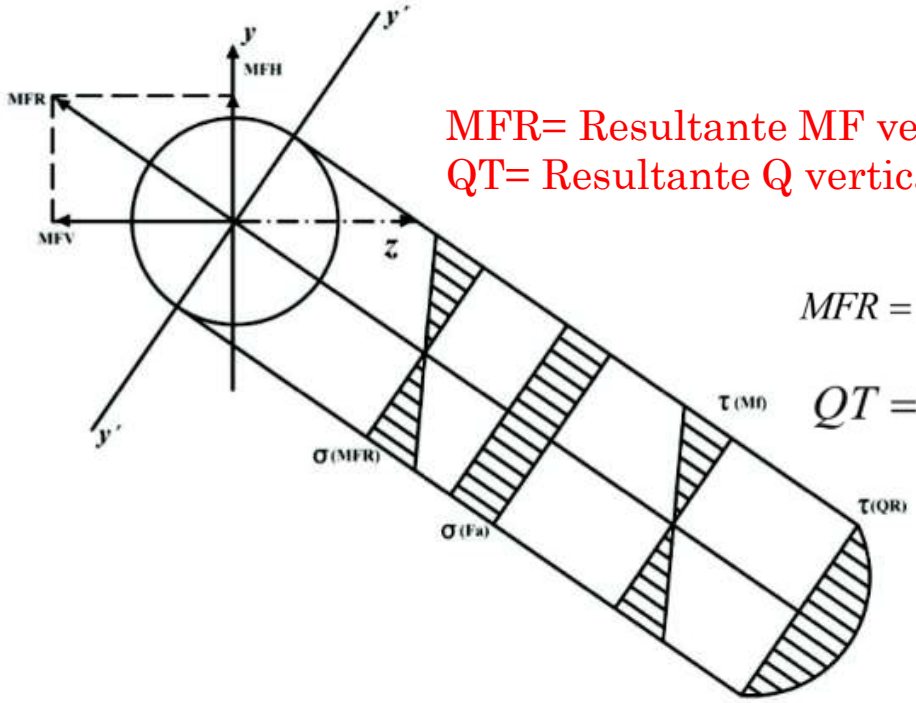


MQz: Momento Flector

Dr. José Luis Olazagoitia y MABH

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

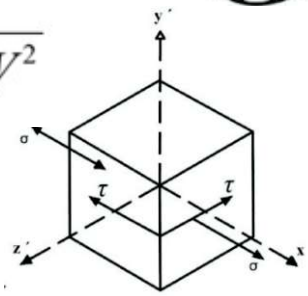
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

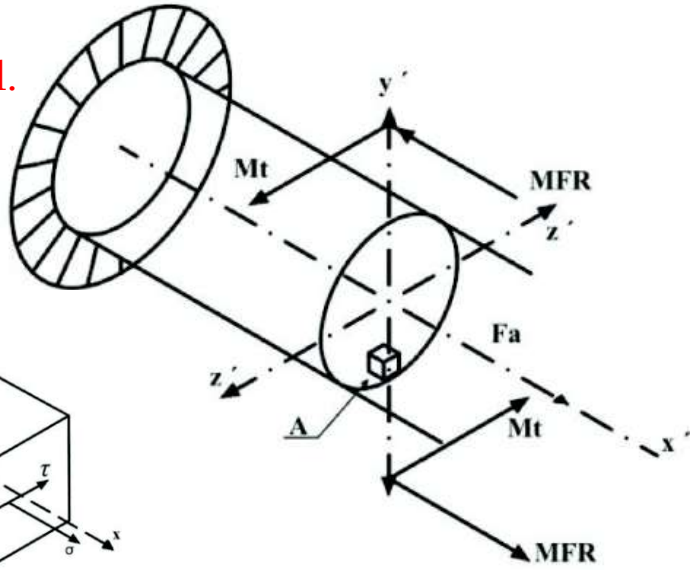


MFR= Resultante MF vertical y MF horizontal.
QT= Resultante Q vertical y Q horizontal.

$$MFR = \sqrt{MFH^2 + MFV^2}$$

$$QT = \sqrt{QH^2 + QV^2}$$





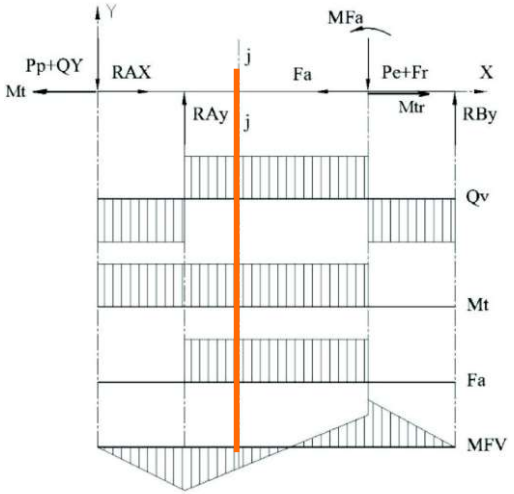
$\sigma = \dfrac{MFR}{W}$ Tensión normal debida al *MFR*.

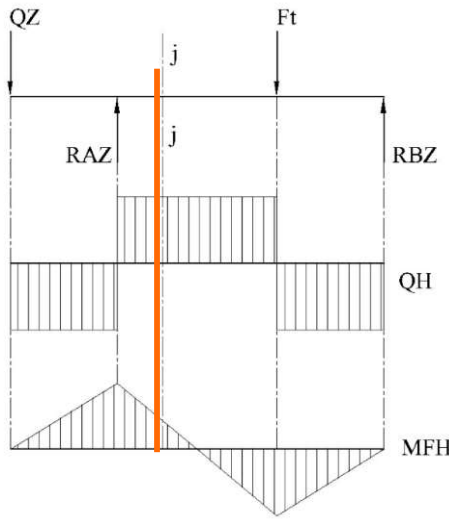
$\sigma = \dfrac{F_a}{S}$ Tensión normal debida a la carga axial.

$\tau = \dfrac{Mt}{W_p}$ Tensión tangencial debida al Momento de torsión.

$\tau = \dfrac{QT}{S}$ Tensión tangencial debida al esfuerzo de corte.

Tensiones en sección j-j





DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **PROBLEMA TIPO:** Diseñar flecha para soportar los elementos de la figura (Norton 4ªEd. Ej. 6-1 y 6-2)

EJEMPLO 6-1

Diseño de ejes para torsión constante y ciclo de flexión invertida

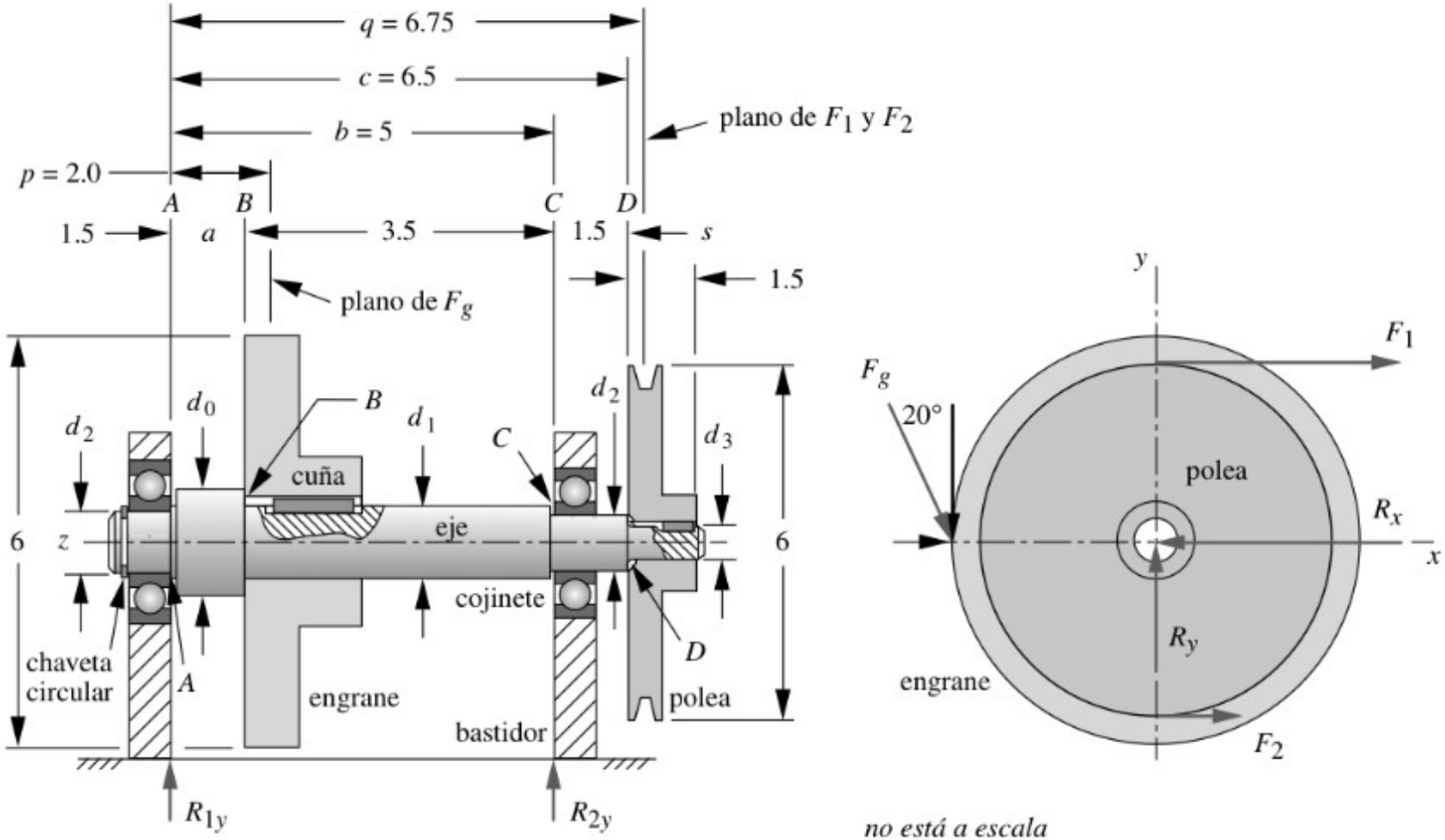
Problema	**Diseñe un eje para sostener los accesorios mostrados en la figura 6-5 con un factor de seguridad mínimo de diseño igual a 2.5.**
Se proporciona	**En la figura 6-5 se muestra un diseño preliminar de la configuración del eje. Debe transmitir 2 hp a 1 725 rpm. El torque y la fuerza sobre el engrane son constantes en el tiempo.**
Suposiciones	**No existen cargas axiales aplicadas. Se usará acero para vida infinita. Suponga un factor de concentración de esfuerzos de 3.5 para los radios de los escalones en flexión, 2 para los radios de los escalones en torsión y 4 en los cuñeros.* Como el torque es constante y el momento de flexión es de ciclo invertido, se debe usar el método ASME de la ecuación 6.6, y se comparará con el método general usando la ecuación 6.8**

Acero: SAE 1020

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

En la figura (ejercicio 6.1 de Norton) se muestra un diseño preliminar de la configuración del eje. Debe transmitir 1491.4 W a 1725 rpm. El par y la fuerza sobre el engrane son constantes en el tiempo. No existen cargas axiales aplicadas. Se usará acero para vida infinita (SAE 1020). Supóngase un factor de concentración de esfuerzos de 3.5 para los radios de los escalones en flexión, 2 para los radios de los escalones en torsión y 4 en los cuñeros. Se empleará el criterio de Soderberg.



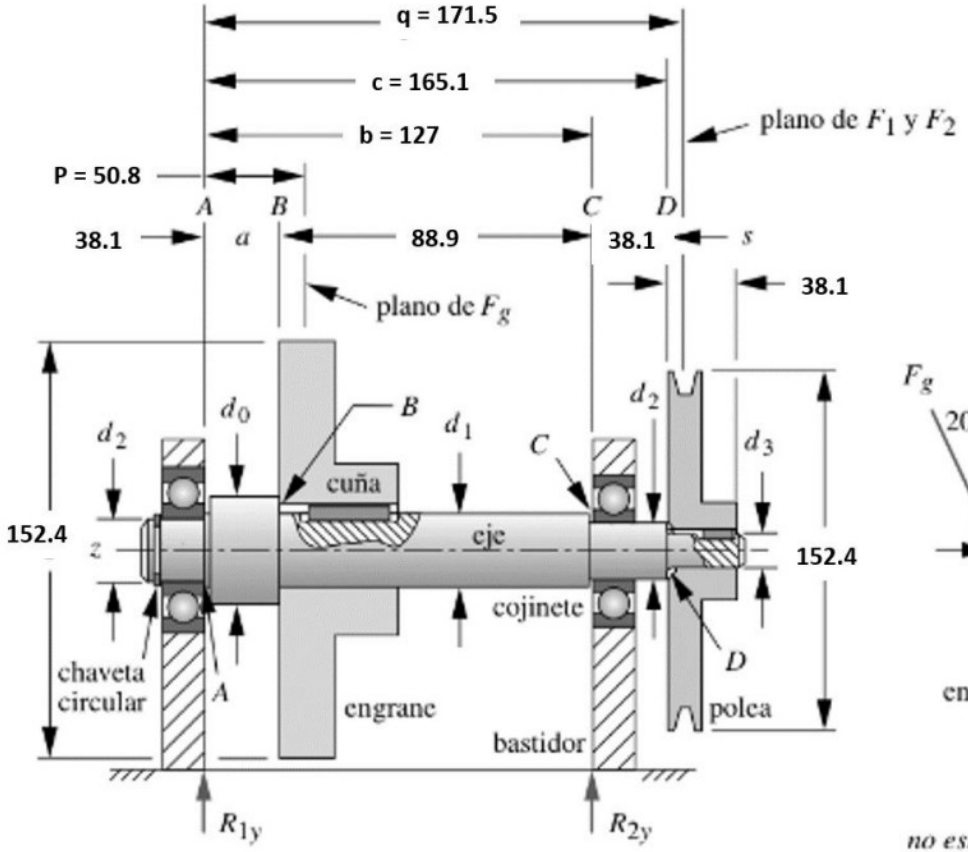
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

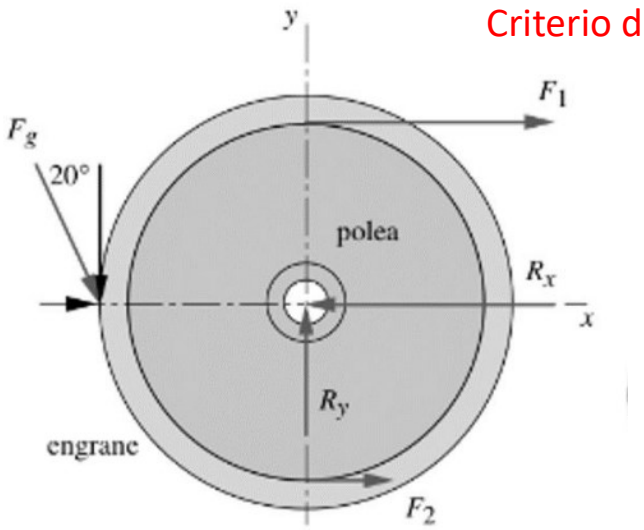
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

En la figura (ejercicio 6.1 de Norton) se muestra un diseño preliminar de la configuración del eje. Debe transmitir 1491.4 W a 1725 rpm. El par y la fuerza sobre el engrane son constantes en el tiempo. No existen cargas axiales aplicadas. Se usará acero para vida infinita (SAE 1020). Supóngase un factor de concentración de esfuerzos de 3.5 para los radios de los escalones en flexión, 2 para los radios de los escalones en torsión y 4 en los cuñeros. Se empleará el criterio de Soderberg.

Eje. P =1491.4 W
w= 1725 rpm.
Engranaje.
No existen cargas axiales aplicadas.
(SAE 1020).
Escalones Kt = 3.5,Kts= 2 y
Chaveteros Kts=4
Criterio de Soderberg.

$$M_m = T_a = 0$$





no está a escala

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

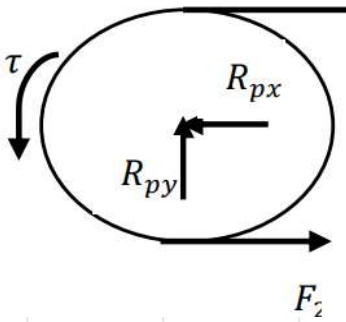
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

Eje. P =1491.4 W
w= 1725 rpm.
Engranaje.
No existen cargas axiales aplicadas.
(SAE 1020).
Escalones Kt = 3.5,Kts= 2 y
Chaveteros Kts=4
Criterio de Soderberg.

$$M_m = T_a = 0$$

$$P = Tw \rightarrow T = \frac{P}{w} = \frac{1491.4}{1725}\frac{60}{2\pi} = 8.26[Nm] \longrightarrow \text{T=Tm= 8,26Nm}$$

Polea:



$$\sum F = 0$$

$$\sum M = 0$$

Suponer que: $\frac{F_1}{F_2} = 5$

$$\left.\begin{array}{c} F_1 + F_2 - R_{px} = 0 \\ F_1 R_p - F_2 R_p = \tau \\ F_1 = 5F_2 \end{array}\right\}$$

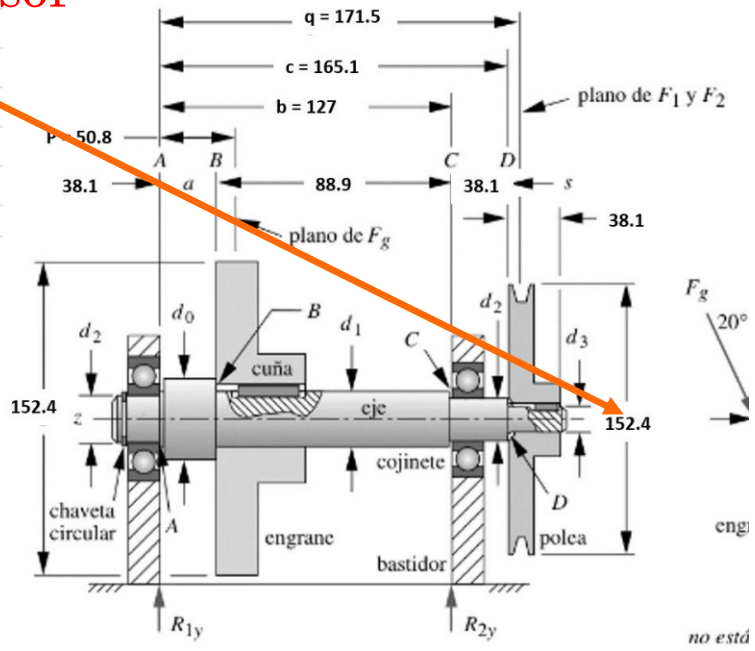
$$F_1 = 135.5\ [N]$$
$$F_2 = 27.1\ [N]$$
$$R_{px} = 162.5\ [N]$$

Hipótesis

T=Tm=tao	8,26	Nm	$Fn = F1 - f2$	Rp=Dp/2=0,1524/2=	0,0762 m
Fuerza neta asociada al par torsor			Fs=F1+F2	Fn=	108,40 N
Fn=F1-F2					
Fuerza del momento flexor			F1=5F2	$Fn = \frac{T}{Rp} = \frac{8{,}26Nm}{0{,}762m/2}$=108,4N	
Fs=F1+F2			Fn=4F2		
Además suponemos			Fs=6F2	F2=Fn/4=	27,10 N
F1=5F2				F1=5F2=	135,50 N
			Fs=3/2Fn=1,5Fn	Fs=6F2=Rpx	162,60 N

Torsor

Flector



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

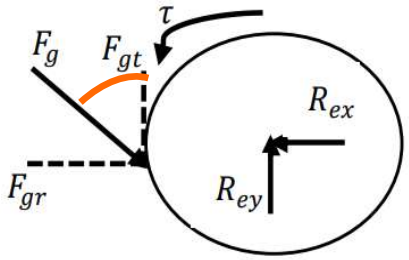
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

$$M_m = T_a = 0$$

T=8,26Nm
Engranaje.
No existen cargas axiales aplicadas.
(SAE 1020).
Escalones Kt = 3.5,Kts= 2 y
Chaveteros Kts=4
Criterio de Soderberg.

Engranaje:

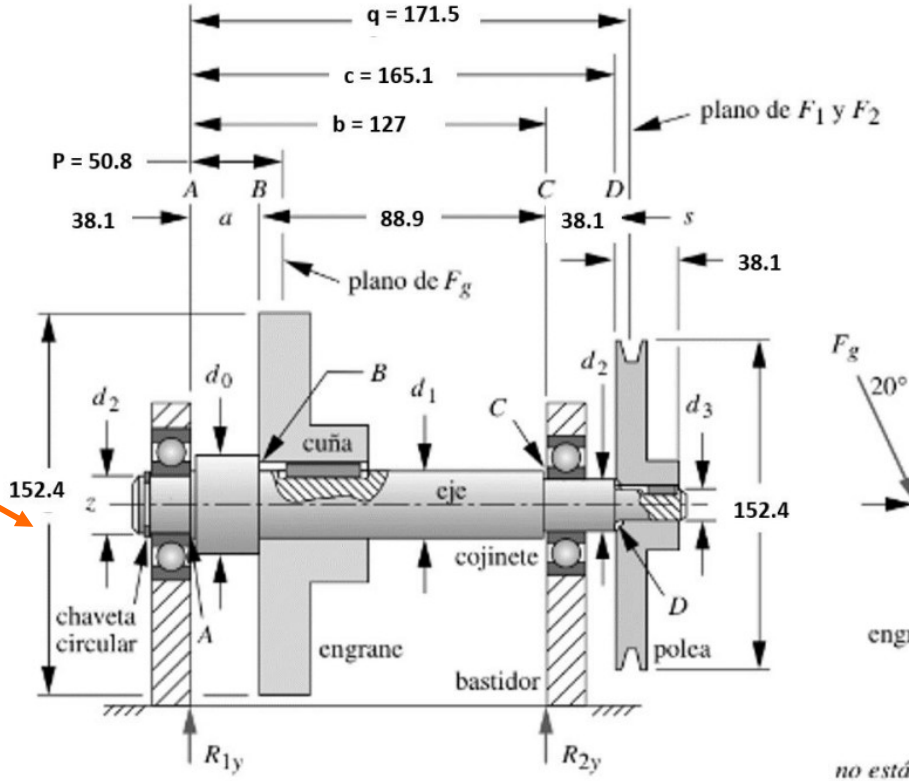
20º Normalizado



T=8,26 N

$$\left.\begin{aligned} F_{gt}R_e &= \tau \\ F_{gr} &= F_{gt}tan20 \\ R_{ey} &= F_{gt} \\ R_{ex} &= F_{gr} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} F_{gt} &= 108.3\ [N] \\ F_{gr} &= 39.4\ [N] \\ R_{ex} &= 39.4\ [N] \\ R_{ey} &= 108.34\ [N] \end{aligned}$$

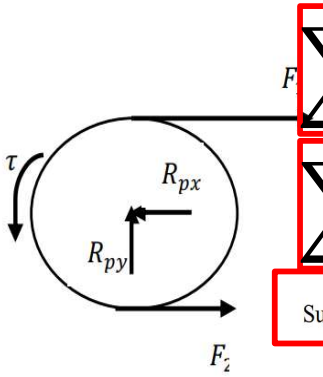
De=	0,1524	m		
Fgt	Re	=	T=tao	
Fgt	0,0762		8,26	Nm
Fgt=	108,40	N		
	Fgt	tg(20)		
Fgr=	108,40	0,363970234	39,45	N
Rey=Fgt=	108,40	N	Torsor	
Rex=Fgr=	39,45	N	Flector	



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

Polea:



$$\sum F = 0 \quad F_1 + F_2 - R_{px} = 0$$

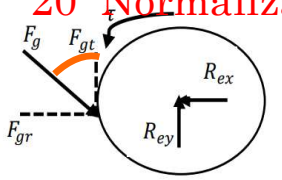
$$\sum M = 0 \quad F_1 R_p - F_2 R_p = \tau \quad F_1 = 5F_2$$

Suponer que: $\frac{F_1}{F_2} = 5$

$$F_1 = 135.5\ [N]$$
$$F_2 = 27.1\ [N]$$
$$R_{px} = 162.5\ [N]$$

Engranaje:

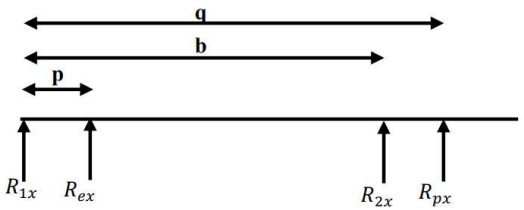
20° Normalizado



T=8,26 N

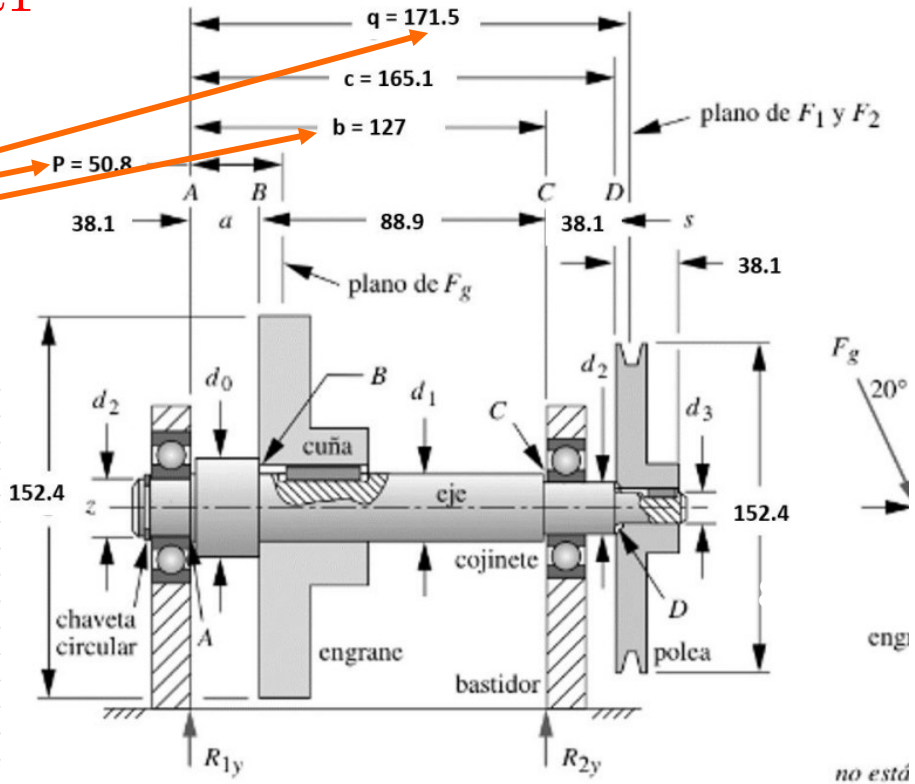
$$F_{gt}R_e = \tau \quad F_{gt} = 108.3\ [N]$$
$$F_{gr} = F_{gt}tan20 \quad F_{gr} = 39.4\ [N]$$
$$R_{ey} = F_{gt} \quad R_{ex} = 39.4\ [N]$$
$$R_{ex} = F_{gr} \quad R_{ey} = 108.34\ [N]$$

Plano XZ



Tomar momentos respecto R1

$$p * R_{ex} + b * R_{2x} + q * R_{px} = 0 \quad R_{2x} = -235.2\ [N$$
$$R_{1x} + R_{ex} + R_{2x} + R_{px} = 0 \quad R_{1x} = 33.2\ [N]$$



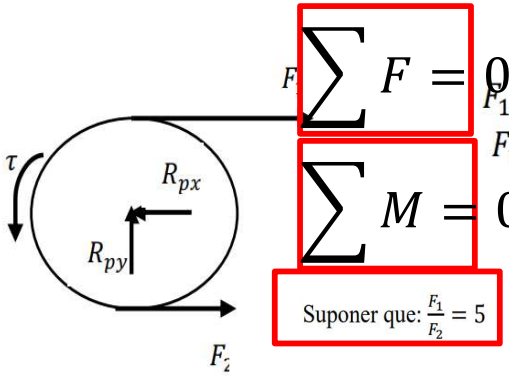
p	b	q									
0,0508	0,127	0,1715	m								
Rey=Fgt=	108,40	N		Fs=6F2=Rpx	162,60	N					
Rex=Fgr=	39,45	N									
p	Rex	+	b	R2x	+	q	Rpx	=			0
0,0508	39,45	+	0,127	R2x	+	0,1715	162,60	=			0
				R2x	=	- 29,89	=	-	235,35	N	
						0,127					
	R1x +	Rex +	R2x +	Rpx	=	0					
	R1x +	39,45	- 235,35	162,60	=	0					
	R1x	=	33,30	N							

no está

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

Polea:



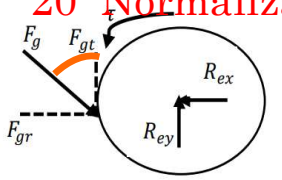
$$\sum F = 0 \quad F_1 + F_2 - R_{px} = 0$$
$$\sum M = 0 \quad F_1 R_p - F_2 R_p = \tau$$
$$F_1 = 5F_2$$

Suponer que: $\frac{F_1}{F_2} = 5$

$$F_1 = 135.5\ [N]$$
$$F_2 = 27.1\ [N]$$
$$R_{px} = 162.5\ [N]$$

Engranaje:

20° Normalizado

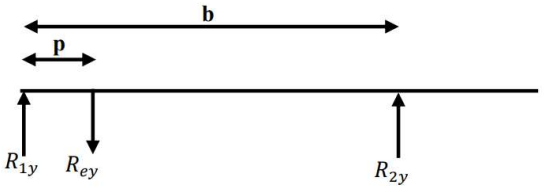


T=8,26 N

$$F_{gt}R_e = \tau \quad F_{gt} = 108.3\ [N]$$
$$F_{gr} = F_{gt}tan20 \quad F_{gr} = 39.4\ [N]$$
$$R_{ey} = F_{gt} \quad R_{ex} = 39.4\ [N]$$
$$R_{ex} = F_{gr} \quad R_{ey} = 108.34\ [N]$$

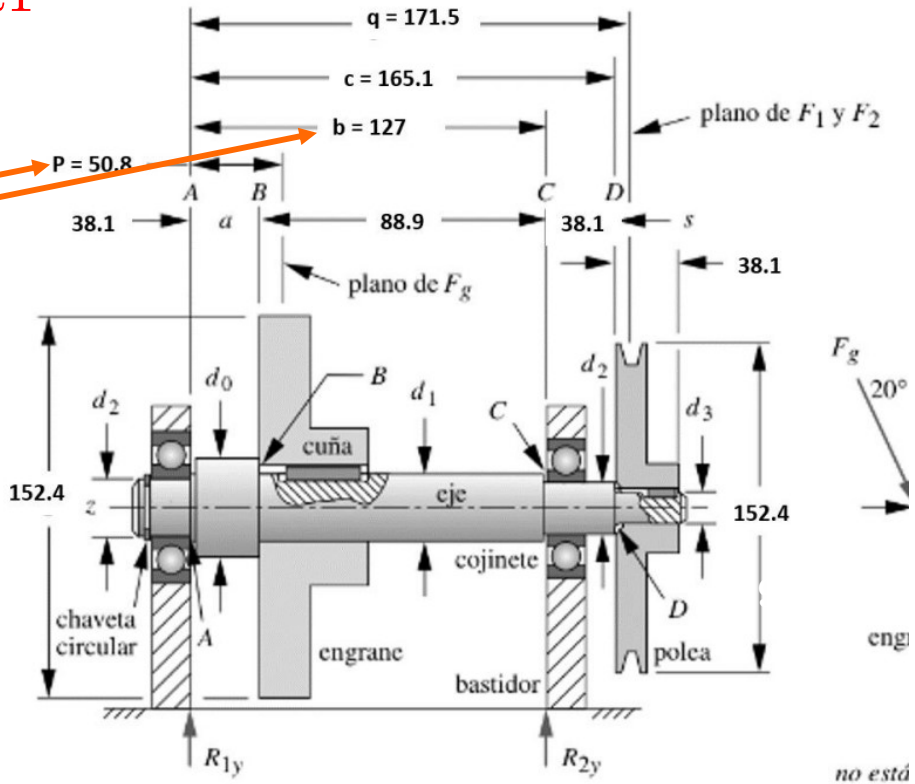
Plano YZ

Tomar momentos respecto R1



$$p * R_{ey} + b * R_{2y} = 0 \quad R_{2y} = 43.336\ [N]$$
$$R_{1y} + R_{ey} + R_{2y} = 0 \quad R_{1y} = 65.01\ [N]$$

p	b								
0,0508	0,127		m						
Rey=Fgt=	- 108,40	N							
p	Rey	+	b	R2y	=	0			
0,0508	- 108,40	+	0,127	R2y	=	0			
				R2y	=	5,51	=	43,36	N
						0,127			
	R1y +	Rey +	R2y +		=	0			
	R1x +	- 108,40	43,36		=	0			
	R1x	=	65,04	N					



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

Diagrama de cortante XZ

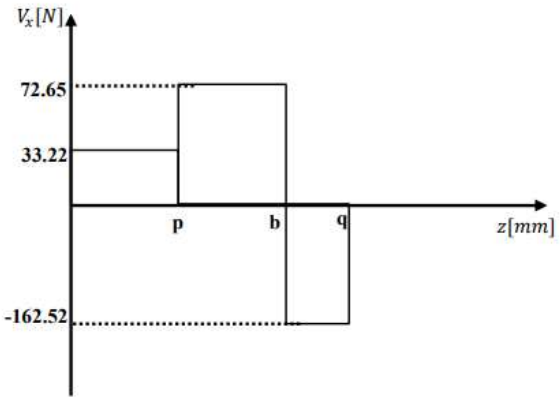
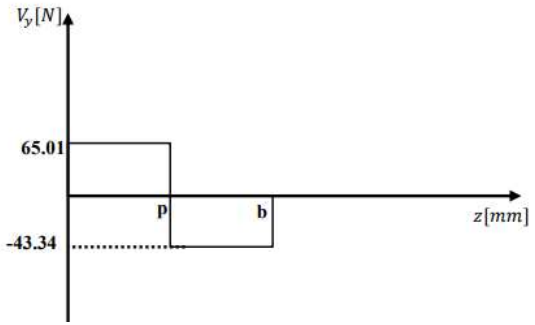


Diagrama de cortante YZ



Sabiendo que: $|M_R| = \sqrt{M_x{}^2 + M_y{}^2}$

Diagrama de momento resultante

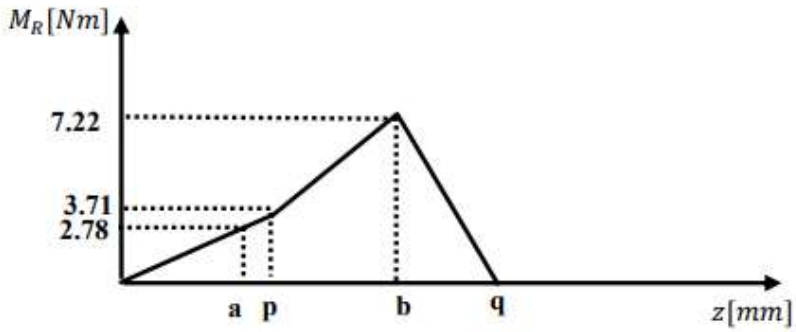


Diagrama de momento XZ

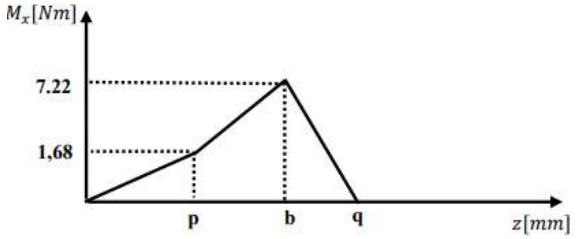
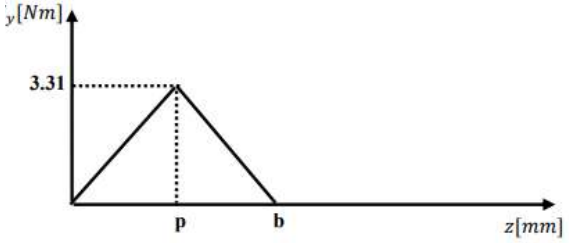
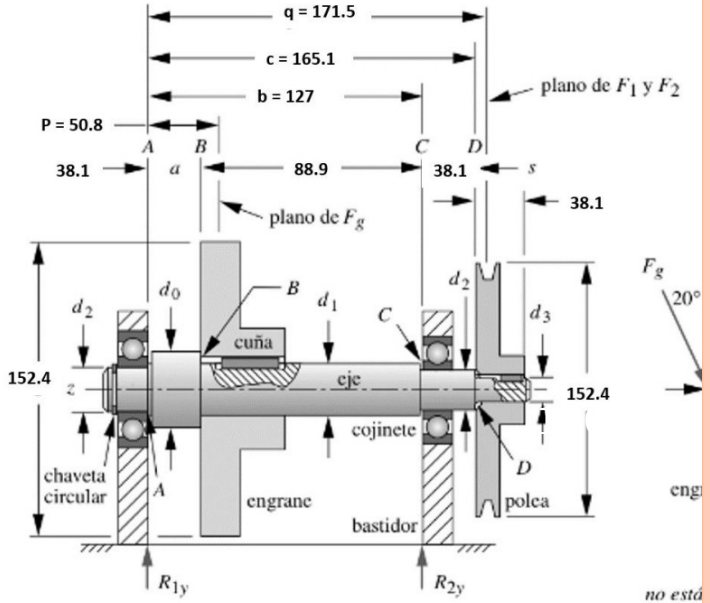


Diagrama de momento YZ





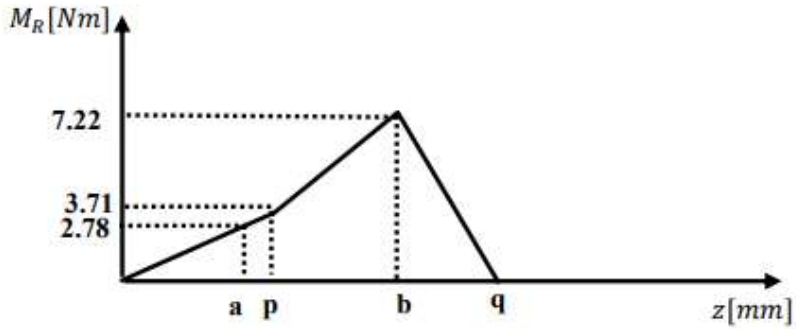
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

1	2	3	4	5
UNS No.	SAE and/or AISI No.	Proces-sing	Tensile Strength, MPa (kpsi)	Yield Strength, MPa (kpsi)
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)
		CD	330 (48)	280 (41)
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)
		CD	370 (53)	300 (44)
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)
		CD	390 (56)	320 (47)
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)
		CD	440 (64)	370 (54)
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)
		CD	470 (68)	390 (57)

Sabiendo que: $|M_R| = \sqrt{M_x{}^2 + M_y{}^2}$

Diagrama de momento resultante



Se intentará primero con un acero barato laminado (rolado) en frío con bajo contenido carbono, como un SAE 1020 con $S_{ut} = 448.16\ [Mpa]$ y $S_y = 262[Mpa]$.

$$S'_e = 0.5S_{ut} = 0.5 * 448.16 = 224.075\ [Mpa]$$

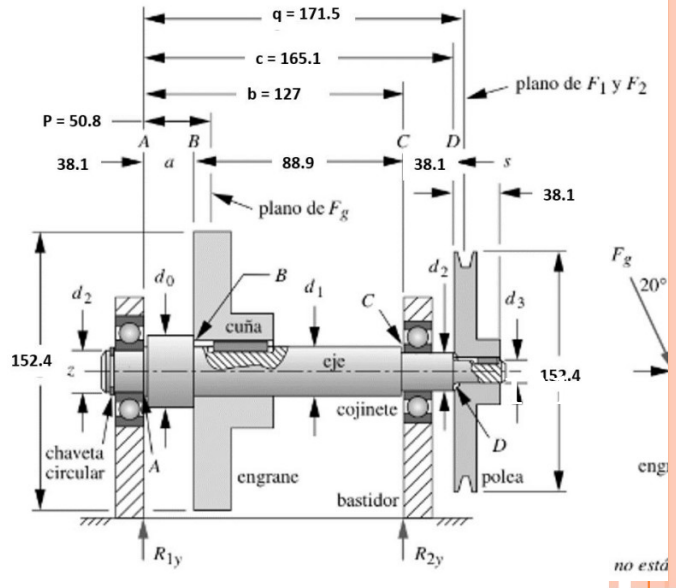
Aplicando la ecuación de Marin:

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e S'_e$$ Sin Kf (q,Kt, Kts)

$$S_e = (0.894)(1)(1)(1)(1)(224.075) = 200.413[Mpa]$$

La carga es flexión y torsión, de modo que $K_c = 1$. Como todavía no se conoce el tamaño de la pieza, temporalmente se supondrá que $K_b = 1$, pero se ajustará más adelante. Se elige K_a para acabado mecanizado. La temperatura no es elevada, de modo que $K_d = 1$, por lo que se supone un 50% de confiabilidad en esta etapa de diseño preliminar con $K_e = 1$.

Suponiendo un radio de la muesca igual a 0.254 mm, con la siguiente ecuación se obtiene la sensibilidad de la muesca:



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

Suponiendo un radio de la muesca igual a 0.254 mm, con la siguiente ecuación se obtiene la sensibilidad de la muesca:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

Se intentará primero con un acero barato laminado (rolado) en frío con bajo contenido carbono, como un SAE 1020 con $S_{ut} = 448.16\ [Mpa]$ y $S_y = 262[Mpa]$.

Para Flexión $\sqrt{a} = 0{,}5$ $q = 0.528$

Para Torsión $\sqrt{a} = 0.37$ $q_s = 0.576$

El factor de concentración de esfuerzos por fatiga e

Para flexión $K_f = 1 + q(K_t - 1) =$

Para torsión $K_{fs} = 1 + q_s(K_t - 1)$

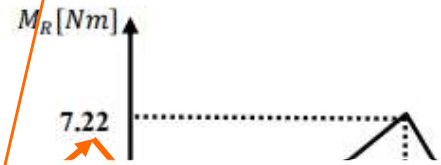
Utilizando la ecuación de Soderberg:

$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\right.\right.$$

$$d = \left(\frac{16(2.5)}{\pi}\left\{\frac{1}{200.41x10^6}\left[4((2.25)(7.22))^2\right]^{1/2} +\right.\right.$$

$$d = 14.66[mm$$

Diagrama de momento resultante



S_u		$\sqrt{a}$			
		Carga axial y flexión		Torsión	
(ksi)	(MPa)	($in^{0.5}$)	($mm^{0.5}$)	($in^{0.5}$)	($mm^{0.5}$)
50	345	0.130	0.66	0.093	0.47
55	380	0.118	0.59	0.087	0.44
60	415	0.108	0.54	0.080	0.40
70	485	0.093	0.47	0.070	0.35
80	550	0.080	0.40	0.062	0.31
90	620	0.070	0.35	0.055	0.28
100	690	0.062	0.31	0.049	0.25
110	760	0.055	0.28	0.044	0.22
120	825	0.049	0.25	0.039	0.20
130	895	0.044	0.22	0.035	0.18
140	965	0.039	0.20	0.031	0.16
160	1100	0.031	0.16	0.024	0.12
180	1240	0.024	0.12	0.018	0.09
200	1380	0.018	0.09	0.013	0.07
220	1515	0.013	0.07	0.009	0.05
240	1655	0.009	0.05		

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

Suponiendo un radio de la muesca igual a 0.254 mm, con la siguiente ecuación se obtiene la sensibilidad de la muesca:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

Para Flexión	$\sqrt{a} = 0{,}5$	$q = 0.528$
Para Torsión	$\sqrt{a} = 0.37$	$q_s = 0.576$

El factor de concentración de esfuerzos por fatiga en el escalón del punto C es:

Para flexión	$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.528(3.5 - 1) = 2.25$
Para torsión	$K_{fs} = 1 + q_s(K_t - 1) = 1 + 0.576(2 - 1) = 1.57$

Utilizando la ecuación de Soderberg:

$$M_m = T_a = 0$$

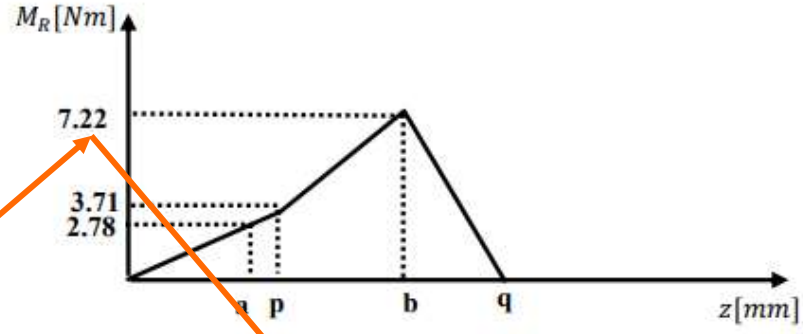
$$d = \left(\frac{16n}{\pi}\left\{\frac{1}{S_e}\left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2\right]^{1/2} + \frac{1}{S_{yt}}\left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

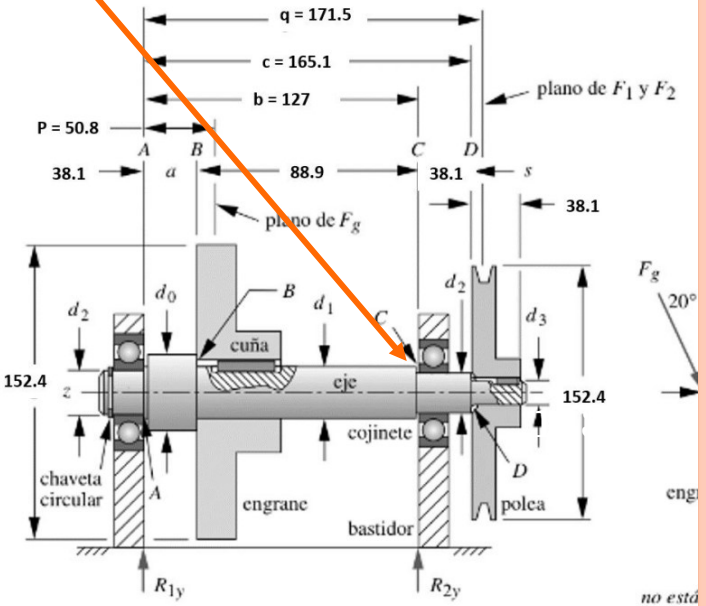
$$d = \left(\frac{16(2.5)}{\pi}\left\{\frac{1}{200.41x10^6}\left[4((2.25)(7.22))^2\right]^{1/2} + \frac{1}{262x10^6}\left[3((1.57)(8.26))^2\right]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

$$d = 14.66[mm]$$

Cte.

Diagrama de momento resultante





DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

En el punto B, debajo del engrane, el momento es menor, pero los factores de concentración de esfuerzo por fatiga son mayores, los cuales son:

Para flexión $K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.528(4 - 1) = 2.58$

Para torsión $K_{fs} = 1 + q_s(K_t - 1) = 1 + 0.576(4 - 1) = 2.73$

Utilizamos nuevamente la ecuación de Soderberg para averiguar el diámetro mínimo:

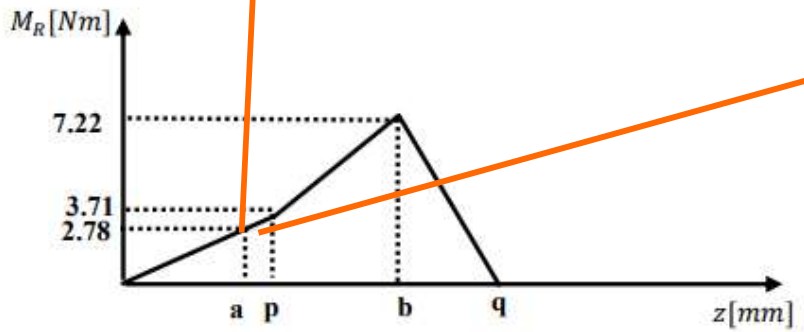
$$d = \left(\frac{16(2.5)}{\pi}\left\{\frac{1}{200.41x10^6}[4((2.58)(2.78))^2]^{1/2} + \frac{1}{262x10^6}[3((2.73)(8.26))^2]^{1/2}\right\}\right)^{1/3}$$

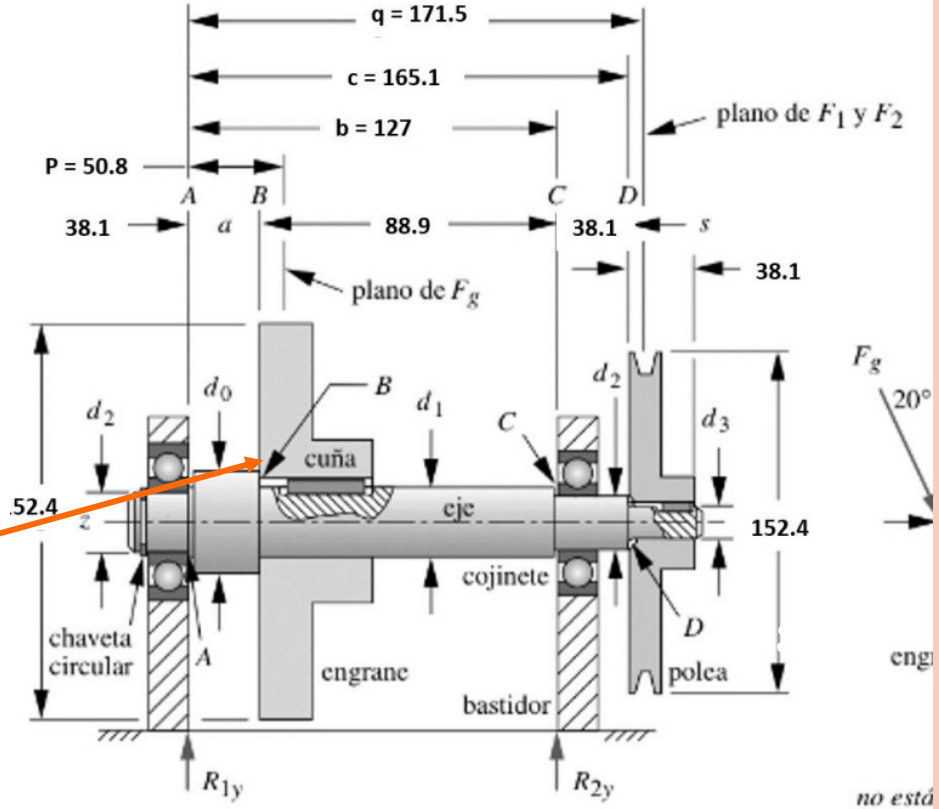
$$\boxed{M_m = T_a = 0}$$

$$d = 14.11[mm]$$

Sabiendo que: $|M_R| = \sqrt{M_x{}^2 + M_y{}^2}$

Diagrama de momento resultante





DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
4. DISEÑO DE EJES PARA EL ESFUERZO

- **PROBLEMA TIPO:** Diseñar flecha para soportar los elementos de la figura (Norton 4ªEd. Ej. 6-1 y 6-2)

EJEMPLO 6-2

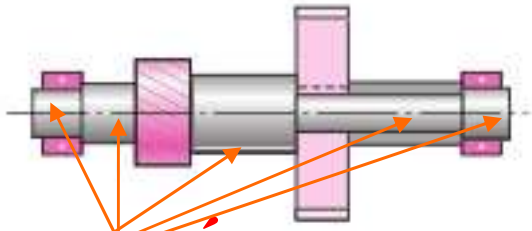
Diseño de un eje para torsión repetida con flexión repetida

Problema	**Diseñe un eje para soportar los accesorios mostrados en la figura 6-5 (p. 423) con un factor de seguridad de diseño mínimo de 2.5.**
Se proporciona	**El torque y el momento sobre el eje son variables con el tiempo y en modo repetido, es decir, sus componentes alternante y media son de igual magnitud. Las componentes alternante y media del torque son ambas de 73 lb-in, lo que hace que el torque pico sea del doble del valor medio del ejemplo 6-1. Las componentes media y alternante de momento son iguales en magnitud. La figura 6-9 muestra el momento pico y el torque pico, los cuales son dos veces el valor de sus contrapartes de ciclo invertido de la figura 6-5 y del ejemplo 6-1, debido a la presencia del momento medio.**
Suposiciones	**No hay cargas axiales aplicadas. Se usará acero para vida infinita. Suponga un factor de concentración de esfuerzos de 3.5 para los radios del escalón en flexión, 2 para los radios del escalón en torsión y 4 en los cuñeros. Como la carga torsional no es constante y el momento de flexión no es de ciclo invertido, no se debe utilizar el método ASME de la ecuación 6.6 (p. 420).**

Acero: SAE 1020

Deformación problemas de geometría
por contactos con otros elementos.

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES



5. CONSIDERACIONES SOBRE DEFLEXIÓN

- Cualquier análisis de deflexión requiere info completa de la geometría de todo el eje.
- Antes de un análisis de este tipo es deseable diseñar las ubicaciones críticas para manejar los esfuerzos, y encontrar estimaciones razonables en las otras dimensiones.
- La deflexión de un eje debe verificarse en engranes y cojinetes. La deflexión permisibles dependen de muchos factores. Consultar los catálogos como guía.
- En un eje escalonado, las propiedades de la sección transversal cambian a lo largo del eje en cada escalón, lo que aumenta la complejidad de la integración, debido a que tanto M como I varían.
- Por fortuna sólo es necesario incluir las dimensiones geométricas gruesas ya que los factores locales (filetes, ranuras, etc.) no tienen mucho efecto en la deflexión.
- El análisis de deflexión es directo pero tedioso cuando hay muchos puntos de interés. Software. FEA o programas de cálculo de vigas (p.e. Letsconstruct)

Finite element análisis:
MEF Método de elementos finitos.
ANSYS-NASTRAN PATRAN- ABAQUS
Elementos barra Esfuerzos en su dirección.
Elementos viga Momentos torsores y flectores.

finite element analysis

UNIVERSIDAD NEBRIJA

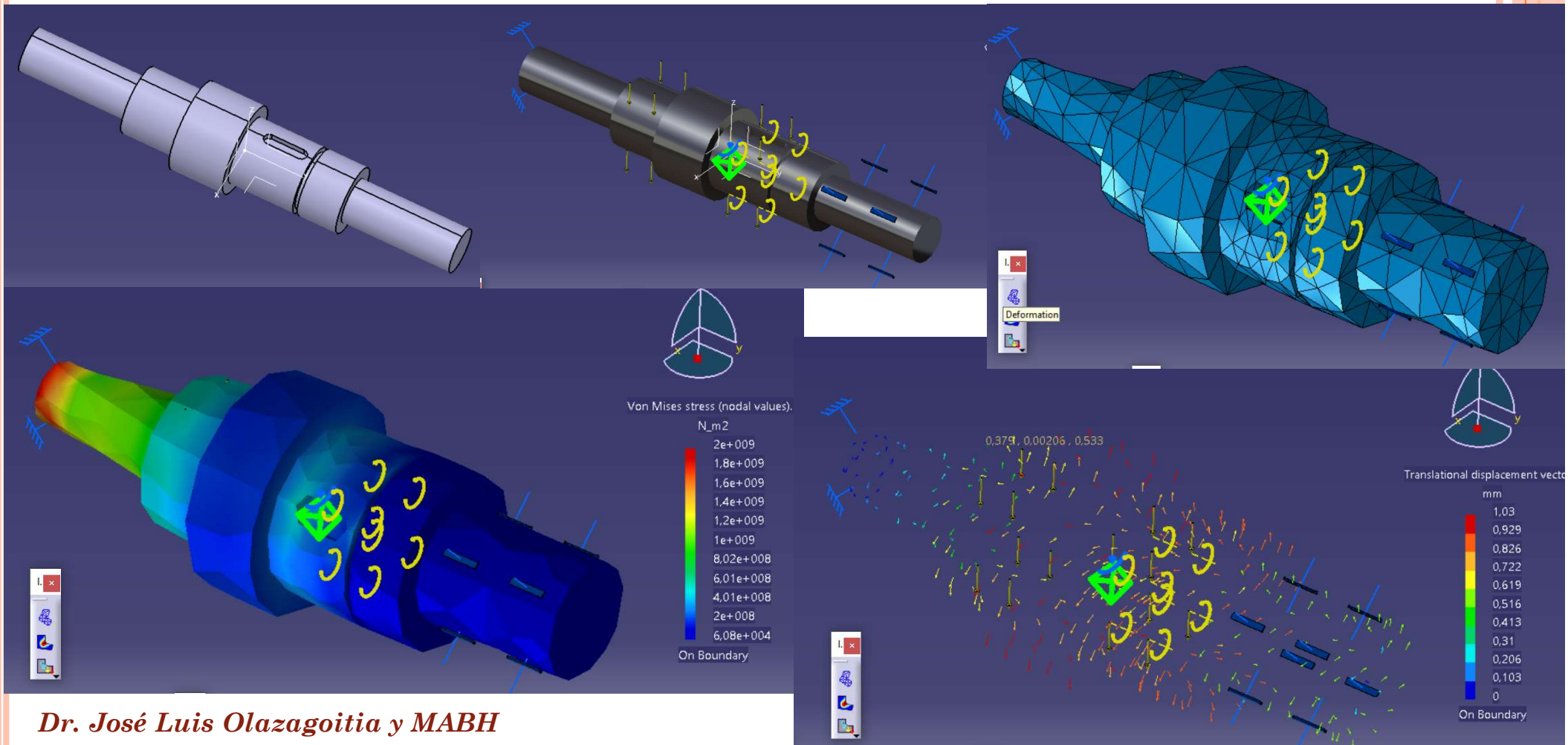
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

geometria por contactos con otros elementos.

5. CONSIDERACIONES SOBRE DEFLEXIÓN

- En un eje escalonado, las propiedades de la sección transversal cambian a lo largo del eje en cada escalón, lo que aumenta la complejidad de la integración, debido a que tanto M como I varían.
- Por fortuna sólo es necesario incluir las dimensiones geométricas gruesas ya que los factores locales (filetes, ranuras, etc.) no tienen mucho efecto en la deflexión.
- Software. FEA o programas de cálculo de vigas (p.e. Letsconstruct)

INFORME.



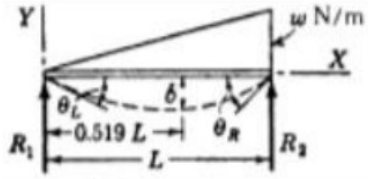
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

5. CONSIDERACIONES SOBRE DEFLEXIÓN

- Una vez se tiene la deflexión en varios puntos, si cualquier valor es mayor que la deflexión permisible en alguno de ellos, se puede encontrar un nuevo diámetro a partir de:

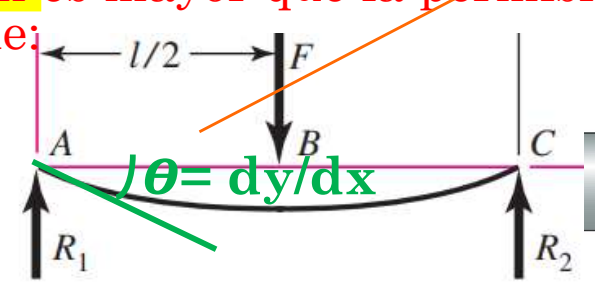
Aproximación para corregir diámetro

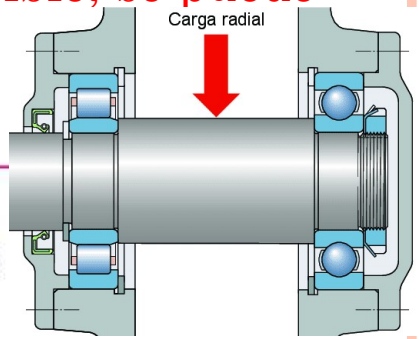
$$d_{nuevo} = d_{anterior}\left|\frac{n_d\, y_{anterior}}{y_{perm}}\right|^{1/4}$$

TIPO DE CARGA	MOMENTO MAXIMO	PRENDIENTE EN EL EXTREMO
	$M = \frac{wL^2}{9\sqrt{3}} = \frac{2WL}{9\sqrt{3}}$	$\theta_L = \frac{7wL^3}{360EI}$ $\theta_R = \frac{8wL^3}{360EI}$

- Donde y_{perm} es la deflexión permisible y n_d es el factor de diseño.
- De igual manera, si alguna inclinación es mayor que la permisible, se puede calcular un nuevo diámetro a partir de:

$$d_{nuevo} = d_{anterior}\left|\frac{n_d\left(dy/dx\right)_{anterior}}{pendiente_{perm}}\right|^{1/4}$$

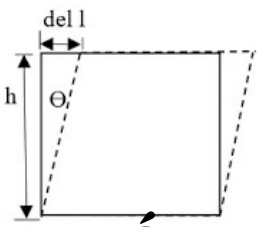




- Como resultado de todos estos cálculos, determinar la relación $d_{nuevo}/d_{anterior}$ más grande y multiplicar todos los diámetros por esta relación.
- Así se pueden completar las deflexiones sólo una vez y todas las restricciones (menos una) pueden hacerse holgada.
- Además, todos los diámetros se identifican sin tener que volver a trabajar cada deflexión

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

5. CONSIDERACIONES SOBRE DEFLEXIÓN



- El cortante transversal V de una sección de una viga sometida a flexión impone una distorsión cortante.
- La deflexión por cortante suele ser menor que la de flexión y rara vez se evalúa.
- Sin embargo, **en ejes cortos**, con relación longitud a diámetro <10 la componente cortante de la deflexión transversal merece atención.

l/d<10

- Para un eje escalonado, con longitud individual de cilindro l_i y par de torsión T_i, la deflexión angular puede estimarse mediante.

Par importante,
Deformación por torsión,
Deflexión por torsión.

$$\boldsymbol{\theta} = \sum \boldsymbol{\theta}_i = \frac{T_i l_i}{G_i J_i}$$

$$G = \frac{E}{1+\mu}$$

Modulo de Elasticidad
Modulo de Poisson
Modulo Cizalladura

- O para un par de torsión constante en todo el material homogéneo…

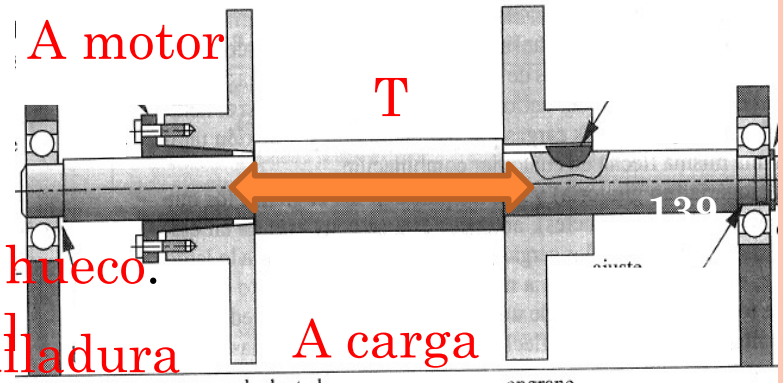
Deformación angular en un eje.

$$\theta = \frac{T}{G}\sum \frac{l_i}{J_i} \qquad \boldsymbol{\theta} = \frac{32LT}{G\pi d^4}$$

- Esto es sólo una estimación.

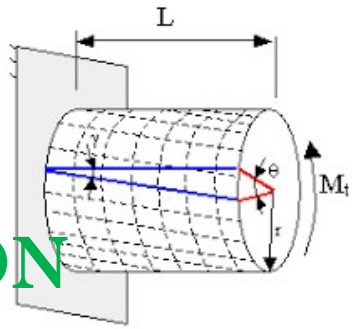
Sensible. Ej eje hueco.

Modulo de Cizalladura



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

5. CONSIDERACIONES SOBRE DEFLEXIÓN



- Para un eje escalonado, con longitud individual de cilindro l_i y par de torsión T_i, la deflexión angular puede estimarse mediante.

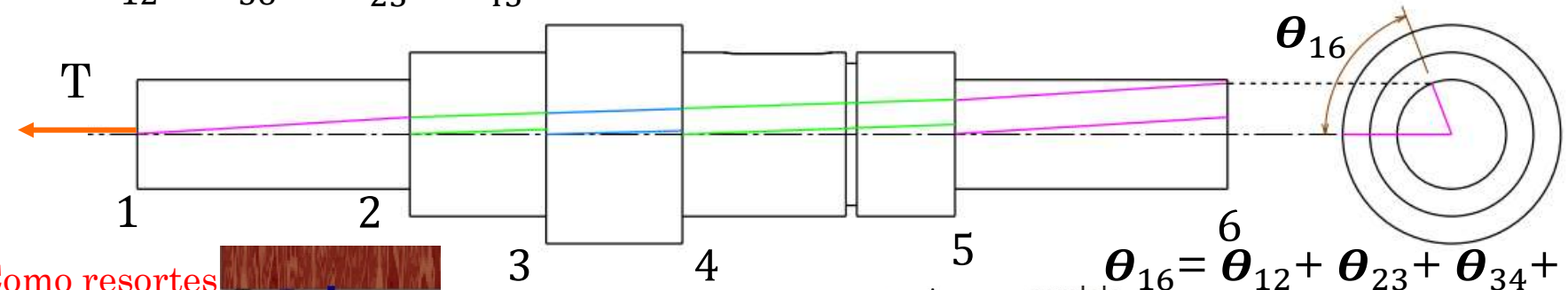
$$\boldsymbol{\theta} = \sum \boldsymbol{\theta}_i = \frac{T_i l_i}{G_i J_i} \qquad \theta = \frac{T}{G}\sum \frac{l_i}{J_i}$$

Cte. A lo largo de la sección

Cte. Mismo material

$$\boldsymbol{\theta} = \frac{32LT}{G\pi d^4}$$

$\boldsymbol{\theta}_{12} = \boldsymbol{\theta}_{56}$ $\quad \boldsymbol{\theta}_{23} \approx \boldsymbol{\theta}_{45}$ $\quad \boldsymbol{\theta}_{12} = \boldsymbol{\theta}_{56} > \boldsymbol{\theta}_{45} > \boldsymbol{\theta}_{23} > \boldsymbol{\theta}_{34}$



$$\boldsymbol{\theta}_{16} = \boldsymbol{\theta}_{12} + \boldsymbol{\theta}_{23} + \boldsymbol{\theta}_{34} + \boldsymbol{\theta}_{45} + \boldsymbol{\theta}_{56}$$

Como resortes en serie que comparten la fuerza.

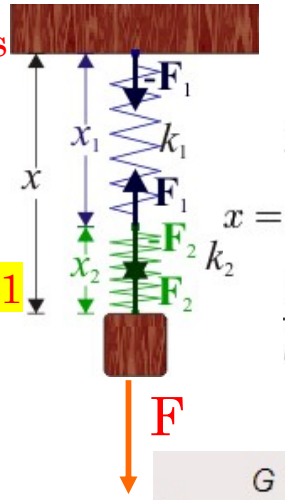
F=kx; x=F/k

k1>k2→x2>x1

x→$\boldsymbol{\theta}$

F→T

K→GJ/l

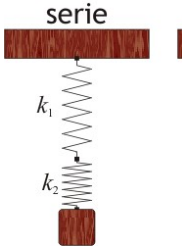


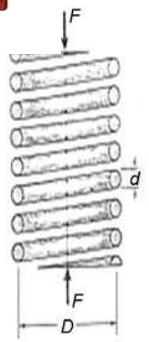
$$x_1 + x_2 = x$$

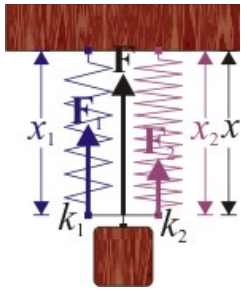
$$F_1 = F_2 = F$$

$$x = x_1 + x_2 = -\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) F$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$







Solo para recordar

$$x_1 = x_2 = x$$

$$F = F_1 + F_2$$

$$F = -(k_1 + k_2)x$$

$$k = k_1 + k_2$$

$$K = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot N_a}$$

G	es el módulo de cizalladura del alambre del muelle
D	es el diámetro de la espira del muelle
d	es el diámetro del alambre
N_a	es el número de espiras activas del muelle.

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

5. CONSIDERACIONES SOBRE DEFLEXIÓN

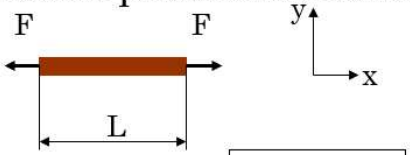
- Para el par de torsión constante, si se define la rigidez torsional como $k_i = T_i / \theta_i$, se deduce que la rigidez del eje k en términos de rigideces de segmentos es:

$$\frac{1}{k} = \sum \frac{1}{k_i} \qquad \boldsymbol{\theta}_i = \frac{T_i l_i}{G_i J_i} \qquad k_i = \frac{T_i}{\theta_i} = \frac{T_i}{\frac{T_i l_i}{G_i J_i}} = \frac{G_i J_i}{l_i}$$

- Rigidez
  - Relación entre fuerza y desplazamiento.

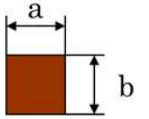
$$K = \frac{F}{u}$$ Unidades: [N/m]

- Barra prismática sometida a tracción.



$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$$

Sección transversal



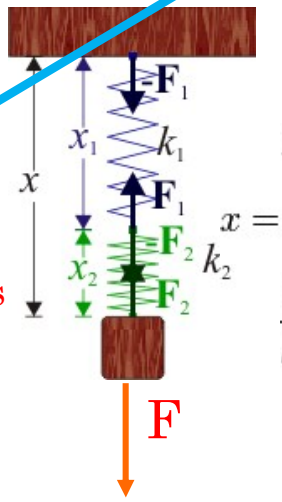
$$A = a \cdot b$$

$$K = \frac{F}{\Delta L} \qquad \varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L}$$

$$F = \sigma_x \cdot A \qquad \Delta L = \varepsilon_x \cdot L$$

$$K = \frac{\sigma_x \cdot A}{\varepsilon_x \cdot L} = \frac{E \cdot A}{L}$$

Rigidez de la barra



$$x_1 + x_2 = x$$

$$F_1 = F_2 = F$$

$$x = x_1 + x_2 = -\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) F$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

Como resortes en serie que comparten la fuerza.

F=kx; x=F/k

k1>k2→x2>x1

x→$\boldsymbol{\theta}$

F→T

K→GJ/l

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

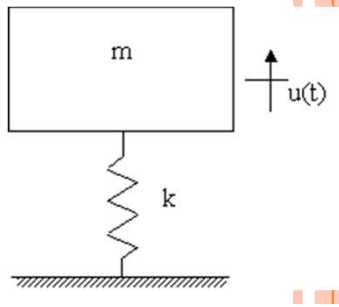
- Los elementos de máquinas están fabricados de materiales elásticos y, por tanto, actúan como resortes (**almacenando energía potencial elástica**).
- Todos estos elementos tienen masa, por lo que almacenarán **energía cinética** cuando adquieren velocidad.
- Cuando un sistema dinámico **vibra** existe una **transferencia repetida de energía cinética a potencial**.
- Las flechas o árboles cumplen estas condiciones:
  - Giran a gran velocidad
  - Se flexionan
  - Se torsionan

Frecuencia natural en sistemas mecanicos.

- **Frecuencia cíclica** es igual al número de ciclos (oscilaciones, revoluciones) en 2π segundos. **La frecuencia se mide en rad/s para el SI. Pero un Hz es número de ciclos en un segundo por lo que la frecuencia en Hercios sería.**

$$f(Hz) = \frac{\omega}{2\pi}$$

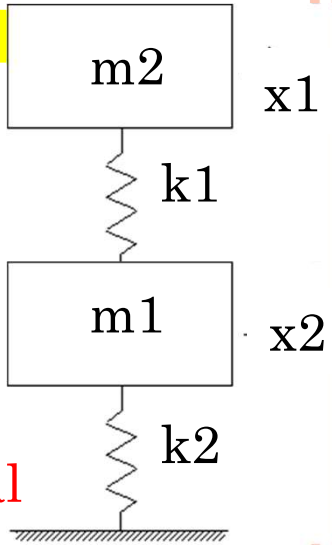
- **Frecuencia natural. Las frecuencias a las que vibra un sistema bajo vibración libre. Son propiedades del sistema dinámico que dependen de su distribución de masa y rigidez**. Para el caso de un **sistema mecánico con un único grado de libertad u(t) ,** formado por una masa m **(puntual)** unida al suelo mediante un resorte de rigidez K, sólo **existe una frecuencia natural (wo).**



- Al separar la masa de la posición de equilibrio vibra de forma infinita a la frecuencia. Como no se produce disipación de energía y solo existe intercambio entre energía elástica y potenciales. Maquina de movimiento perpetuo.

$$\omega_o = 2 . \pi . f_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- **Sistema con dos masas y por tanto con 2gdl (DOF) puesto que el anterior tenia uno.** Ej. Modelo de(1/4 Coche) m1 (llanta, disco, rueda), k1 contante neumático, m2 (carrocería y resto) k2 (suspensión vehículo). **Este sistema tiene 2 Frecuencias naturales W1 y W2 que tienen asociado modo de vibración modo1 y modo2.**

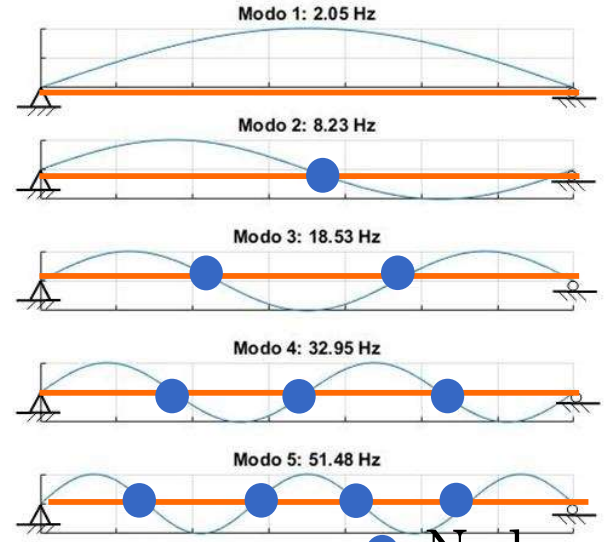


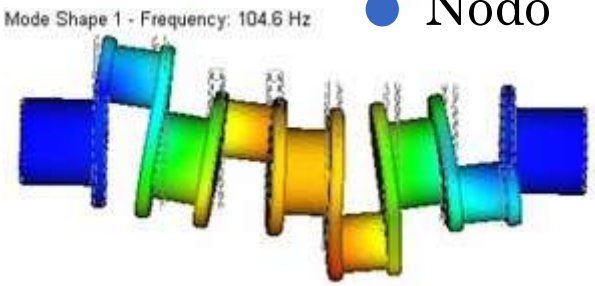
- **Modo de vibración-** relación de movimiento entre los grados de libertad. En el modo 1 vibran en fase y en el modo 2 en contrafase.
  - Modo 1 (fase) cuando la masa 1 se separa la masa 2 se separa. Cuando la masas llegan al tope las dos se contraen.
  - Modo 2 (contrafase) cuando la masa 1 sube, la masa 2 baja. Cuando llegan a sus limites actuaran al revés.
- En condiciones normales al extender todo el cuerpo (o sea, las dos masas) y soltarlo funcionaríamos con el modo 1. si soltamos con una masa comprimida y la otra extendida funcionaríamos con el caso 2. En un coche cuando empieza a funcionar esta todo comprimido luego funciona con el modo 1.

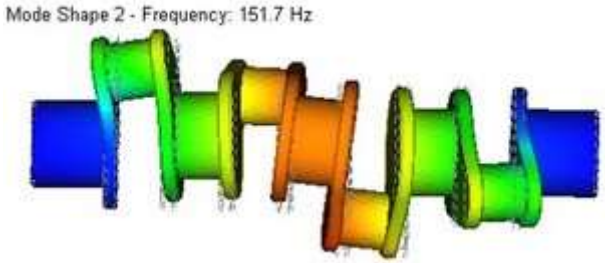
Cada modo asociado a una frecuencia natural

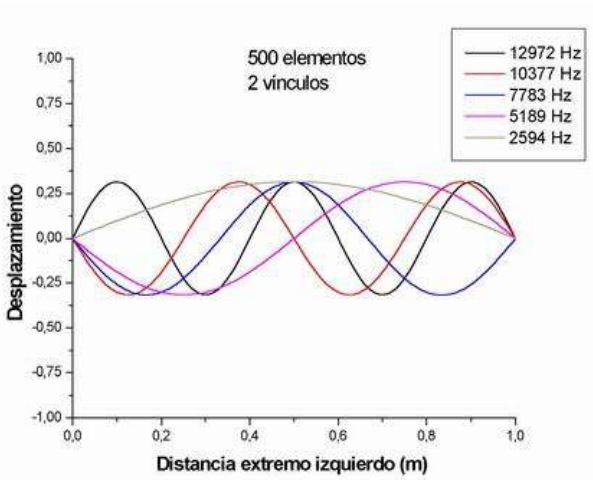
Frecuencia natural en sistemas mecánicos.

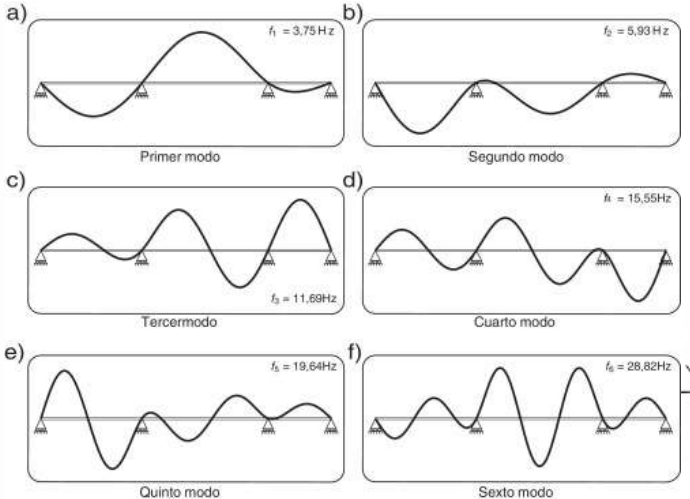
- Para el caso de un **eje esta biapoyada** esta afectada por dos tipos de esfuerzos de **flexión y de torsión. La masa ya no podemos considerarla discreta, es masa continua ya que la posición de unas partículas con respecto a otras debido a los esfuerzos fluctúa.** Esta masa esta caracterizada por la longitud y la sección. **Ahora el que el número de grados de libertad sea infinito, y con lo que existen "n" frecuencias naturales (w1. w2, w3…) ligadas a "n" modos de vibración.**
- La excitación de estas frecuencias (velocidades angulares) se deben evitar porque generaran.
- **Modo de vibración-** El modo 1 es el de frecuencia más baja. El resto conforme se numeran conforme aumenta la frecuencia.
- Las deformadas de cada uno de los modos de vibración se denomina forma modal. Cada modo se excita de un modo y con una frecuencia determinada. Por Ej. El modo 1 El máximo esta en el centro de la barra con lo que deformando por el centro soltando provocaríamos una vibración a su frecuencia natural y con su forma modal.
- Nodos son los puntos que no vibran dentro de su forma modal.

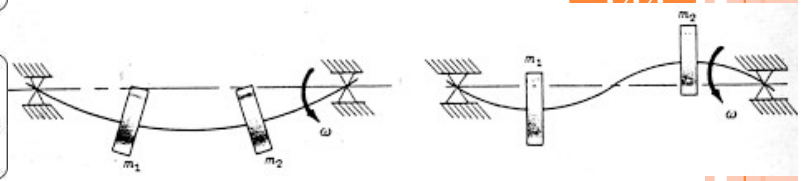








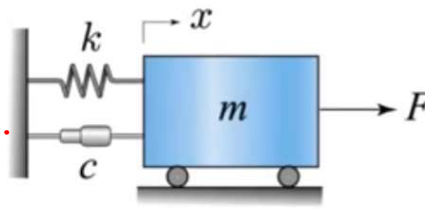




Frecuencia natural en sistemas mecánicos

- Los sistemas en la realidad no tienen movimientos perpetuos. O sea, las vibraciones no son infinitas porque los sistemas van disipando energía. Esta energía que pierde el sistema hace que las vibraciones se atenúen incluso cambien las frecuencias. Para ello, en los sistemas siempre existen elementos amortiguadores (c) que atenúan las vibraciones, las filtran. Ejemplos:
  - El amortiguador de un coche.
  - En un bache. El neumático se deforma pero al volver a su forma original tiene un ciclo de histéresis disipa parte de la energía.
- Los amortiguadores hacen que cuando lleguemos a la frecuencia natural (del modo 1) las vibraciones se atenúen a costa que cuando llegue a frecuencia naturales de modos de grado superior se generaran vibraciones por encima de las de la propia frecuencia.

Amortiguador despacio ofrece poca resistencia. Si se hace más rápido entonces si ofrece resistencia.



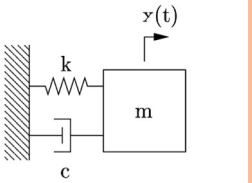
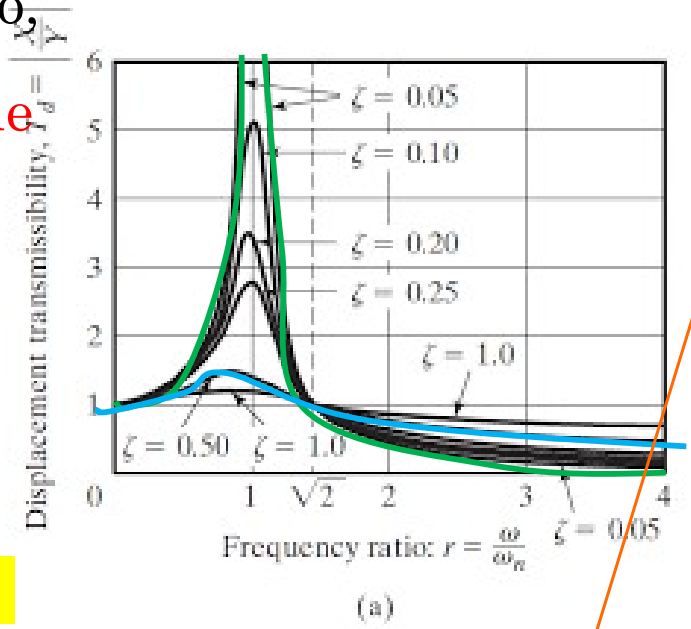


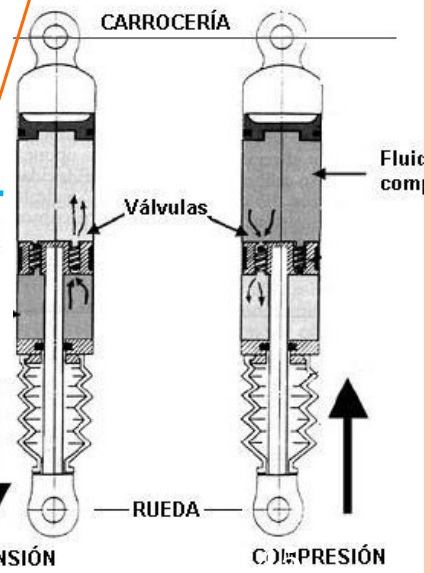
Figura 2 - Esquema del sistema masa resorte amortiguador

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F$$

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{1}{m}F \end{bmatrix}$$



$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



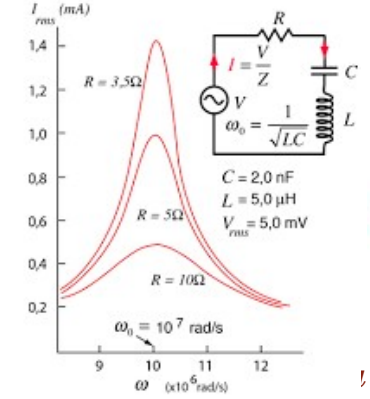
Sin nada es infinito.

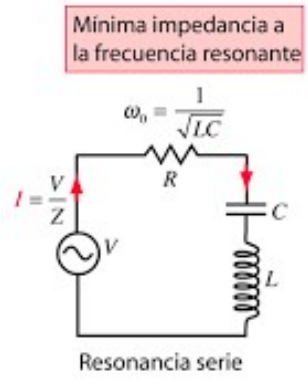
- Amortiguación muy dura.
- Amortiguación blanda.

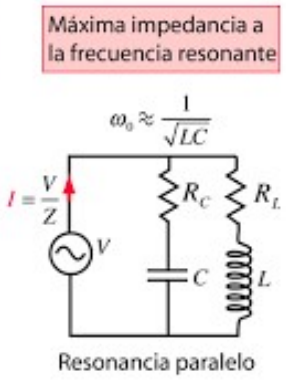
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

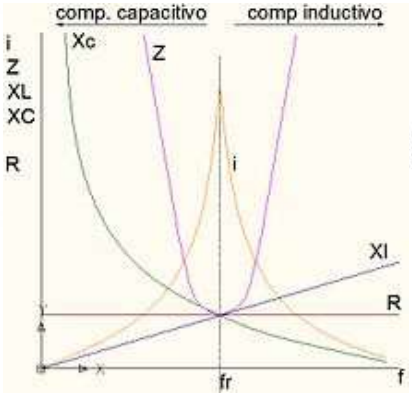
6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

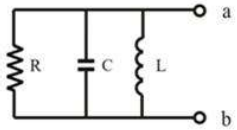
- Si una flecha o cualquier elemento está sujeto a una carga que varía con el tiempo, vibrará.
- Aun si sólo recibe una carga transitoria (martillazo), vibrará a sus **frecuencias naturales** (como una campana golpeada).
- Esta vibración se conoce como **vibración libre**.
- La vibración libre, al final, desaparece por el amortiguamiento que existe en los sistemas.
- Si la carga que varía con el tiempo no desaparece (p.e. senoidal) el elemento seguirá vibrando a la **frecuencia de excitación**.
- Si esta frecuencia de excitación **coincide** con alguna de las frecuencias naturales del sistema la **amplitud en la respuesta será mucho mayor** que la amplitud en la fuerza de excitación. Puente de Tacoma.
- En estas condiciones se dice que el elemento entra en **resonancia**.
- **PROBLEMA:** Si la frecuencia natural coincide con la velocidad de giro del eje como seguramente exista algún desequilibrio en el eje entrará en resonancia, vibrará el elemento ostensiblemente y fallará en poco tiempo.
- Por ej. Las turbinas de gas giran por encima de su frecuencia natural. Se tiene que pasar por la velocidad critica lo más rápido posible.











$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$$

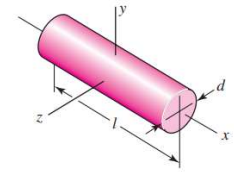
$$Y_{eq} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = \alpha + j\beta$$

$$\alpha = \frac{1}{R} \qquad \beta = \omega C - \frac{1}{\omega L} = \frac{LC\omega^2 - 1}{\omega L}$$

$$\beta = 0 \qquad LC\omega_o^2 - 1 = 0$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{LC} \qquad \omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Cylinders



$m = \frac{\pi d^2 l \rho}{4g}$ $I_x = \frac{md^2}{8}$ $I_y = I_z = \frac{m}{48}(3d^2 + 4l^2)$

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

- **El giro de un eje no equilibrado, con excentricidad ocasiona una deflexión debida a la fuerza centrífuga originada.**
- Esta fuerza se aguanta por la rigidez a flexión del eje EI. En deflexiones pequeñas no hay problema.
- Pero… a ciertas velocidades el eje es inestable, y las deflexiones se incrementan sin límite. Esto ocurre a las **velocidades críticas** del eje.
- Esta puede estimarse razonablemente bien a partir de la curva de deflexión estática.
- El eje, por su propia masa, tiene una velocidad crítica. Además, cada vez que añadimos componentes al eje la velocidad crítica se hace menor.
- El diseñador debe estimar las velocidades críticas y sus armónicos. Se suele tratar que la velocidad crítica sea, al menos, el doble de la velocidad de operación.

Estas formulas aproximativas te dan un orden de magnitud. Además permite hacer un análisis dimensional de las variables.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$ ← Rigidez

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

- En geometría simple, como un eje de diámetro uniforme, simplemente apoyado se expresa como:

Gravedad, Modulo de Young, Momento de inercia.

$$\omega_1 = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{gEI}{A\gamma}}$$

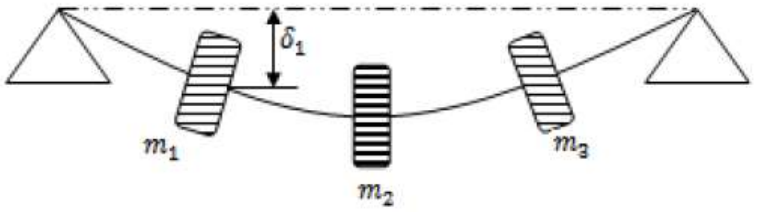
Longitud eje

Velocidad critica modo de vibración 1

- Donde m es la masa por unidad de longitud, A el área de la sección transversal y γ el peso específico (N/m3).
- En el caso de un ensamble de elementos, el **método Rayleigh** para masas concentradas establece…

Lo importante son las masas que cuelgan del eje depreciando la masa del eje. Se considera la frecuencia teniendo en cuenta masas puntuales sobre la deformada.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g\sum w_i\delta_i}{\sum w_i\delta_i^2}}$$



W_n = peso de la masa enésima.
δ_n = deformacion estatica en la masa enesima.
j = número de masas

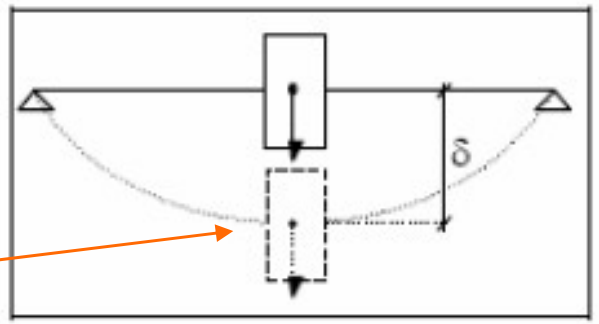
- Donde w_i es el peso de la i-esima ubicación y y_i es la deflexión en la ubicación del i-esimo cuerpo. A menudo se usan programas de ordenador pq Rayleigh sobreestima la velocidad crítica

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

- Las ecuaciones anteriores pueden particularizarse en casos concretos:
  - Para un eje con una única masa en su centro, mucho mayor que la propia masa del eje que gira:

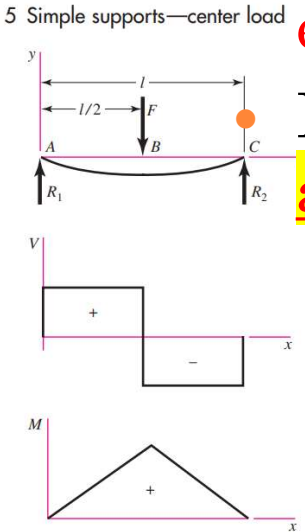


$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{W/\delta}{W/g}} = \sqrt{\frac{g}{\delta}}\, en\, \frac{rad}{sg} = 300 \cdot \sqrt{\frac{1}{\delta[cm]}};[rpm]$$

gravedad

deformación

  - Donde δ es la deformación estática máxima en el centro del eje provocada por la masa anterior



  - Para un eje de sección transversal constante, simplemente apoyado en sus extremos, sin otra masa que la propia

$$\omega_1 = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{gEI}{A\gamma}} \rightarrow \omega_1 \approx \sqrt{\frac{5g}{4\delta}}\ en\ \frac{rad}{sg}$$

UNIVERSIDAD NEBRIJA

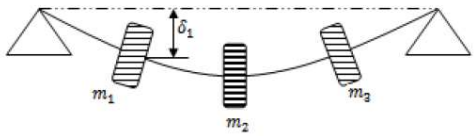
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

- Otra aproximación para la primera velocidad crítica n_c de un sistema de masas múltiple en un eje de sección conocida biapoyado viene dado por la **Ecuación de Dunkerley**

$$\frac{1}{n_c^2} = \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_3^2} + \cdots$$

Masas concentradas. Suma casos individualizadas.



W_n = peso de la masa enésima.
δ_n = deformacion estatica en la masa enesima.
j = número de masas

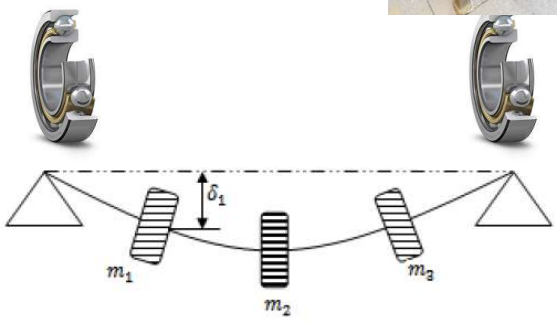
- Donde n_1 es la velocidad crítica que existiría con la presencia de la masa 1 aislada, n_2 la que existiría con la presencia de la masa 2 aislada, …
- Paso previo: Cálculo de las flechas correspondientes en función de la sección del eje, la distancia entre apoyos y la posición de las masas.

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

- Es preferible tener velocidad crítica grande, mucho mayor que la velocidad de funcionamiento
- Para ello:
  - La rigidez debe ser grande y la masa pequeña. Aumentando el diámetro y reducir distancias apoyos (en menor medida)
  - Control del diseñador sobre E, ρ (densidad), D y L:
  - Ejes más grandes tienen mayor rigidez
  - Longitudes cortas reducen deflexiones
  - Se recomienda situar los elementos cargados en el eje cerca de los rodamientos de soporte.
  - Reducir peso de los elementos soportados por el eje reduce la deflexión
  - Deseable material de eje con alta relación E/ρ.
  - Cojinetes deben tener alta rigidez radial vs carga
  - Montajes de cojinetes diseñarse con gran rigidez

$$w_n \propto \frac{D}{L^2}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$$



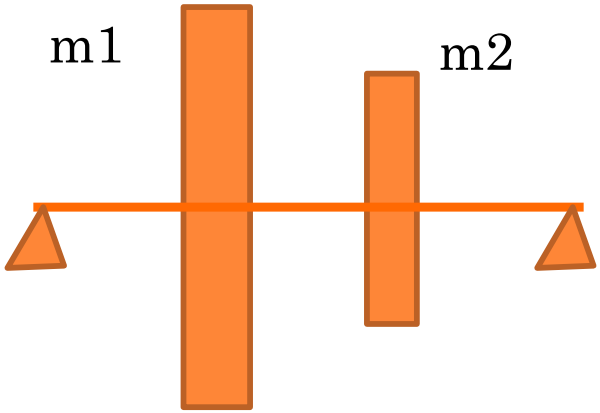
W_n = peso de la masa enésima.
δ_n = deformacion estatica en la masa enesima.
j = número de masas

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Si la rigidez en los cojinetes baja o disminuye la frecuencia critica baja.

EJERCICIO.

- Las dos masas m1 y m2 unidas al eje de la figura pesan 140N y 60 N respectivamente. Mediante un análisis de deformaciones se ha encontrado que los coeficientes de influencia para el eje son las especificadas. Determinar la primera velocidad critica ignorando la masa del eje.



a11=	5,08E-08	m/N
a22=	3,048E-07	m/N
a12=a21=	1,016E-07	m/N

aij es la deformación en la localización de la masa i originada por una fuerza unitaria en el punto j.

EJERCICIO.

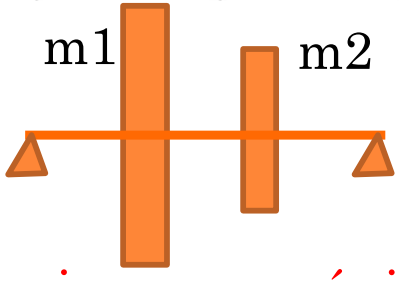
aij es la deformación en la localización de la masa i originada por una fuerza unitaria en el punto j.

https://www.youtube.com/watch?v=1ZWZJTE1cNU

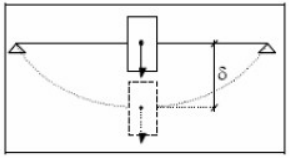
https://www.youtube.com/watch?v=gLzmJ-sHb8Y

- Las dos masas m1 y m2 unidas al eje de la figura pesan 140N y 60 N respectivamente. Mediante un análisis de deformaciones se ha encontrado que los coeficientes de influencia para el eje son las especificadas. Determinar la primera velocidad critica ignorando la masa del eje.

a11=	5,08E-08	m/N
a22=	3,048E-07	m/N
a12=a21=	1,016E-07	m/N



eje con una única masa en su centro



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\delta}}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{\delta}} = \sqrt{\frac{g}{W_1 a_{11}}}$$

$\delta = W_1 a_{11}$

Deformación= Peso x influencia unitaria.

W1=m1 Peso (con gravedad)

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}$$

Ecuación de Dunkerley

n_1 es la velocidad crítica que existiría con la presencia de la masa 1 aislada,

Dos masas

$$\frac{1}{n_c^2} = \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_3^2} + \cdots$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{W_1 a_{11}}} = \sqrt{\frac{9{,}8 m/s^2}{140N x 5{,}08x10^{-8} m/N}}$$

w1=	(	9,8 / 140 5,08E-08	)^1/2	1.173,86	rad/s

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{W_2 a_{22}}} = \sqrt{\frac{9{,}8 m/s^2}{60N x 3{,}045x10^{-7} m/N}}$$

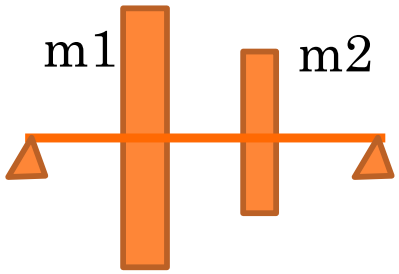
w2=	(	9,8 / 60 3,048E-07	)^1/2	732,03	rad/s

EJERCICIO.

aij es la deformación en la localización de la masa i originada por una fuerza unitaria en el punto j.

- Las dos masas m1 y m2 unidas al eje de la figura pesan 140N y 60 N respectivamente. Mediante un análisis de deformaciones se ha encontrado que los coeficientes de influencia para el eje son las especificadas. Determinar la primera velocidad critica ignorando la masa del eje.

a11=	5,08E-08	m/N
a22=	3,048E-07	m/N
a12=a21=	1,016E-07	m/N



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{W_1 a_{11}}} = \sqrt{\frac{9{,}8 m/s^2}{140N x 5{,}08x10^{-8} m/N}}$$

w1=	(	9,8 / 140 5,08E-08	)^1/2	1.173,86	rad/s

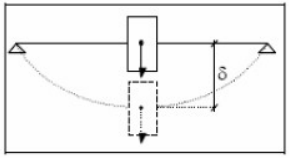
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{W_2 a_{22}}} = \sqrt{\frac{9{,}8 m/s^2}{60N x 3{,}045x10^{-7} m/N}}$$

w2=	(	9,8 / 60 3,048E-07	)^1/2	732,03	rad/s

Ecuación de Dunkerley

n_1 es la velocidad crítica que existiría con la presencia de la masa 1 aislada,

eje con una única masa en su centro



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\delta}}$$

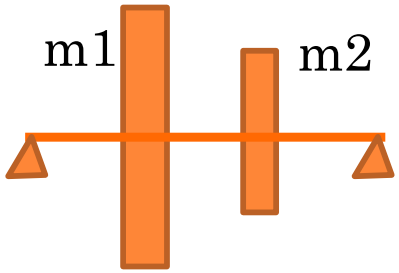
$$\frac{1}{\omega_c^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \frac{1}{1173{,}86^2} + \frac{1}{732{,}03^2}$$

1 / w2c	=	1	+	1		
		1.377.952,76		535.870,52		
1 / w2c	=	2,59184E-06				
Wc	=	621,15	rad/s	98,86	Hz	

EJERCICIO.

aij es la deformación en la localización de la masa i originada por una fuerza unitaria en el punto j.

- Las dos masas m1 y m2 unidas al eje de la figura pesan 140N y 60 N respectivamente. Mediante un análisis de deformaciones se ha encontrado que los coeficientes de influencia para el eje son las especificadas. Determinar la primera velocidad critica ignorando la masa del eje.



método Rayleigh para masas concentradas

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g\sum w_i\delta_i}{\sum w_i\delta_i^2}}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g\sum w_i\delta_i}{\sum w_i\delta_i^2}} = \sqrt{\frac{g(w_1\delta_1 + w_2\delta_2)}{w_1\delta_1^2 + w_2\delta_2^2}} = \sqrt{\frac{g(w_1\delta_1 + w_2\delta_2)}{w_1\delta_1^2 + w_2\delta_2^2}}$$

$\delta_1 = W_1 a_{11} + W_2 a_{21}$

$\delta_2 = W_1 a_{12} + W_2 a_{22}$

a11=	5,08E-08	m/N	W1=	140	N
a22=	3,048E-07	m/N	W2=	60	N
a12=a21=	1,016E-07	m/N			
δ_1	0,000013208	m			
δ_2	0,000032512	m			

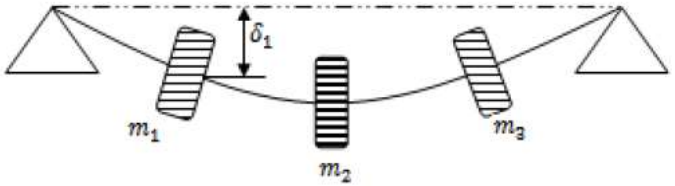
wc = (9,8 (140 1,321E-05 + 60 3,251E-05))^0,5

140 1,74451E-10 + 60 1,057E-09

(0,037238432)^0,5

8,7845E-08

651,08 rad/s 103,62 Hz



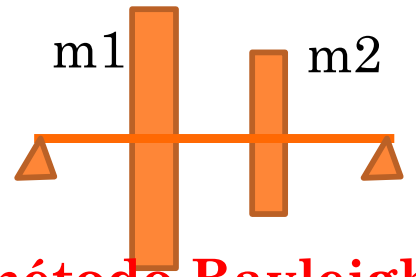
W_n = peso de la masa enésima.
δ_n = deformacion estatica en la masa enesima.
j = número de masas

UNIVERSIDAD NEBRIJA

EJERCICIO.

- Las dos masas m1 y m2 unidas al eje de la figura pesan 140N y 60 N respectivamente. Mediante un análisis de deformaciones se ha encontrado que los coeficientes de influencia para el eje son las especificadas. Determinar la primera velocidad critica ignorando la masa del eje.

IMPORTANTE: aij es la deformación en la localización de la masa i originada por una fuerza unitaria en el punto j.



a11*l= δ11 A12*l =δ12

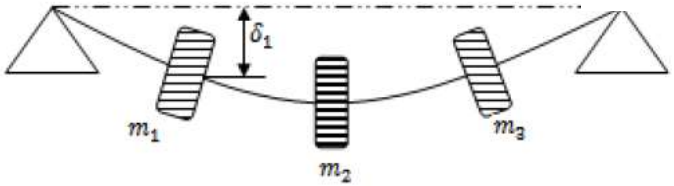
$$R_1 = \frac{Fb}{l} \qquad R_2 = \frac{Fa}{l}$$

$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

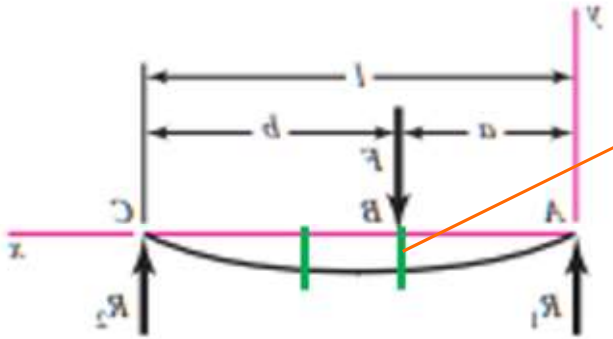
$$M_{AB} = \frac{Fbx}{l} \qquad M_{BC} = \frac{Fa}{l}(l - x)$$

método Rayleigh para masas concentradas

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g \sum w_i \delta_i}{\sum w_i \delta_i^2}}$$



W_n = peso de la masa enésima.
δ_n = deformacion estatica en la masa enesima.
j = número de masas



aij

$$y_{AB} = \frac{Fbx}{6EIl}(x^2 + b^2 - l^2)$$

$$y_{BC} = \frac{Fa(l - x)}{6EIl}(x^2 + a^2 - 2lx)$$

a12*l= δ12 a22*l= δ22

δ1= δ11+δ12

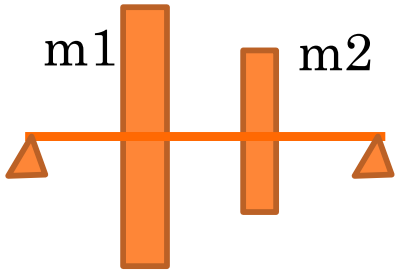
δ2= δ12+δ22

UNIVERSIDAD NEBRIJA

EJERCICIO.

aij es la deformación en la localización de la masa i originada por una fuerza unitaria en el punto j.

- Las dos masas m1 y m2 unidas al eje de la figura pesan 140N y 60 N respectivamente. Mediante un análisis de deformaciones se ha encontrado que los coeficientes de influencia para el eje son las especificadas. Determinar la primera velocidad critica ignorando la masa del eje.



$$\begin{bmatrix}\delta_1\\ \delta_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a11 & a12\\ a21 & a22\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}W1\\ W2\end{bmatrix}$$

Autovalores

$$\begin{vmatrix}1-\lambda & 2 & 0\\ 2 & 1-\lambda & 0\\ 0 & 1 & 2-\lambda\end{vmatrix}=(2-\lambda)\cdot\begin{vmatrix}1-\lambda & 2\\ 2 & 1-\lambda\end{vmatrix}$$

$$=(2-\lambda)[\lambda^2-2\lambda-3]$$

$$\begin{vmatrix}a11\left(m1-\frac{1}{w^2}\right) & a12\,m2\\ a21m1 & a22\left(m2-\frac{1}{w^2}\right)\end{vmatrix}=0$$

m1 y m2 en Kg

$$\frac{1}{w^4}-\frac{1}{w^2}(a11m1+a22m2)+m1m2(a11a22-a12a21)=0$$

$$w1=645\,\frac{rad}{s}$$ 1 frecuencia natural

$$w2=2308\,\frac{rad}{s}$$ 2 frecuencia natural

UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

https://www.youtube.com/watch?v=1ZWZJTE1cNU

https://www.youtube.com/watch?v=gLzmJ-sHb8Y

Velocidades criticas con Catia.

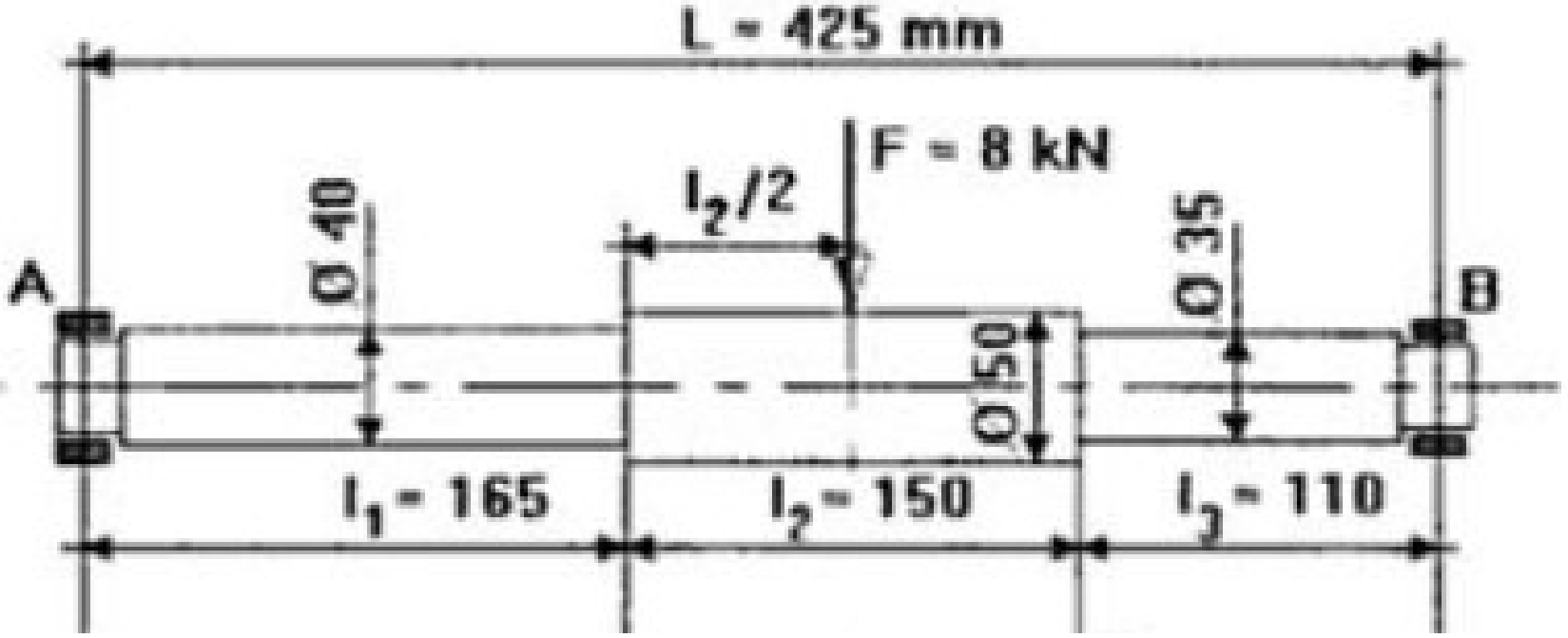
https://www.youtube.com/watch?v=Whr6bu2n1iY

FEM con Catia.

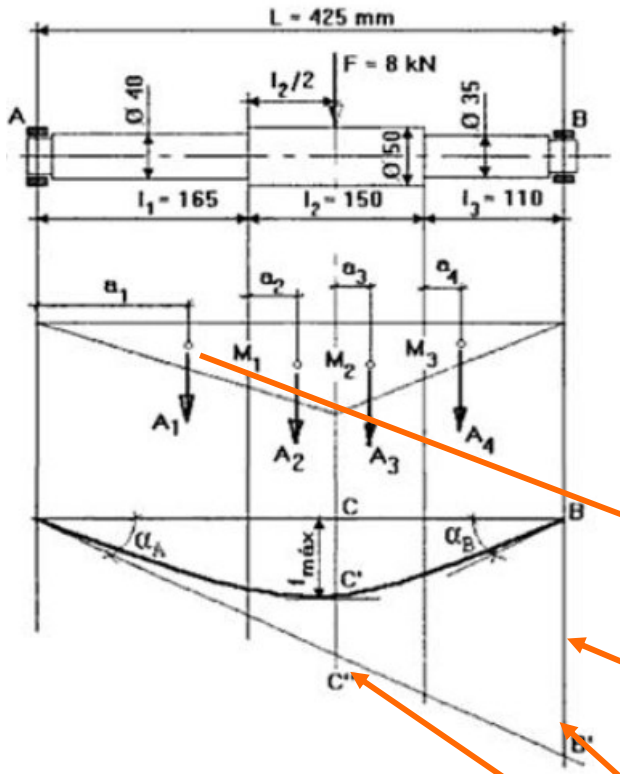
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

- EJERCICIO: Estimar la velocidad crítica del eje de la figura considerando E=210000N/mm2



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES



Solución:

Calculamos las reacciones en los apoyos.

$\Sigma F_V = 0$
$R_A + R_B = 8$ kN;

$\Sigma M_B = 0$
$R_A \cdot 425 - 8000 \cdot 185 = 0$;

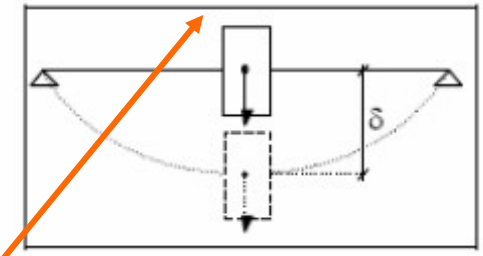
$R_A = 3482{,}35$ N; $R_B = 4517{,}65$ N;

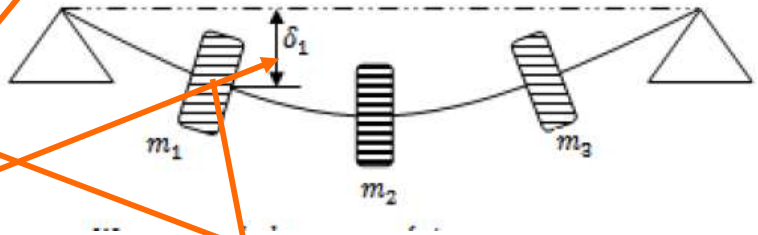
Calculamos los valores de los momentos flectores.

$M_1 = 574.587$ Nmm;
$M_2 = 835.764$ Nmm;
$M_3 = 496.940$ Nmm;

Dividimos el diagrama de momentos flectores en cuatro áreas cuyos valores indicamos en la tabla siguiente, junto con los momentos de inercia de las secciones correspondientes y las distancias al extremo izquierdo de cada área considerada.

$$\omega_1 = 300 \cdot \sqrt{\frac{1}{\delta[cm]}}; [rpm]$$



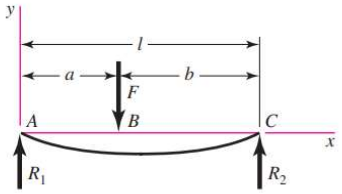


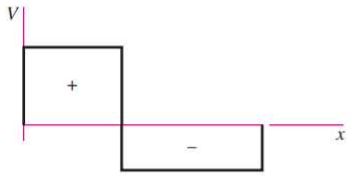
Las secciones las consideraremos como cargas puntuales en su centro de gravedad.
Calcularemos las deformaciones parciales de todos los elementos y con ellas calcular la deformación global de todo el eje, o sea, en la sección B-B.
Con ella, podemos considerar que es una sola masa y, por ello, podremos aplicar la formula de solo una masa en el centro.
Para ello, interpolaremos para la Sección C-C. Con ello, tenemos la Frecuenci

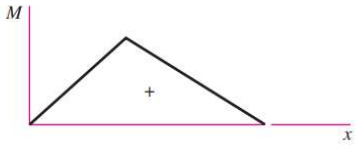
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

6. Simply supports—intermediate load







$$R_1 = \frac{Fb}{l} \qquad R_2 = \frac{Fa}{l}$$

$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

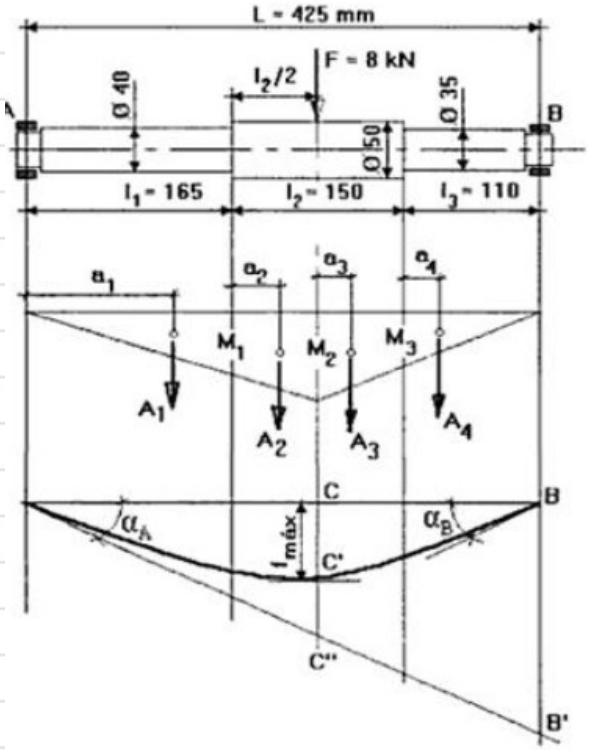
$$M_{AB} = \frac{Fbx}{l} \qquad M_{BC} = \frac{Fa}{l}(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fbx}{6EIl}(x^2 + b^2 - l^2)$$

$$y_{BC} = \frac{Fa(l - x)}{6EIl}(x^2 + a^2 - 2lx)$$

(con

l1	l2	l3	l	
165	150	110	425	mm
l3	l2/2	b	a	
110	75	185	240	mm
F	8	KN		
RA=F*b/l	3,48	KN	3.482,35	N
RB=F*a/l	4,52	KN	4.517,65	N
	x=l1	RA	M1	
M1=Fbx/l=RA*x	165	3.482,35	574.588,24	Nmm
	x=l1+l2/2=a	RA	M2	
M2=Fbx/l=RA*x	240	3.482,35	835.764,71	Nmm
	x=l3	RB	M1	
M1=Fa(l-x)/l=RI	110	4.517,65	496.941,18	



onsiderada.

Solución:

Calculamos las reacciones en los apoyos.

$\Sigma F_V = 0$
$R_A + R_B = 8$ kN;

$\Sigma M_B = 0$
$R_A \cdot 425 - 8000 \cdot 185 = 0$;

$R_A = 3482{,}35$ N; $R_B = 4517{,}65$ N;

Calculamos los valores de los momentos flectores.

$M_1 = 574.587$ Nmm;
$M_2 = 835.764$ Nmm;
$M_3 = 496.940$ Nmm;

Dividimos el diagrama de momentos flectores en cuatro áreas cuyos valores indicamos en la tabla siguiente, junto con los momentos de inercia de las secciones correspondientes y las distancias al extremo izquierdo de cada área

cdg

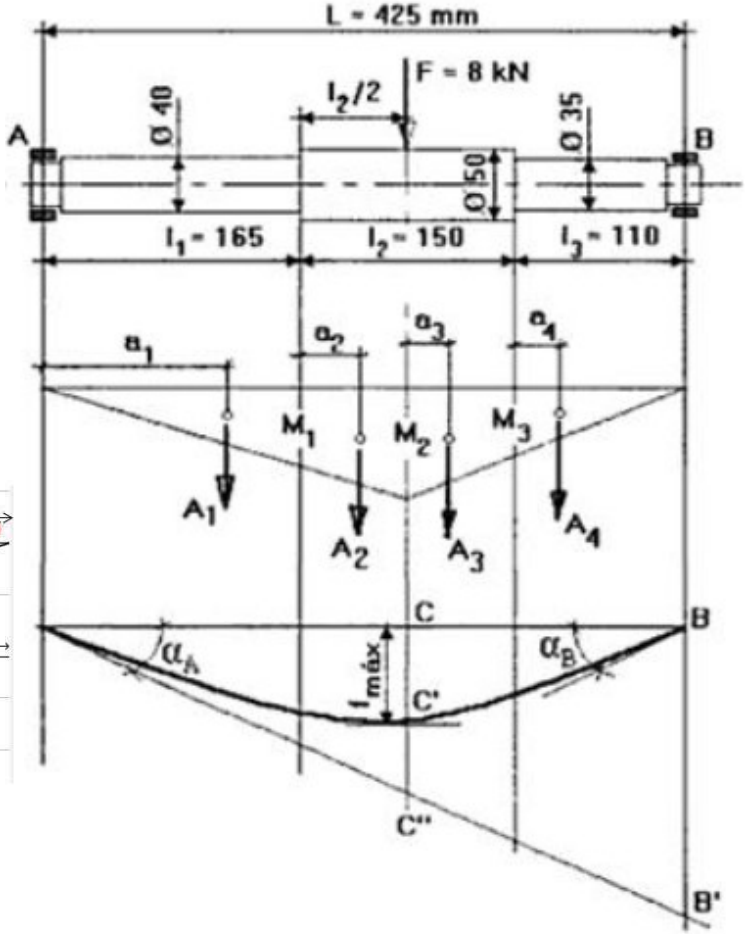
$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

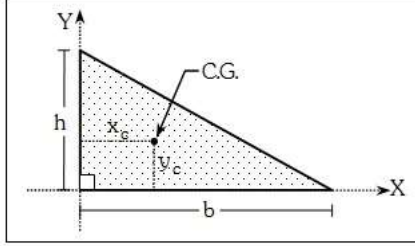
6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

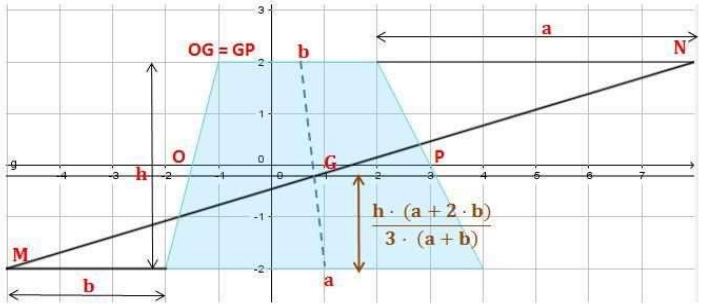
Tramo	Distancia mm	Diámetro Eje en mm.	Momento flector en Nmm	Momento de Inercia en mm^4	Cociente M/I en N/mm^3	Área del diagrama en N/mm^2
1	$a_1 = 110$	$d_1 = 40$	574.587	$I_1 = 125.663$	4,572	$A_1 = 377,19$
		$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,872	
2	$a_2 = 39,8$	$d_2 = 50$	835.764	$I_2 = 306.796$	2,72	$A_2 = 172,2$
	$a_3 = 34,3$	$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,62	$A_3 = 162,75$
3	$a_4 = 36,7$	$d_3 = 35$	496.940	$I_3 = 73.661$	6,74	$A_4 = 370,7$

Dividimos el diagrama de momentos flectores en cuatro áreas cuyos valores indicamos en la tabla siguiente, junto con los momentos de inercia de las secciones correspondientes y las distancias al extremo izquierdo de cada área

TRAMO	x0	x1	cdgx=(x1-x0)/3	a1=1-cdgx
a1	0	165,00	55,00	110,00
				$y_G = \frac{h \cdot (a+2 \cdot b)}{3 \cdot (a+b)}$
	M1=a	M2=b	a-l1=h	
a2	574.588,24	835.764,71	75	39,81
				$y_G = \frac{h \cdot (a+2 \cdot b)}{3 \cdot (a+b)}$
	M1=a	M2=b	b-l3=h	
a3	835.764,71	496.941,18	75,00	34,32
	x0	x1	cdgx=(x1-x0)/3	a4
a4	0	110	36,67	36,67



Representación	x_c	y_c
	$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$



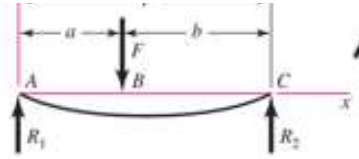
6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

Tramo	Distancia mm	Diámetro Eje en mm.	Momento flector en Nmm	Momento de Inercia en mm^4	Cociente M/I en N/mm^3	Área del diagrama en N/mm^2
1	$a_1 = 110$	$d_1 = 40$	574.587	$I_1 = 125.663$	4,572	$A_1 = 377,19$
		$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,872	
2	$a_2 = 39,8$	$d_2 = 50$	835.764	$I_2 = 306.796$	2,72	$A_2 = 172,2$
	$a_3 = 34,3$	$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,62	$A_3 = 162,75$
3	$a_4 = 36,7$	$d_3 = 35$	496.940	$I_3 = 73.661$	6,74	$A_4 = 370,7$

Dividimos el diagrama de momentos flectores en cuatro áreas cuyos valores indicamos en la tabla siguiente, junto con los momentos de inercia de las secciones correspondientes y las distancias al extremo izquierdo de cada área

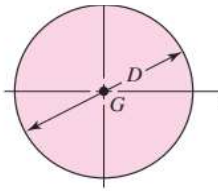
	x=l1	RA	M1	
M1=Fbx/l=RA*x	165	3.482,35	574.588,24	Nmm
	x=l1+l2/2=a	RA	M2	
M2=Fbx/l=RA*x	240	3.482,35	835.764,71	Nmm
	x=l3	RB	M1	
M1=Fa(l-x)/l=RI	110	4.517,65	496.941,18	

$$M_{AB} = \frac{Fbx}{l} \qquad M_{BC} = \frac{Fa}{l}(l - x)$$

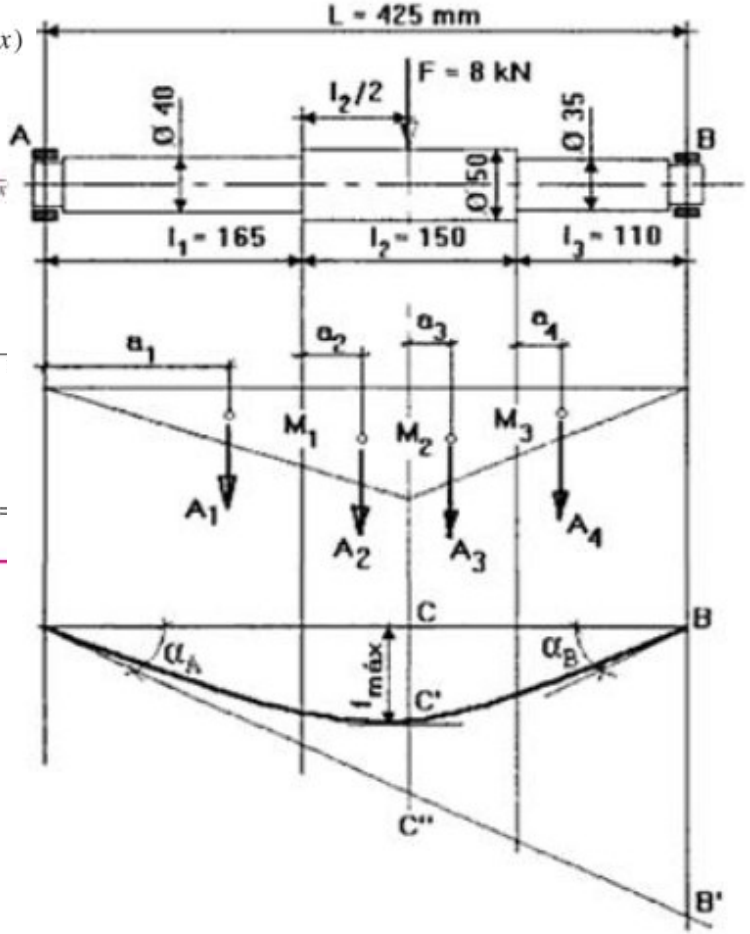


	mm	mm4	
TRAM0	diametro	I=PID^4/64	M/I
1	40	125.663,71	4,57
	50	306.796,16	1,87
2	50	306.796,16	2,72
3	50	306.796,16	1,62
	35	73.661,76	6,75

Circle



$$A = \frac{\pi D^2}{4} \qquad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \qquad I_{xy} =$$



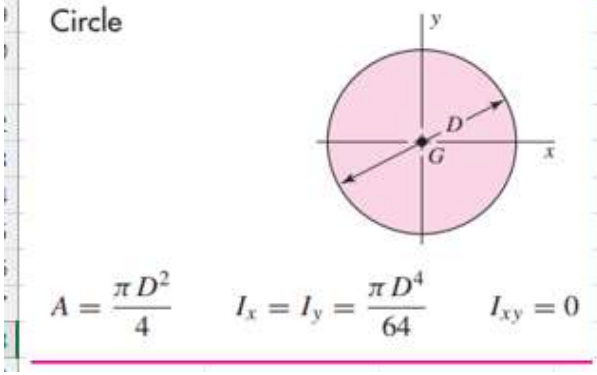
Cociente entre el momento flector y el momento de inercia en esos puntos calculamos la pendiente unitaria generada por el momento.

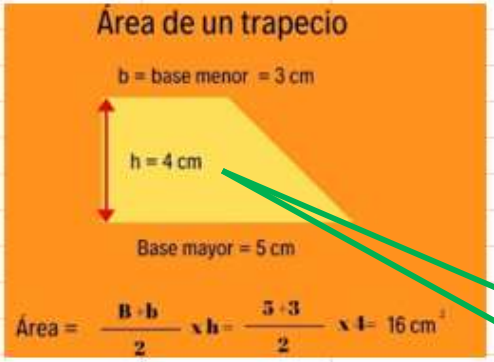
6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

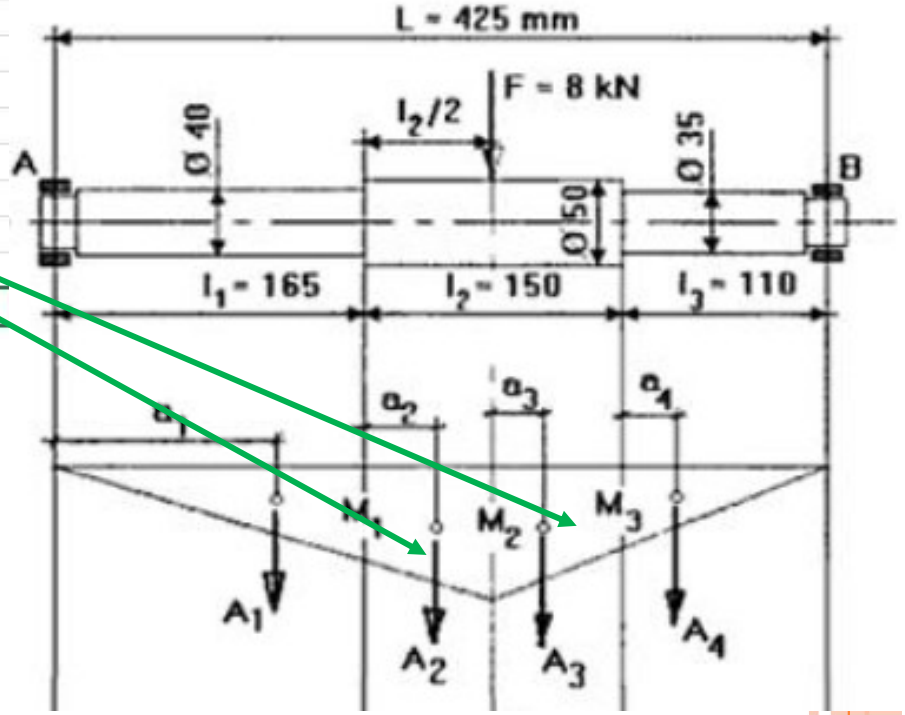
Tramo	Distancia mm	Diámetro Eje en mm.	Momento flector en Nmm	Momento de Inercia en mm^4	Cociente M/I en N/mm^3	Área del diagrama en N/mm^2
1	$a_1 = 110$	$d_1 = 40$	574.587	$I_1 = 125.663$	4,572	$A_1 = 377,19$
		$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,872	
2	$a_2 = 39,8$	$d_2 = 50$	835.764	$I_2 = 306.796$	2,72	$A_2 = 172,2$
	$a_3 = 34,3$	$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,62	$A_3 = 162,75$
3	$a_4 = 36,7$	$d_3 = 35$	496.940	$I_3 = 73.661$	6,74	$A_4 = 370,7$

Dividimos el diagrama de momentos flectores en cuatro áreas cuyos valores indicamos en la tabla siguiente, junto con los momentos de inercia de las secciones correspondientes y las distancias al extremo izquierdo de cada área

	mm	Nmm	mm4				Area diagrama.		
TRAM0	diametro	MF	I=PID^4/64	M/I	longitud (L)	m/I media	Observaciones	Lx(m/I)	Area
1	40	574.588,24	125.663,71	4,57	165,00	2,29	M/I de 0 a 4,57	377,23	triangulo
	50	574.588,24	306.796,16	1,87	75,00	2,30	M/I de 1,87 a 2,72	172,39	trapecio rectangulo
2	50	835.764,71	306.796,16	2,72					
3	50	496.941,18	306.796,16	1,62	75,00	2,17	M/I de 2,72 a 1,62	162,90	trapecio rectangulo
	35	496.941,18	73.661,76	6,75	110,00	3,37	M/I de 6,75 a 0	371,04	triangulo







$$M/I = \frac{Nmm}{mm^4} = \frac{N}{mm^3}$$

$$\text{Área diagrama} = mm \times \frac{N}{mm^3} = \frac{N}{mm^2}$$

Tramo	Distancia mm	Diámetro Eje en mm.	Momento flector en Nmm	Momento de Inercia en mm^4	Cociente M/I en N/mm^3	Area del diagrama en N/mm^2
1	$a_1 = 110$	$d_1 = 40$	574.587	$I_1 = 125.663$	4,572	$A_1 = 377,19$
		$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,872	
2	$a_2 = 39,8$	$d_2 = 50$	835.764	$I_2 = 306.796$	2,72	$A_2 = 172,2$
	$a_3 = 34,3$	$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,62	$A_3 = 162,75$
3	$a_4 = 36,7$	$d_3 = 35$	496.940	$I_3 = 73.661$	6,74	$A_4 = 370,7$

$E \cdot I_z$: Rigidez a Flexión :
Oposición que pone el prisma mecánico a deformarse.
Es función del Material (E) y de la "forma" de la sección (I_z)

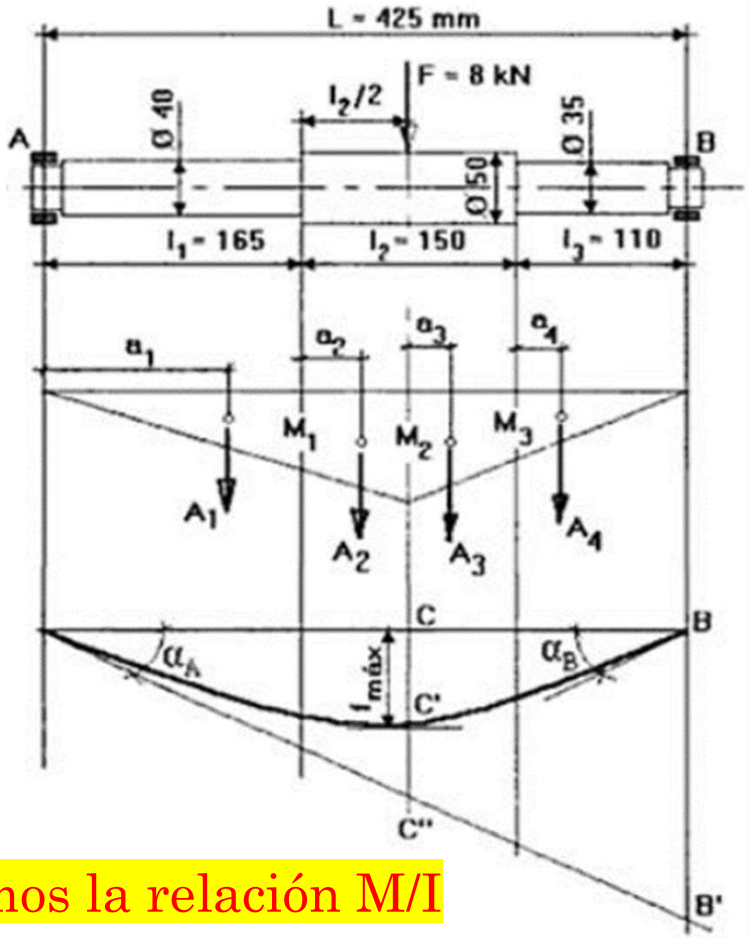
Calculo de la deformación total a partir de deformaciones parciales.

Distancias cdg referencias desde BB donde esta la R2.

Aplicando el método del área calculamos en primer lugar la distancia $\overline{BB'}$.

$$E \cdot I \cdot \overline{BB'} = A_1 \cdot 315 + A_2 \cdot 220,2 + A_3 \cdot 150,7 + A_4 \cdot 73,3 \; ; \quad \overline{BB'} = \frac{208.432}{210.000} = 0,992 \text{ mm.}$$

	mm		mm		mm		N/mm2	N/mm	
TERMINO 1	l		a1		L1=l-a1		A1	def por A1	
		425		110,00		315,00	377,23	118.825,97	
TERMINO 2	l2+L3		a2		L2=l2+23-a2		A2	def por A2	
		260		39,81		220,19	172,39	37.957,47	
TERMINO 3	l2+L3-l2/2		a3		L2=l2+23-a2		A3	def por A3	
		185		34,32		150,68	162,90	24.545,13	
TERMINO 4	l3		a4		L2=l2+23-a2		A4	def por A4	
		110		36,67		73,33	371,04	27.209,90	N/mm
								208.538,48	N/mm
							E=	**210.000,00**	N/mm2
							BB=	**0,9930**	mm



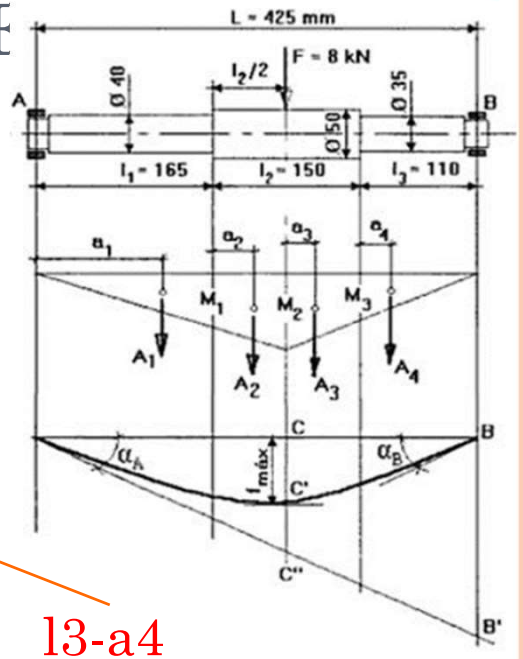
$\delta_1 = W_1 a_{11}$

Deformación= esfuerzo x influencia unitaria.

I global = 1 porque utilizamos la relación M/I

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJI



Aplicando el método del área calculamos en primer lugar la distancia $\overline{BB'}$.

$$E \cdot I \cdot \overline{BB'} = A_1 \cdot 315 + A_2 \cdot 220{,}2 + A_3 \cdot 150{,}7 + A_4 \cdot 73{,}3 \; ; \quad \overline{BB'} = \frac{208.432}{210.000} = 0{,}992 \text{ mm.}$$

igualmente procedemos al cálculo de $\overline{C'C''}$

$$E \cdot I \cdot \overline{C'C''} = A_1 \cdot 130 + A_2 \cdot 35{,}2; \quad \overline{C'C''} = \frac{55.096{,}1}{210.000} = 0{,}262 \text{ mm.}$$

L1+l2+l3-a1
165+150+110-110

L1+l2/2-a1
165+75-110

l2+l3-a2
150+110-39,8

l2/2-a2
75-39,8

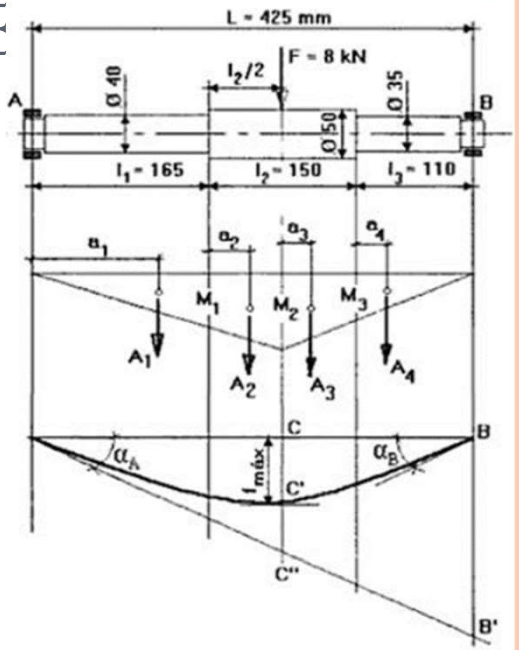
L2-l2/2+l3-a3
150-75+110-34,3

l3-a4
110-36,7

Tramo	Distancia mm	Diámetro Eje en mm.	Momento flector en Nmm	Momento de Inercia en mm^4	Cociente M/I en N/mm^3	Área del diagrama en N/mm^2
1	$a_1 = 110$	$d_1 = 40$	574.587	$I_1 = 125.663$	4,572	$A_1 = 377{,}19$
		$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,872	
2	$a_2 = 39{,}8$	$d_2 = 50$	835.764	$I_2 = 306.796$	2,72	$A_2 = 172{,}2$
	$a_3 = 34{,}3$	$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,62	$A_3 = 162{,}75$
3	$a_4 = 36{,}7$	$d_3 = 35$	496.940	$I_3 = 73.661$	6,74	$A_4 = 370{,}7$

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJI



Aplicando el método del área calculamos en primer lugar la distancia $\overline{BB'}$.

$$E \cdot I \cdot \overline{BB'} = A_1 \cdot 315 + A_2 \cdot 220{,}2 + A_3 \cdot 150{,}7 + A_4 \cdot 73{,}3 \; ; \quad \overline{BB'} = \frac{208.432}{210.000} = 0{,}992 \text{ mm.}$$

igualmente procedemos al cálculo de $\overline{C'C''}$

$$E \cdot I \cdot \overline{C'C''} = A_1 \cdot 130 + A_2 \cdot 35{,}2; \quad \overline{C'C''} = \frac{55.096{,}1}{210.000} = 0{,}262 \text{ mm.}$$

Idem. anterior hasta C´C´´.

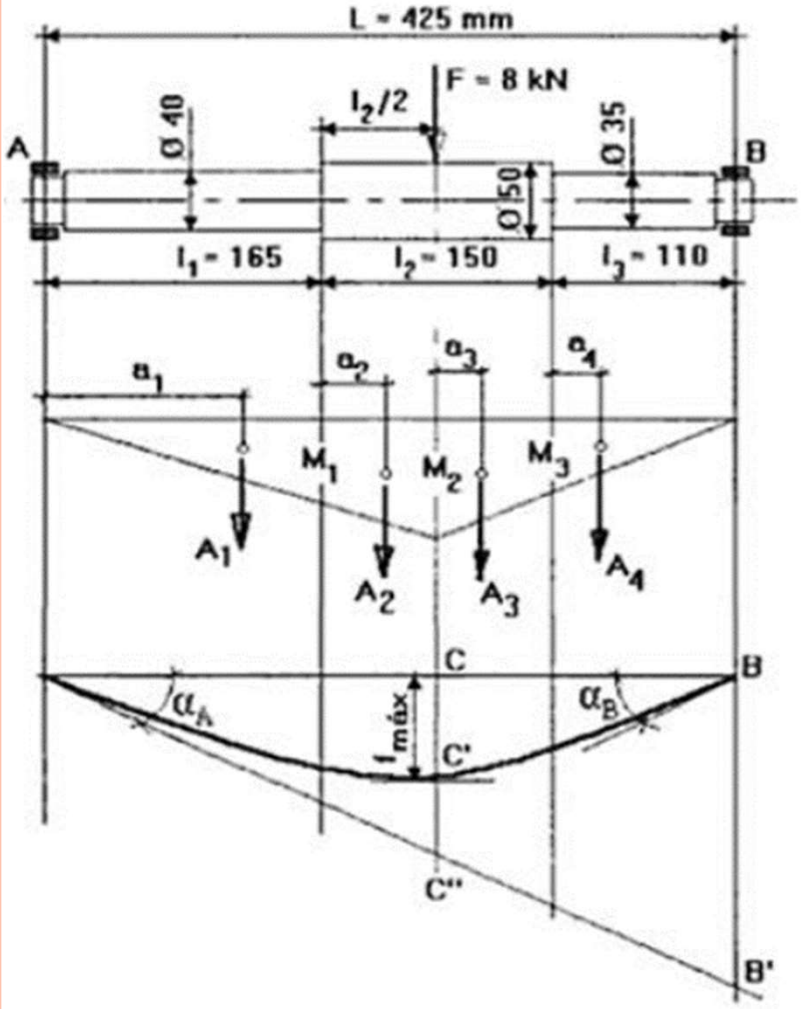
	mm	mm	mm	N/mm2	N/mm	
TERMINO 1	l2-a1	l2/2	L1=l2-a1+a2	A1	def por A1	
	55,00	75,00	130,00	377,23	49.039,29	
TERMINO 2	l2/2	a2	L2=l2/2-a2	A2	def por A2	
	75	39,81481481	35,18518519	172,3888451	6.065,53	N/mm
					55.104,82	N/mm
				E=	**210.000,00**	N/mm2
				CC=	**0,2624**	mm

UNIVERSIDAD NEBRIJA

E=210.000N/mm2

CALCULO CC

l1	l2	l3	l	
165	150	110	425	mm
l3	l2/2	b	a	
110	75	185	240	mm



Tramo	Distancia mm	Diámetro Eje en mm.	Momento flector en Nmm	Momento de Inercia en mm^4	Cociente M/I en N/mm^3	Área del diagrama en N/mm^2
1	$a_1 = 110$	$d_1 = 40$	574.587	$I_1 = 125.663$	4,572	$A_1 = 377,19$
		$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,872	
2	$a_2 = 39,8$	$d_2 = 50$	835.764	$I_2 = 306.796$	2,72	$A_2 = 172,2$
	$a_3 = 34,3$	$d_2 = 50$		$I_2 = 306.796$	1,62	$A_3 = 162,75$
3	$a_4 = 36,7$	$d_3 = 35$	496.940	$I_3 = 73.661$	6,74	$A_4 = 370,7$

$E \cdot I \cdot \overline{C'C''} =$

Por semejanza de triángulos obtenemos ahora la distancia $\overline{CC''}$

$$\frac{\overline{CC''}}{240} = \frac{\overline{BB'}}{425}$$

De donde, $\overline{CC''} =$ ☐ *mm.*

Finalmente procedemos al cálculo de la flecha en C,

$\overline{CC'} =$ ☐ − ☐ = ☐ *mm.*

$$\omega_1 = 300 \cdot \sqrt{\frac{1}{\delta[cm]}} = 300 \cdot \sqrt{\frac{1}{cc'}} = \quad \text{rpm}$$

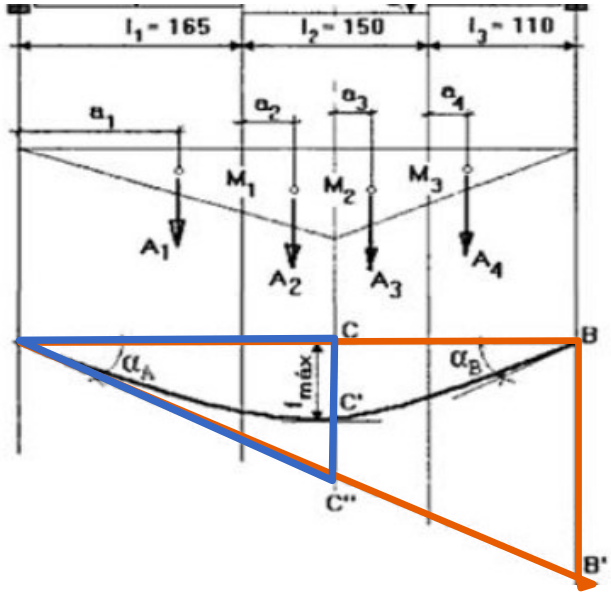
UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

igualmente procedemos al cálculo de $\overline{C'C''}$

$$E \cdot I \cdot \overline{C'C''} = A_1 \cdot 130 + A_2 \cdot 35{,}2; \quad \overline{C'C''} = \frac{55.096{,}1}{210.000} = 0{,}262 \text{ mm.}$$



Por semejanza de triángulos obtenemos ahora la distancia $\overline{CC''}$

$$\frac{\overline{CC''}}{240} = \frac{\overline{BB'}}{425}$$

BB=		0,9930	mm
l	a		
425		240	
CC=		0,993	
240		425	
CC=		0,561	mm

De donde, $\overline{CC''} = 0.560\ mm.$

Finalmente procedemos al cálculo de la flecha en C,

$$\overline{CC'} = 0{,}560 - 0{,}262 = 0{,}298\ mm.$$

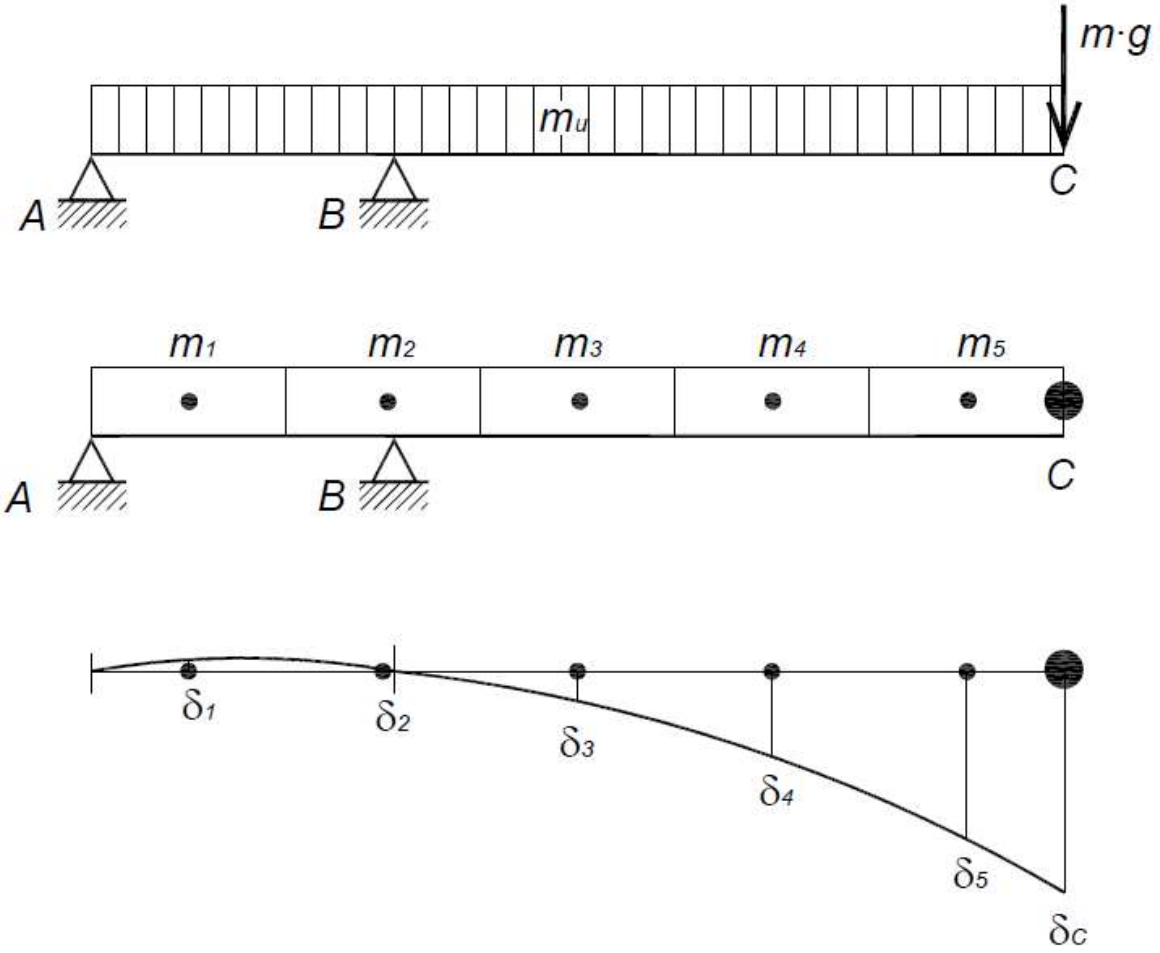
$$n_c = 300. \sqrt{\frac{1}{f_{cm}}} = 300. \sqrt{\frac{1}{0.0298}} = 1737\ rpm$$

$$\omega_1 = 300 \cdot \sqrt{\frac{1}{\delta[cm]}}; [rpm] \rightarrow \omega_1 = 300 \cdot \sqrt{\frac{1}{\delta[cm]}} = 300 \cdot \sqrt{\frac{1}{0{,}0296}} = 1745 \text{ rpm}$$

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

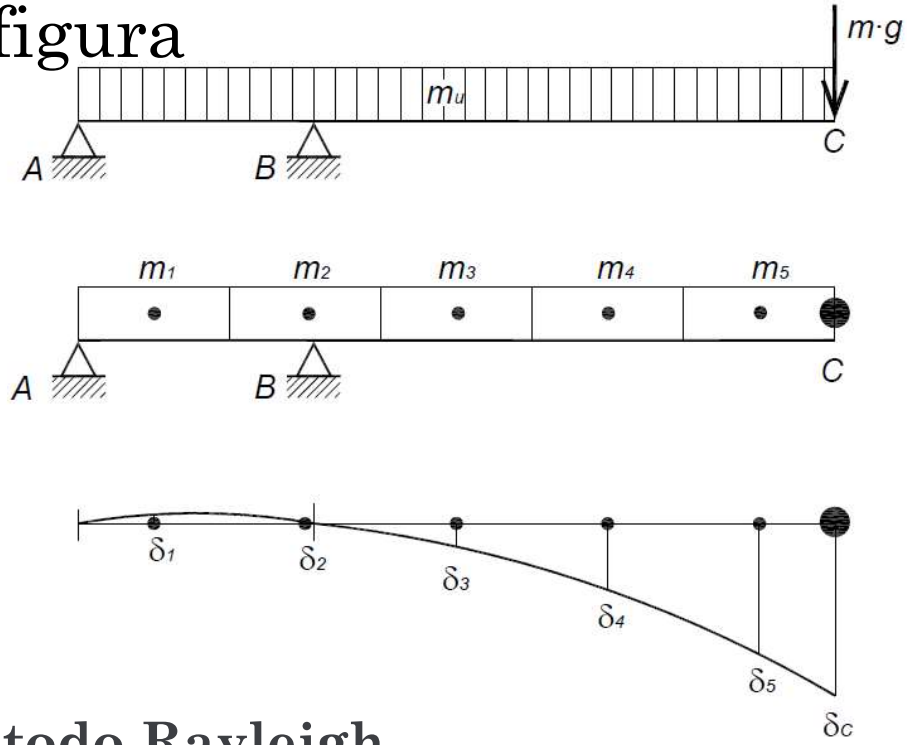
- EJERCICIO: Estimar la velocidad crítica del eje de la figura

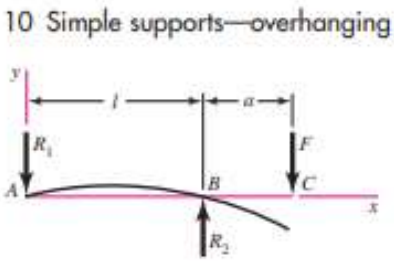


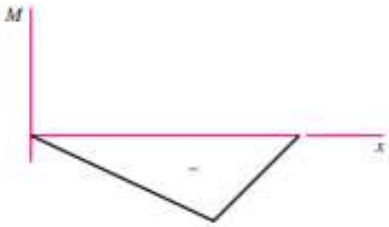
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

6. VELOCIDADES CRÍTICAS DE EJES

- EJERCICIO: Estimar la velocidad crítica del eje de la figura







10 Simple supports—overhanging load

$$R_1 = \frac{Fa}{l} \qquad R_2 = \frac{F}{l}(l+a)$$

$$V_{AB} = -\frac{Fa}{l} \qquad V_{BC} = F$$

$$M_{AB} = -\frac{Fax}{l} \qquad M_{BC} = F(x-l-a)$$

$$y_{AB} = \frac{Fax}{6EIl}(l^2 - x^2)$$

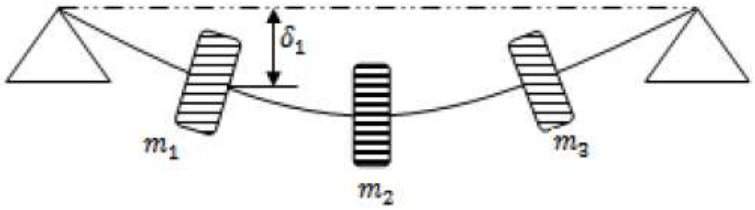
$$y_{BC} = \frac{F(x-l)}{6EI}[(x-l)^2 - a(3x-l)]$$

$$y_c = -\frac{Fa^2}{3EI}(l+a)$$

(cc

método Rayleigh

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g\sum w_i\delta_i}{\sum w_i\delta_i^2}}$$



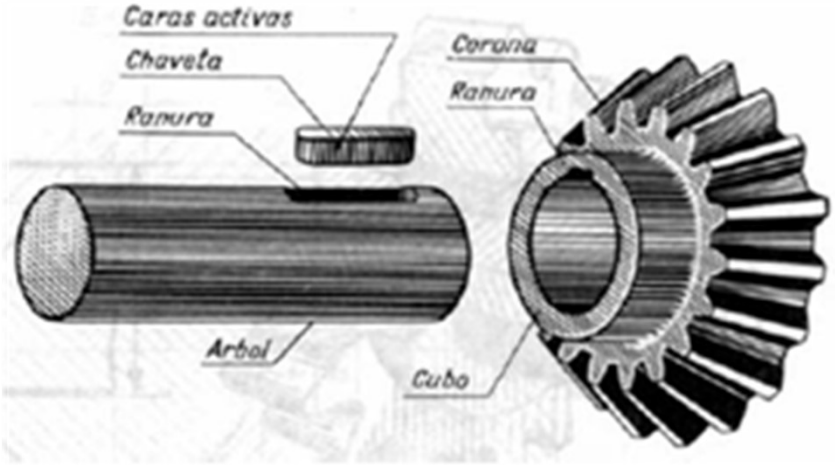
W_n = peso de la masa enésima.
δ_n = deformacion estatica en la masa enesima.
j = número de masas

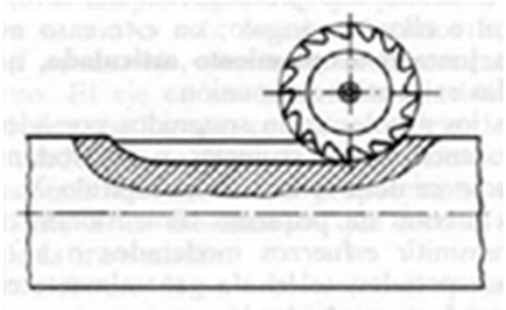
UNIVERSIDAD NEBRIJA

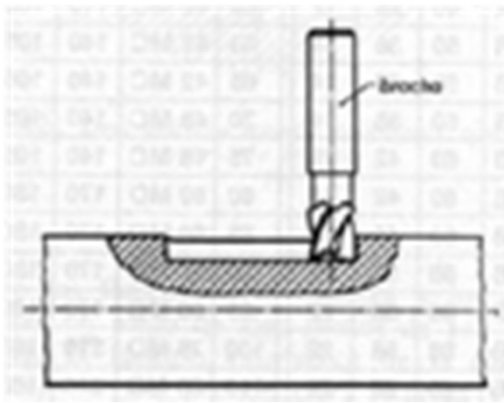
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

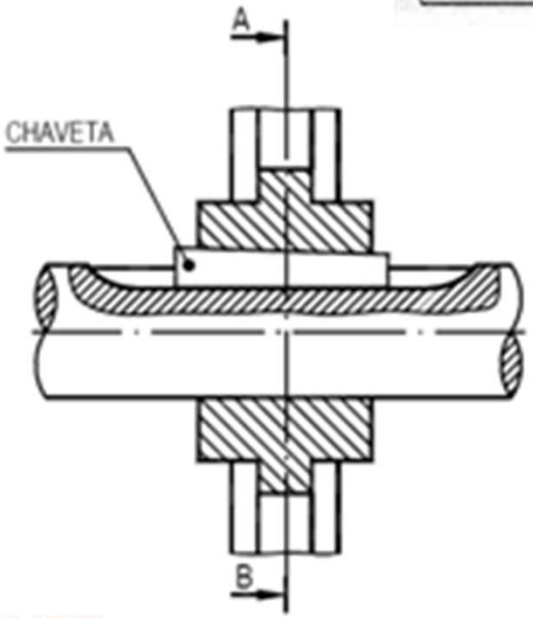
7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

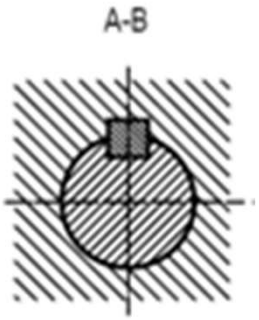
- Chavetas o cuñas







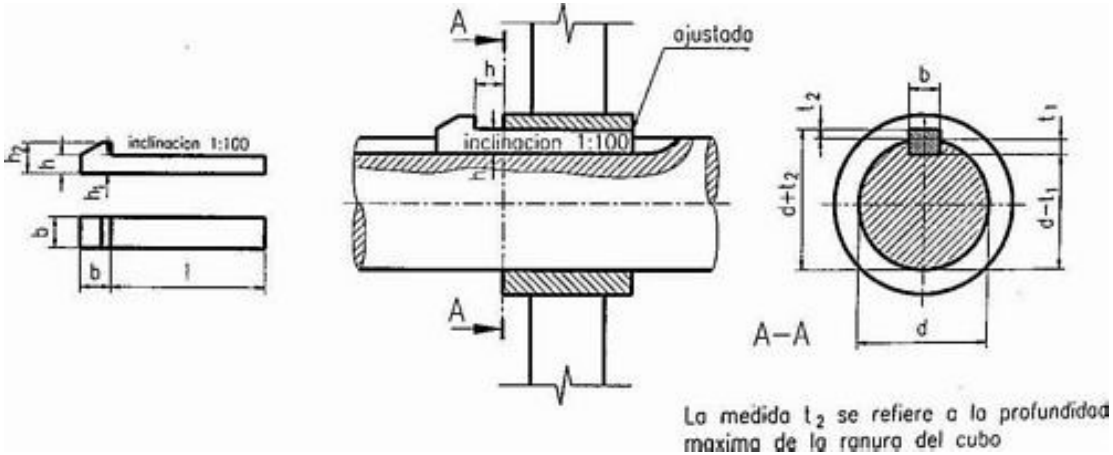


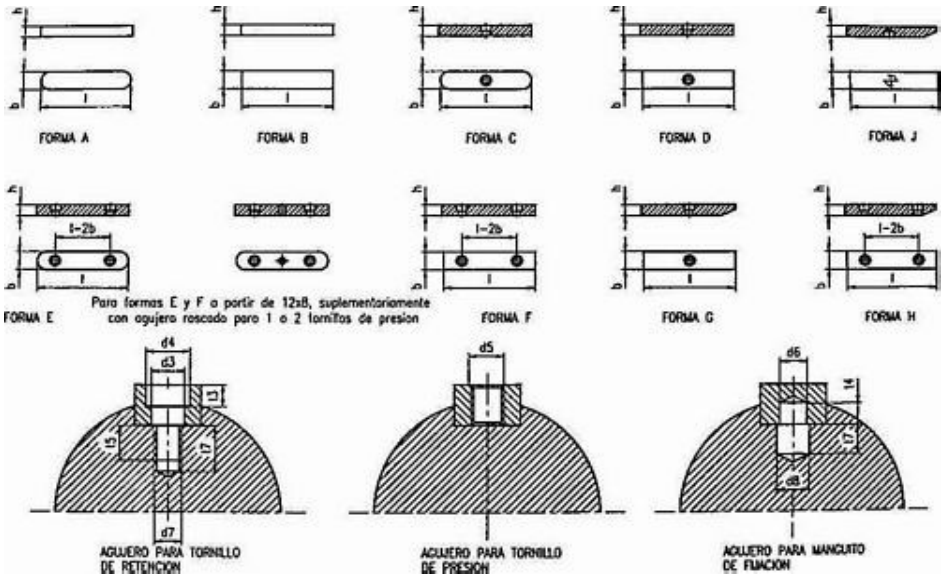


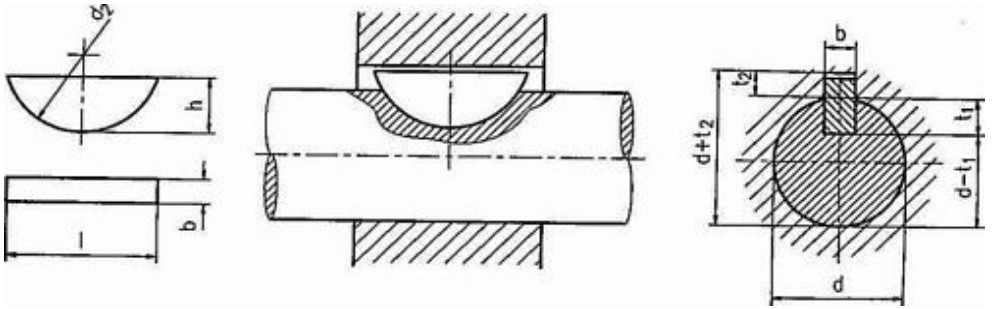
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Chavetas (o cuñas)

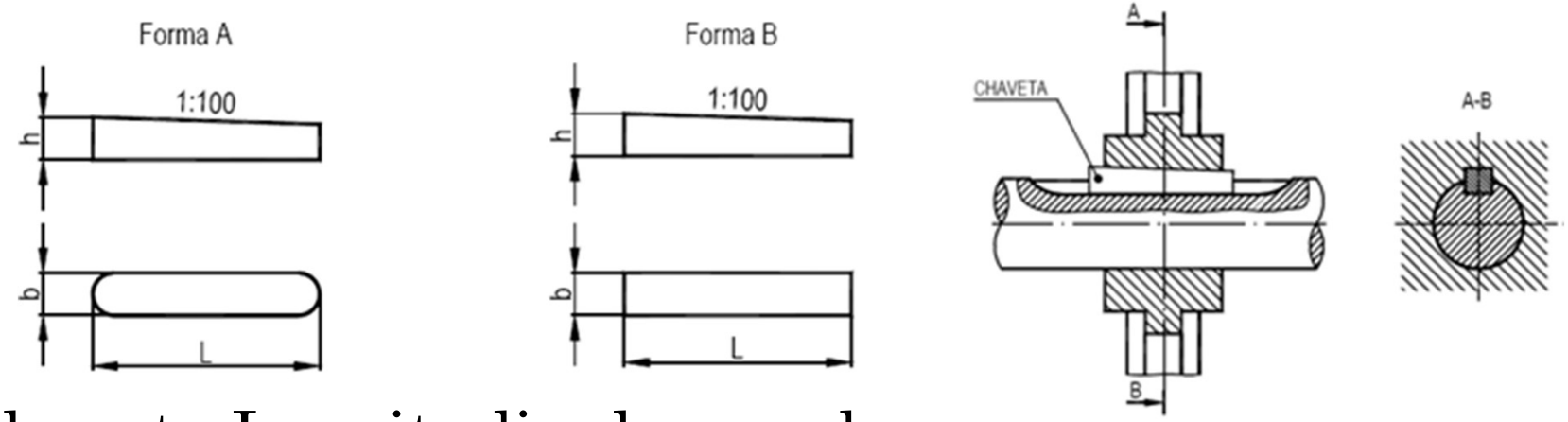




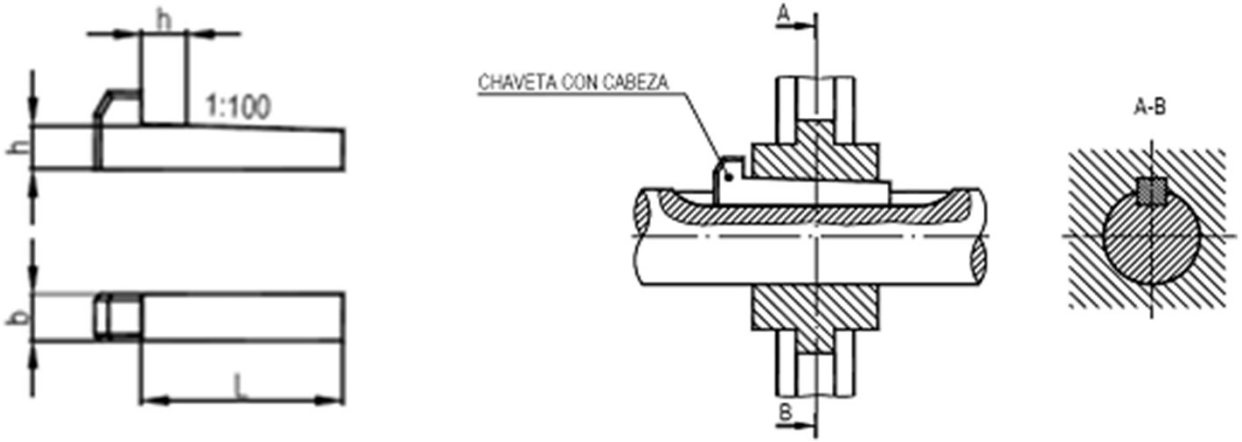


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Chaveta Longitudinal



- Chaveta Longitudinal con cabeza

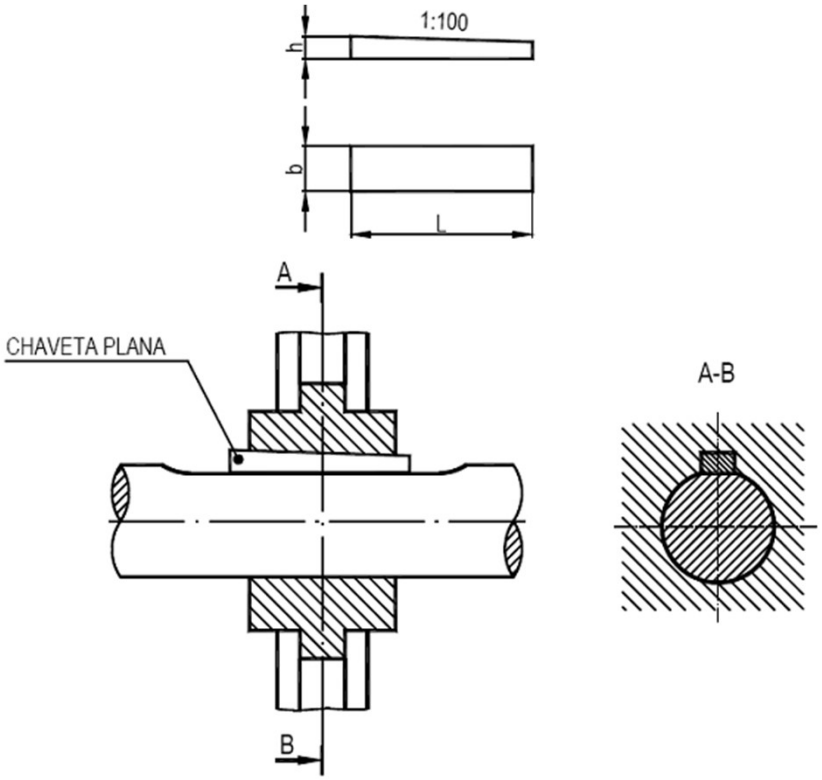


UNIVERSIDAD NEBRIJA

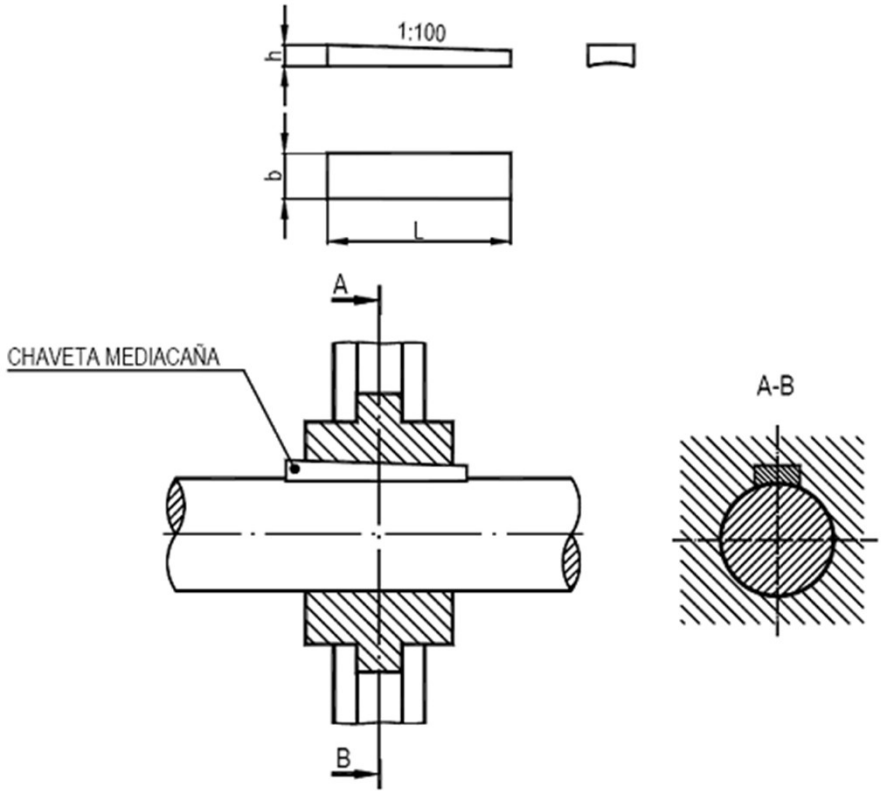
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Chaveta longitudinal Plana



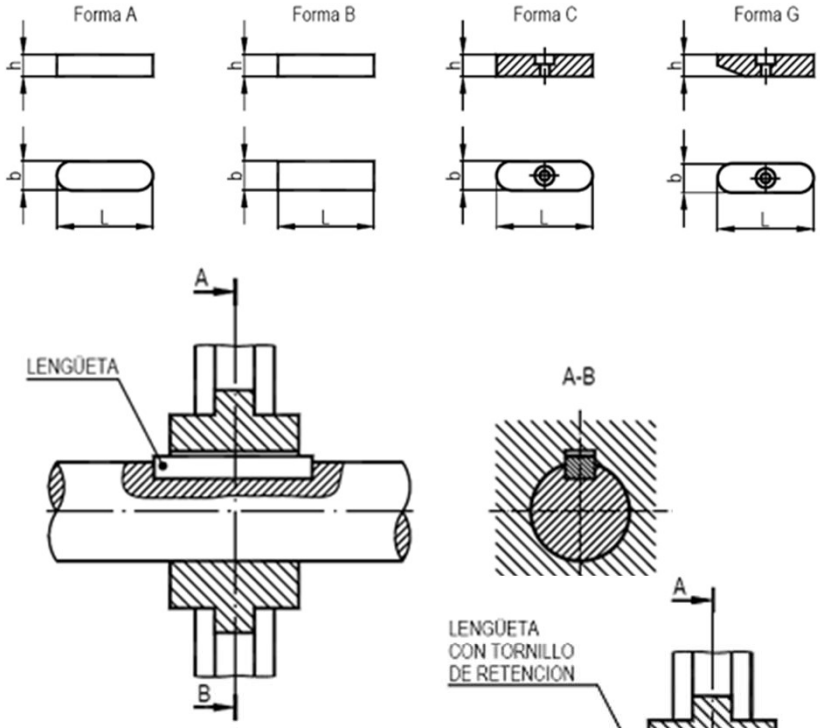
- Chaveta Longitudinal Media Caña



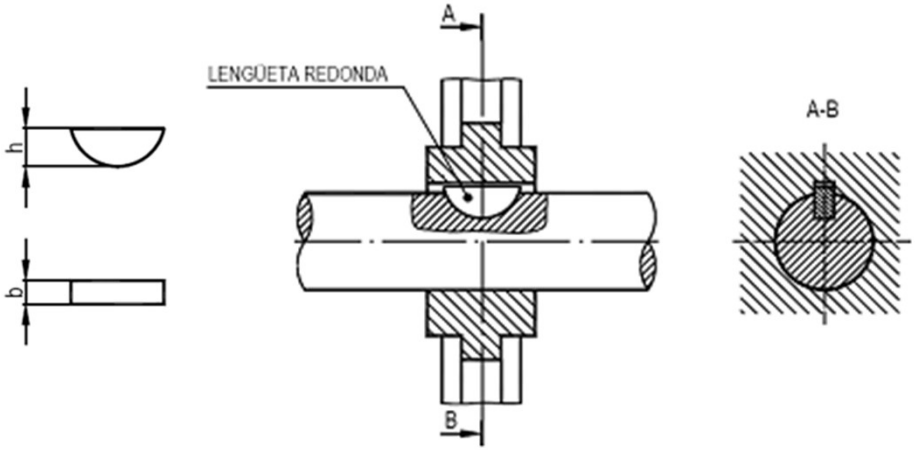
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Chaveta paralela o lengüeta



- Lengüeta redonda



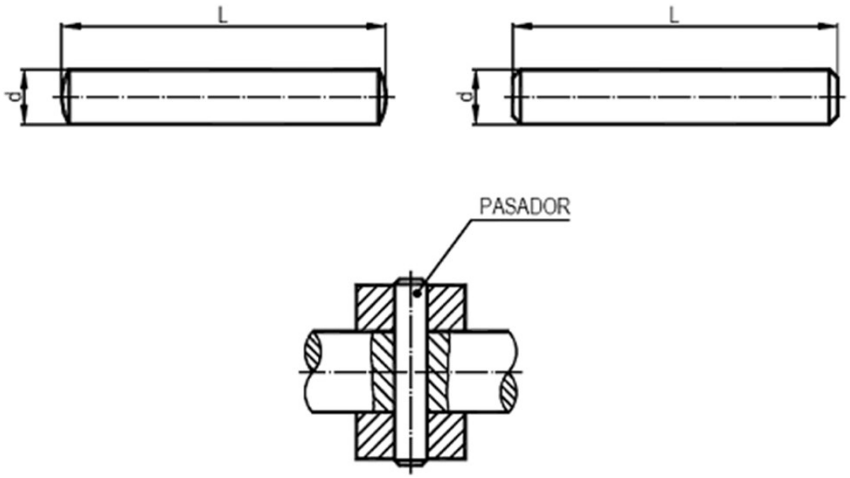
Dr. José Luis Olazagoitia

UNIVERSIDAD NEBRIJA

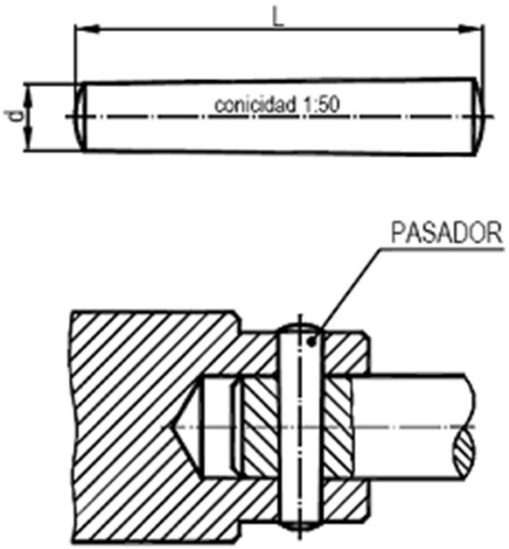
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Pasadores cilíndricos: Para unión de dos o más piezas. Ajuste por apriete

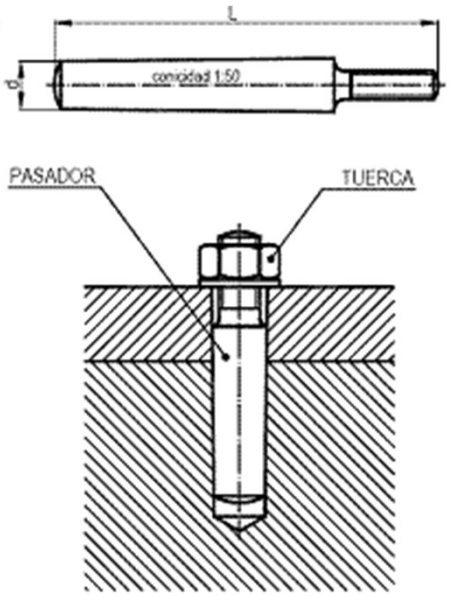


- Pasadores cónicos: Asegurar elementos mecánicos que se montan y desmontan con relativa frecuencia, puesto que la forma cónica del vástago facilita el centrado de las piezas. El alojamiento cónico del pasador se debe mecanizar una vez ensambladas las piezas.

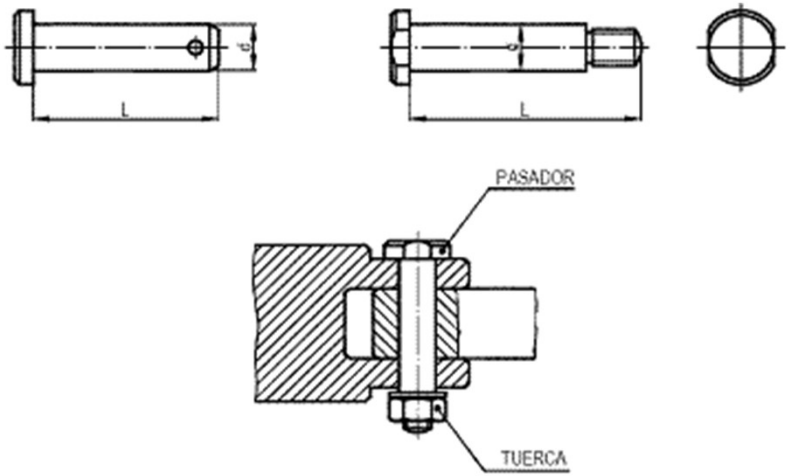


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Pasadores cónicos con espiga roscada: Se utiliza allí donde la extracción de un pasador cónico normal resultaría complicada. Al apretar la tuerca auxiliar, el pasador se extrae con facilidad.



- Pasadores ajustados con cabeza: Usado en articulaciones que tienen habitualmente juego en el cojinete. Se asegura por medio de arandelas y pasadores de aletas o bien va provisto de extremo roscado.

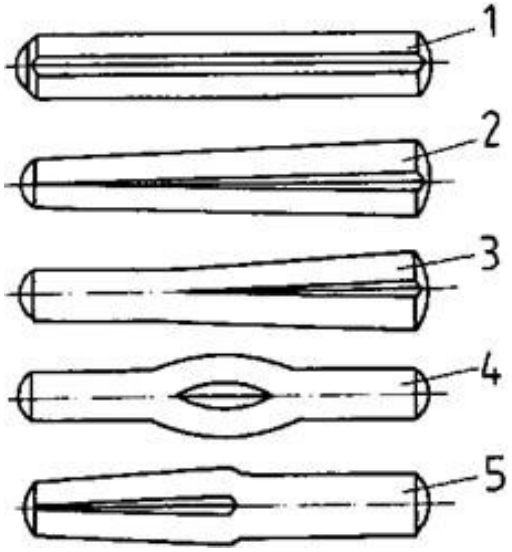


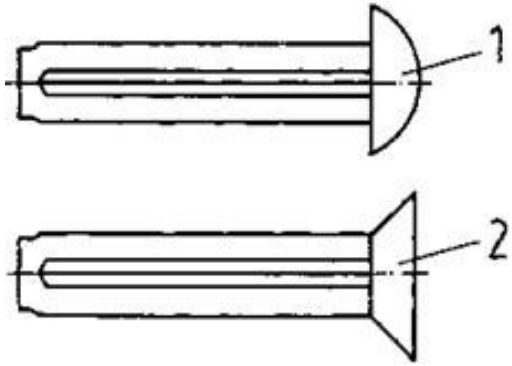
UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Pasadores estriados: Tienen tres entalladuras longitudinales a 120º. Se golpean en perforaciones sencillas, sin frotación. El asentamiento fijo resulta a través de la deformación elástica de los refuerzos de las entalladuras. Pueden usarse hasta 20 veces.



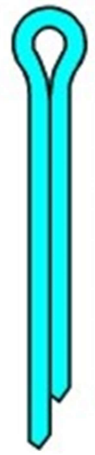


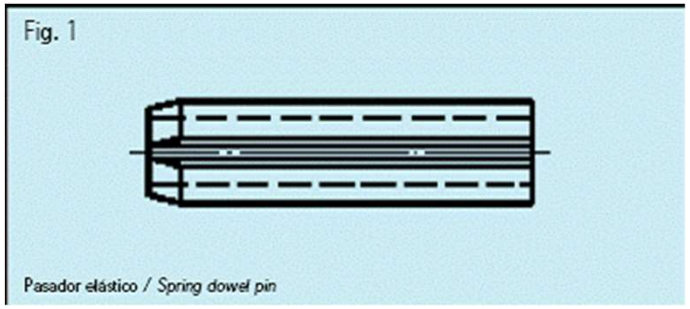
- Remaches estriados: Se diferencian en la forma de la cabeza.

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Pasadores de aletas. Formado por un alambre de sección semicircular plegado sobre sí mismo y permitiendo un oja que actúa de tope y facilita su extracción. Una vez introducido en su alojamiento se doblan en sentido opuesto sus extremos produciendo su fijación.



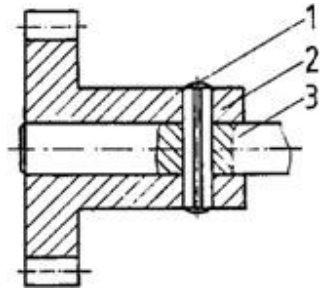


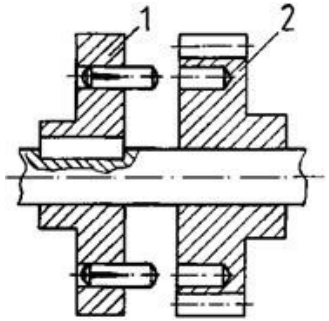
- Pasadores elásticos: Cilindro hueco con ranura longitudinal y un chaflán para facilitar su introducción (diámetro exterior mayor que el nominal). Al introducirse en el taladro queda comprimido y retenido.

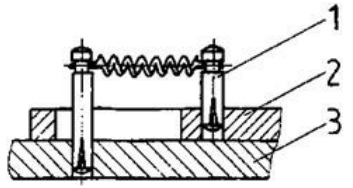
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

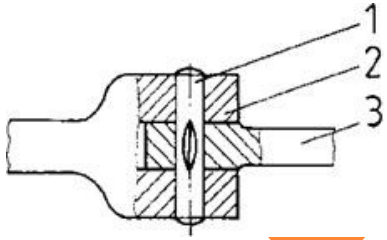
7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Tipos de uniones con pasadores.
  - Con pasadores de fijación. Para momentos de giro muy reducidos. Todos los tipos de pasadores.
  - Unión con pasador de arrastre. Arrastre de una pieza de una máquina a través de otra. Engranajes conmutables o embragues (pasadores cilíndricos, de ajuste estriados y elásticos)
  - Unión con pasador de sujeción. Mantener fija una pieza a otra (Cilíndricos y estriados)
  - Unión con pasador de articulación. Unión giratoria de dos piezas. (Pasadores cilíndricos, estriados cilíndricos)









UNIVERSIDAD NEBRIJA

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

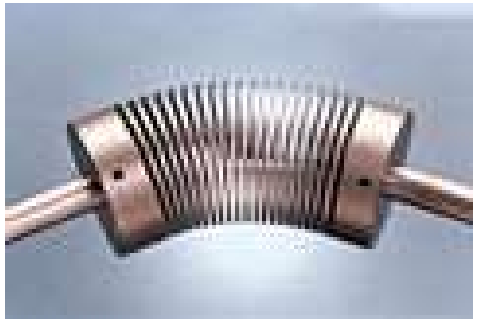
7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Acoplamientos
  - Rígidos: fijan dos flechas sin permitir ningún movimiento relativo entre ambas, aunque durante el ensamble es posible algo de ajuste axial. Se emplean cuando la precisión y la fidelidad de la transmisión del par de torsión es de primerísima importancia

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

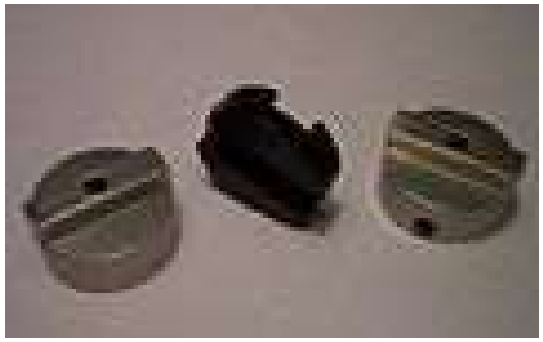
7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Acoplamientos flexibles: transmiten par cuando dos ejes están ligeramente desalineados (hasta 3º) y descentrados.
  - De rejilla

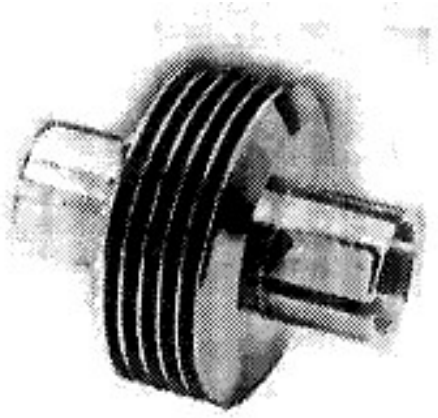


  - Oldham

http://youtu.be/4oUFbv927nU

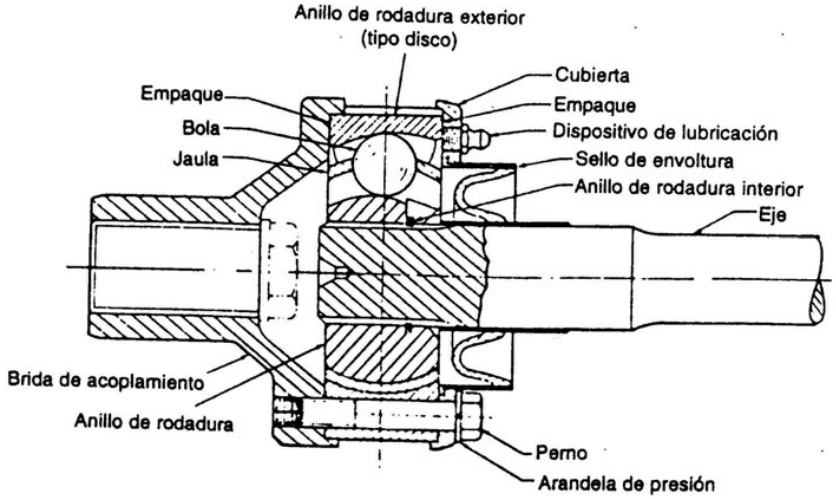


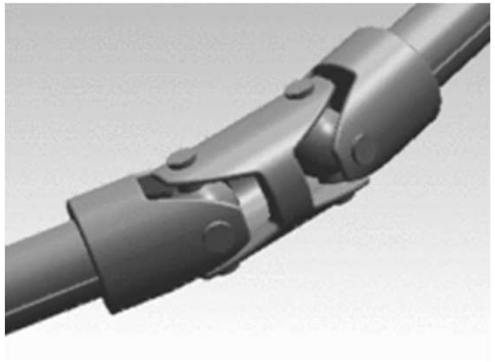
  - De fuelle metálico

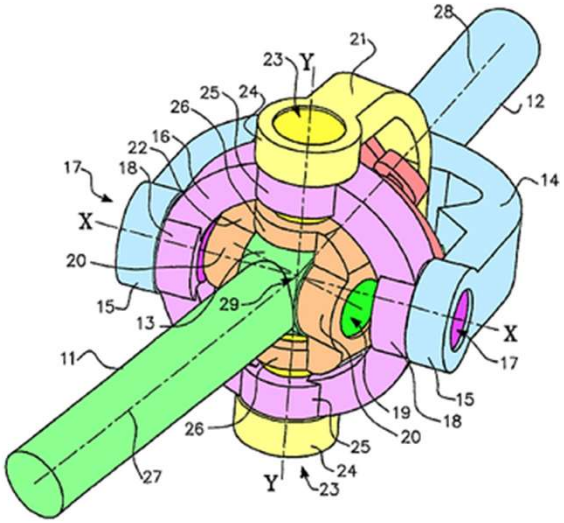


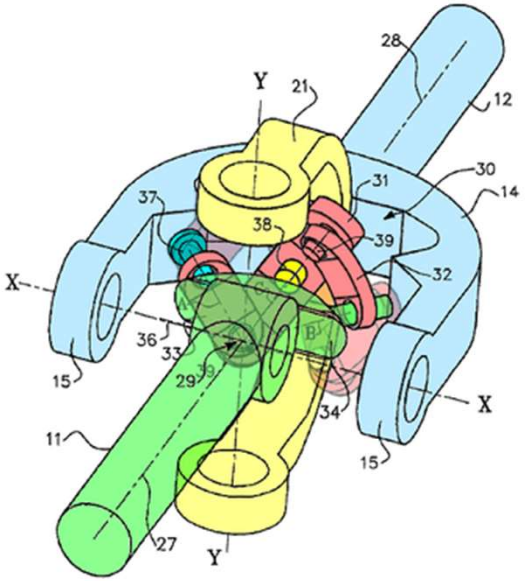
DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Acoplamientos flexibles:
  - De velocidad constante
    - Rzeppa.
    - Doble cardan







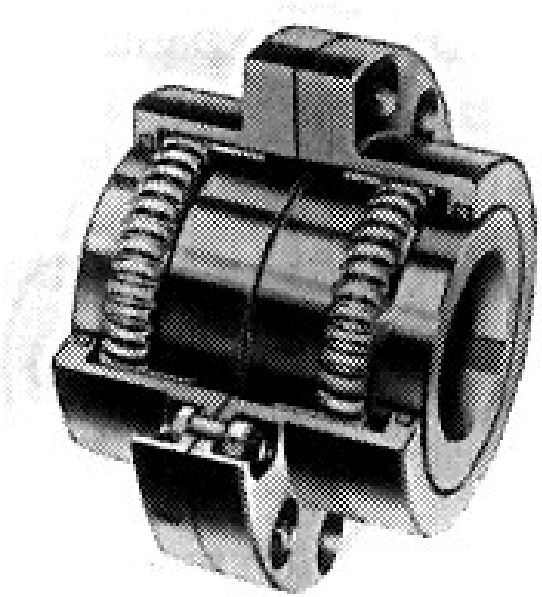


DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Acoplamientos flexibles:
  - De estrella:

- Acoplamientos flexibles:
  - De engrane:



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

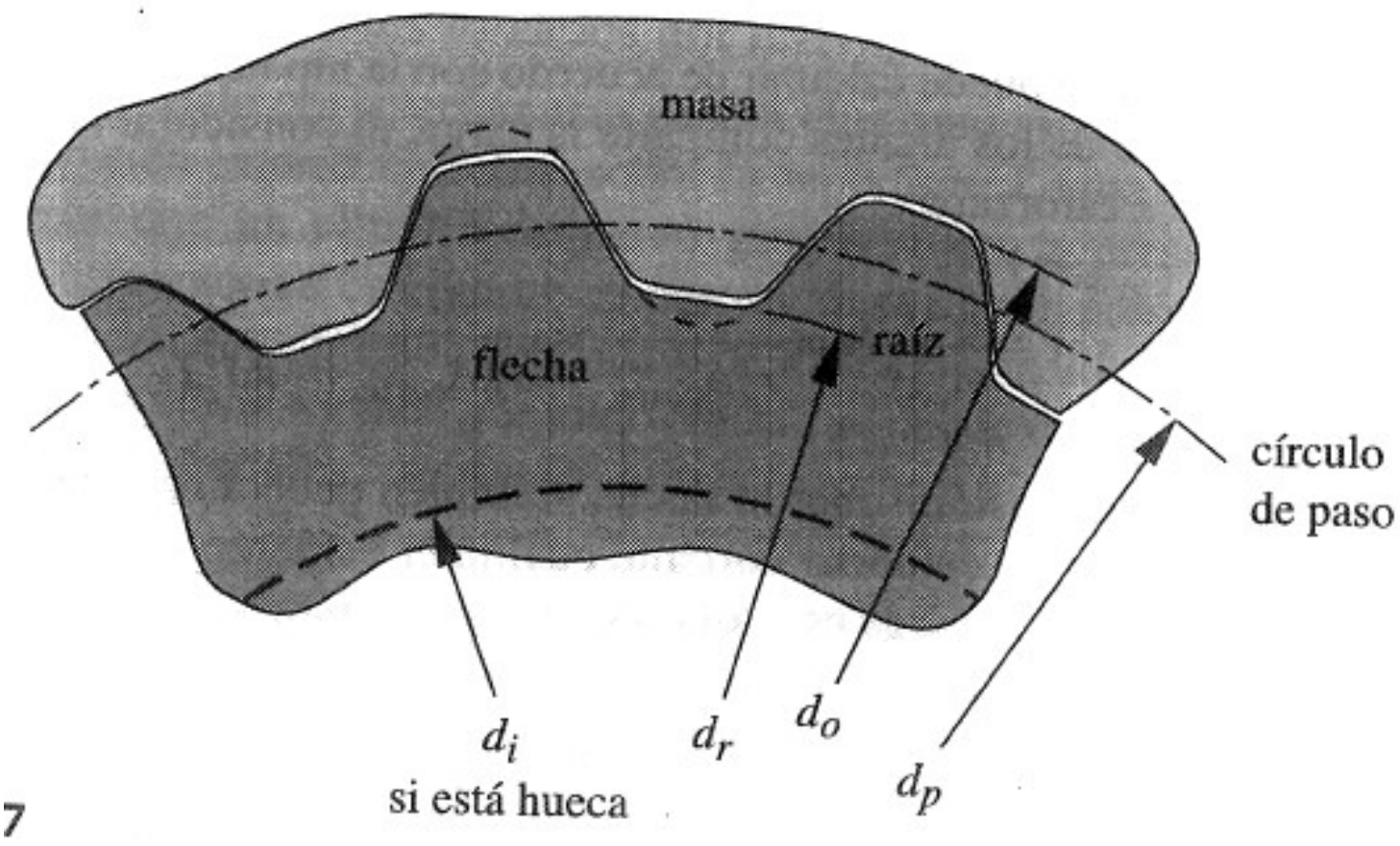
- Acoplamientos:

TABLA 9-7 Características de varios tipos de acoplamientos

Clase	Desalineación tolerada				Comentarios
	Axial	Angular	Paralelo	Torsional	
Rígida	grande	ninguna	ninguna	ninguna	requiere alineación precisa
Quijadas	ligera	ligera (<2°)	ligera (3% *d*)	moderada	absorción de impactos—juego de importancia
De engrane	grande	ligera (<5°)	ligera (<1/2% *d*)	ninguna	ligero juego—gran capacidad de par de torsión
Helicoidal	ligera	ninguna	ninguna	ninguna	ligero juego—gran capacidad de par de torsión
Helical	ligera	grande (20°)	ligera (<1% *d*)	ninguna	pieza compacta no hay juego
Fuelle	ligera	grande (17°)	moderado (20% *d*)	ninguno	sujeto a falla por fatiga
Disco flexible	ligero	ligero (3°)	ligero (2% *d*)	ligero a ninguno	absorción de impacto—no hay juego
De eslabones (Schmidt)	ninguno	ligero (5°)	grande (200% *d*)	ninguno	no hay juego—no hay cargas laterales en la flecha
Hooke	ninguno	grande	grande (en pares)	ninguno	pequeño juego—variación de velocidad a menos de que se utilice en pares
Rzeppa	ninguno	grande	ninguno	ninguno	velocidad constante

DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES
7. COMPONENTES DIVERSOS DE LOS EJES

- Ranuras:



DISEÑO DE EJES Y ÁRBOLES

- Ejercicios resueltos:
  - Shigley 7-1 a 7-6
  - Norton. Ejemplos 9-1 a 9-8