PRESENTACION MABH IME 108 – CÁLCULO, DISEÑO Y ENSAYO DE MÁQUINAS

TEMA 2.

RESISTENCIA ESTÁTICA

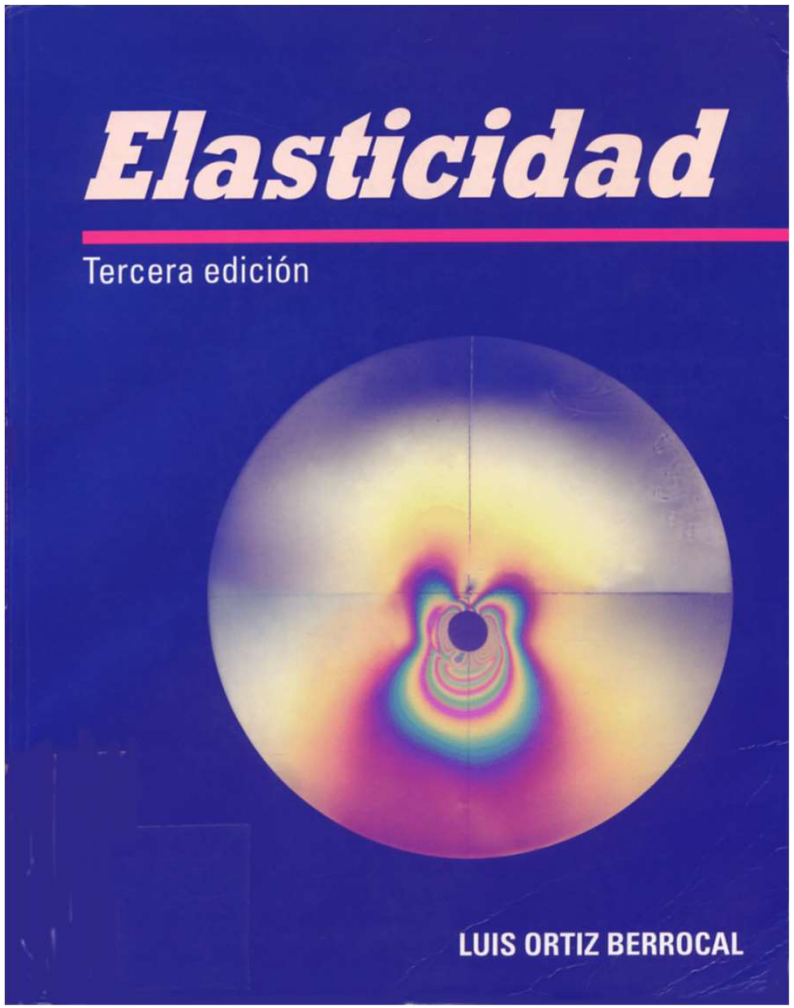
RESISTENCIA ESTÁTICA

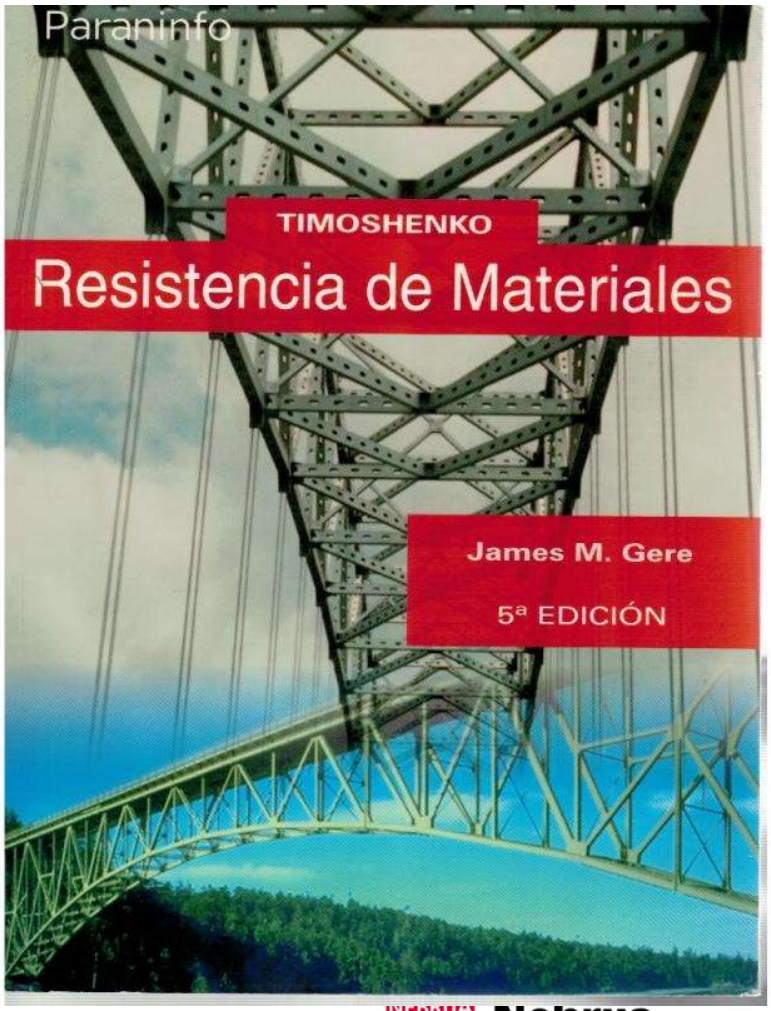
1. Cargas. Estado tensional.
2. Círculo de Mohr
3. Tensiones octaédricas
4. Deformaciones
5. Más conceptos básicos
6. Tipos de cargas
7. Fallo con cargas estáticas
8. Criterios de fallo
9. Concentración de tensiones

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

Bibliografía de apoyo Resistencia Estatica

- **Elasticidad – Luis Ortiz Berrocal**
- **Resistencia de materiales-Timoshenko.**

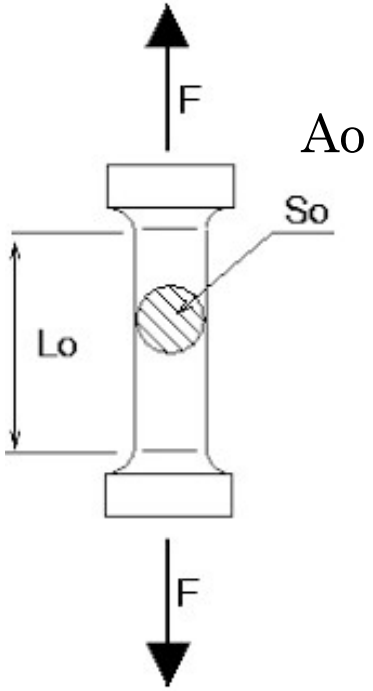


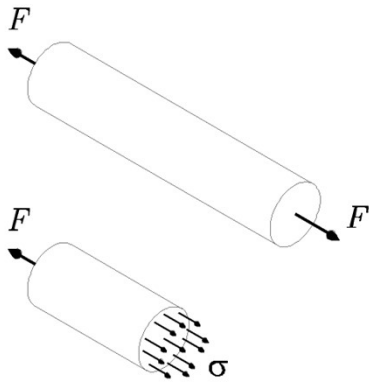


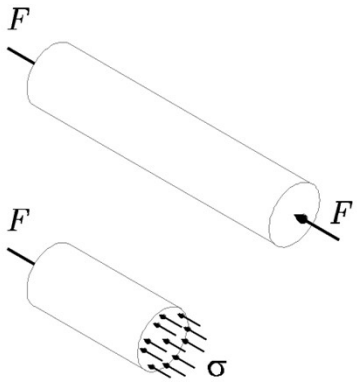
Nebrija Universidad
MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- fuerzas de superficie: presión de un cuerpo sobre otro, la presión hidrostática, etc. Las nombraremos como $\vec{f}_{\Sigma}$, se designan como $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
- fuerzas de volumen: fuerzas gravitacionales, de inercia o magnéticas. Las nombraremos $\vec{f}_{\Omega}$, con subíndices X, Y, Z
- En mecánica llamamos **esfuerzo o tensión** a la fuerza que actúa por unidad de superficie (área), es decir, es el cociente entre la fuerza y la superficie en la que se aplica.







FORMULA DE LA TENSIÓN

$$\sigma_e = \frac{F}{A_0}$$

σ_e = Tensíon

F = Fuerza Aplicada

A_0 = Sección Inicial

Sistema internacional:		
Fuerza	(N)	(N)
Área	(m^2)	(mm^2)
Esfuerzo	(Pa)	(MPa)

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

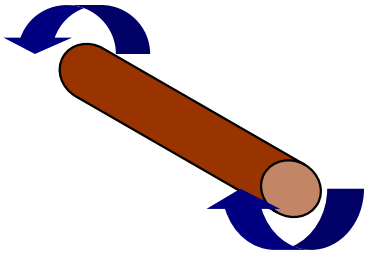
RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

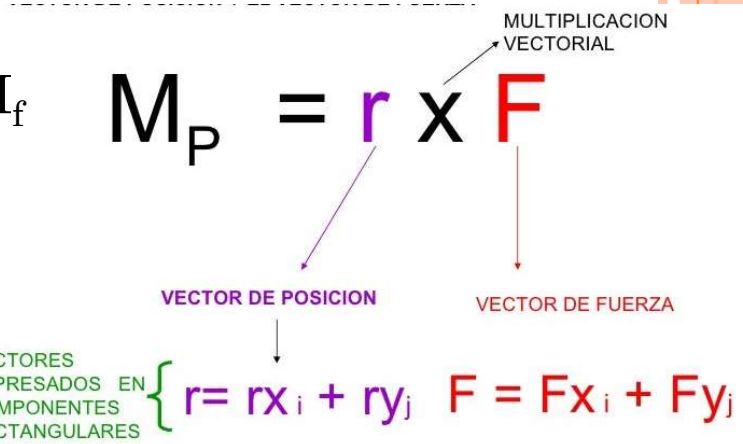
- Fuerzas y Momentos
  - Fuerzas axiales

  - Fuerzas cortantes

  - Momento. El momento de una fuerza respecto a un punto o respecto a un eje es una medida de la tendencia de la fuerza a hacer girar o deformar el cuerpo alrededor del punto o del eje.
    - Momento Flector

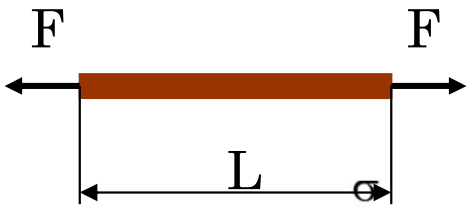
    - Momento de Torsión

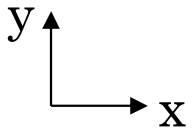




RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Esfuerzos uniformemente distribuidos. Ej.
  - Barra prismática sometida a tracción. Ensayo de tracción.

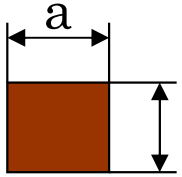




$$\vec{\sigma} = \lim_{\Delta\Omega \to 0} \frac{\vec{\Delta f}}{\Delta\Omega} = \frac{\vec{df}}{d\Omega}$$

$$\begin{cases} \sigma_x = \dfrac{F}{A} \\ \sigma_y = 0 \\ \sigma_z = 0 \end{cases}$$

Sección transversal

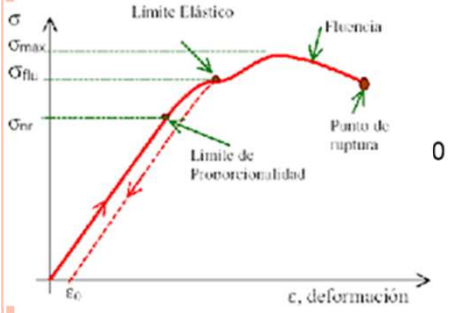


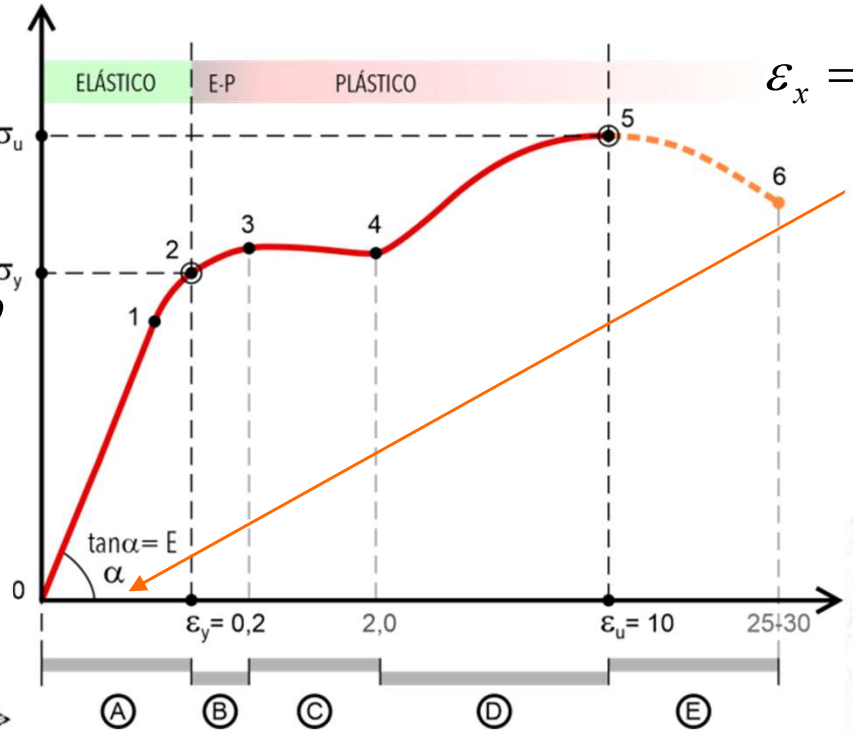
$$A = a \cdot b$$

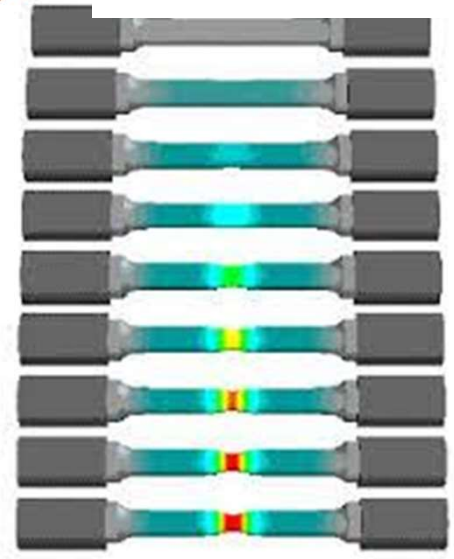
$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L} \qquad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

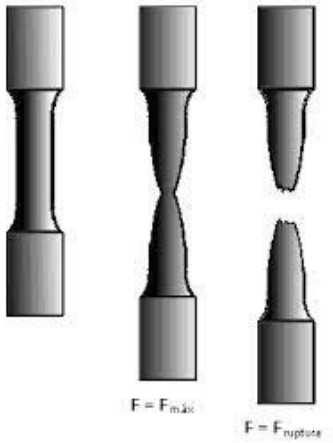
Ley de Hooke

E : Módulo de elasticidad (Young)









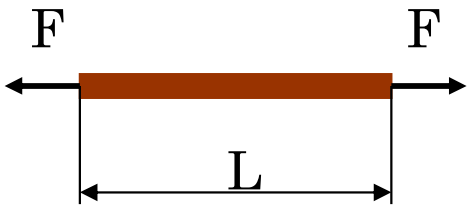
RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

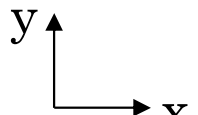
G : Módulo de elasticidad transversal

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$G = \frac{\tau}{\gamma},$$

- Deformaciones trasversales.





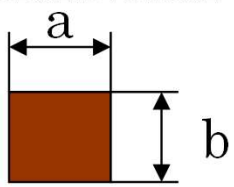
$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_z = -\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L}$$

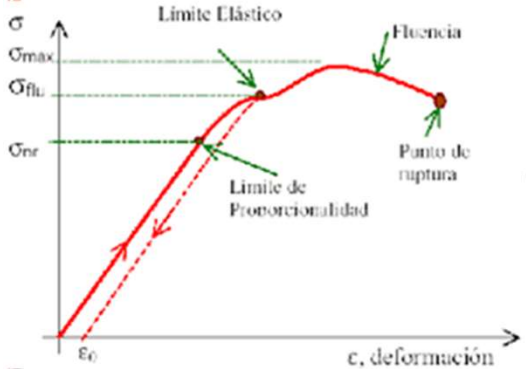
Sección transversal

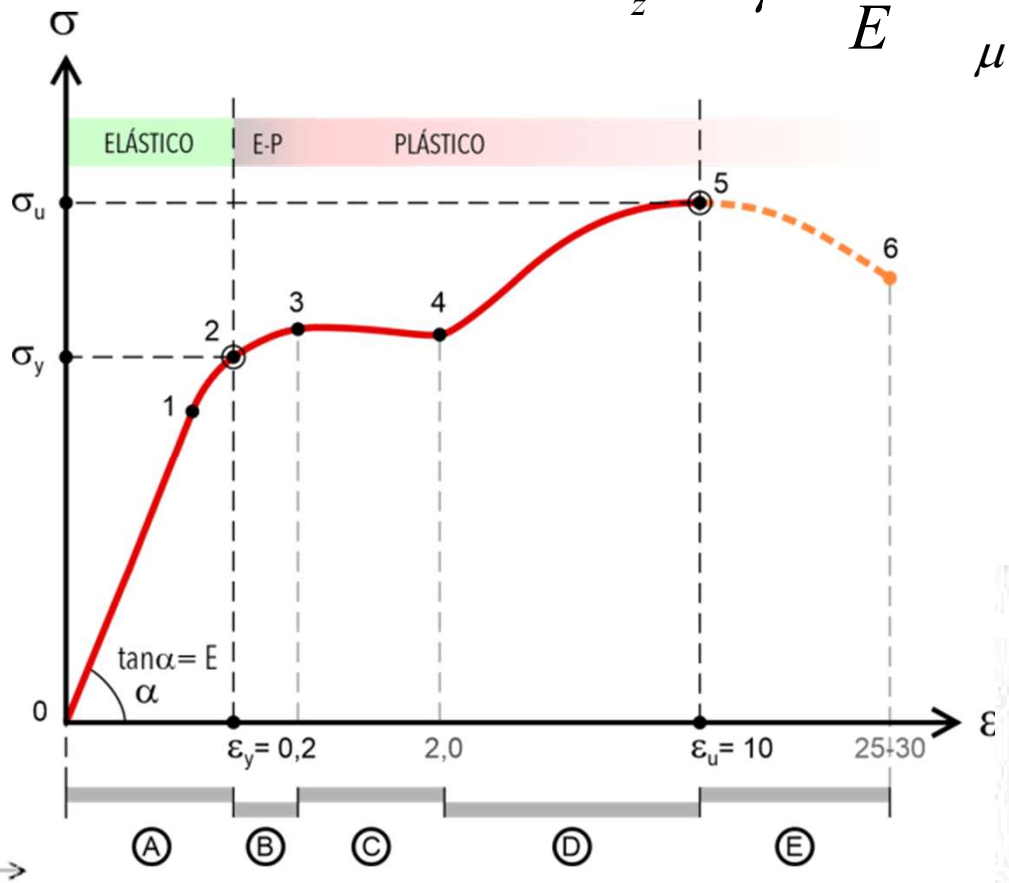


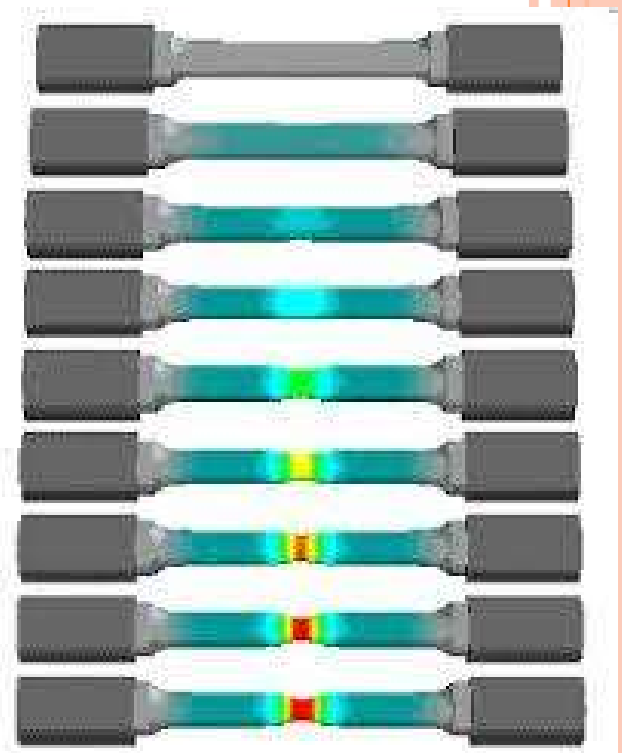
$$A = a \cdot b$$

E : Módulo de elasticidad (Young

μ : Coeficiente de Poisson





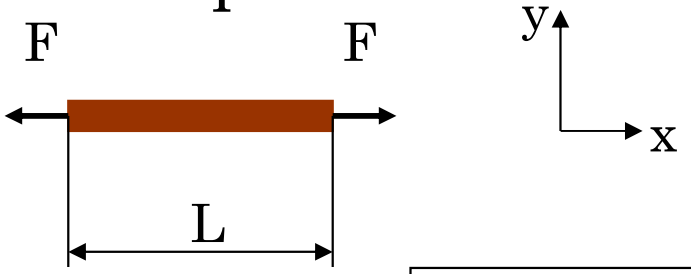


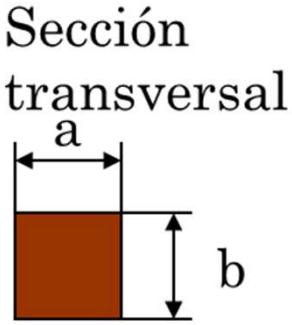
RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Rigidez
  - Relación entre fuerza y desplazamiento.

$$K = \frac{F}{u}$$ Unidades: [N/m]

- Barra prismática sometida a tracción.





$$A = a \cdot b$$

$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$$

$$F = \sigma_x \cdot A$$

$$\Delta L = \varepsilon_x \cdot L$$

$$K = \frac{F}{\Delta L}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L}$$

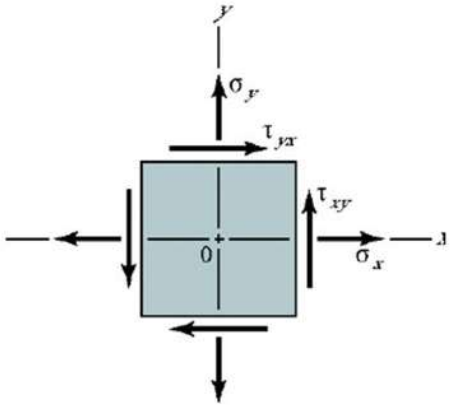
$$K = \frac{\sigma_x \cdot A}{\varepsilon_x \cdot L} = \frac{E \cdot A}{L}$$

Rigidez de la barra

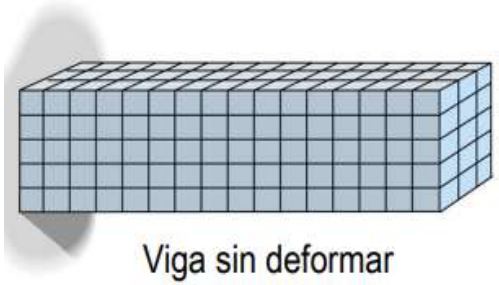
- O sea, la rigidez depende del material, la sección y la longitud de la barra.

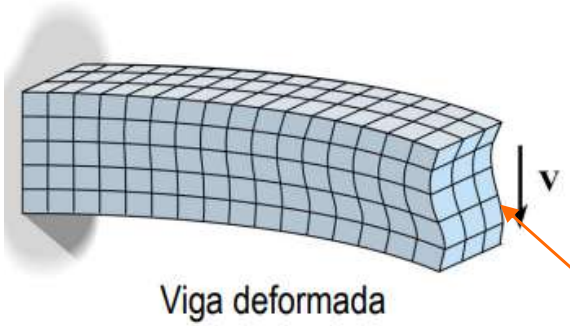
Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS



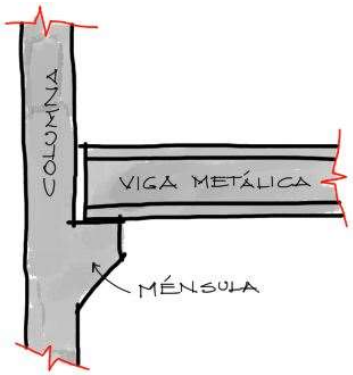
- Esfuerzos cortantes. Ej.

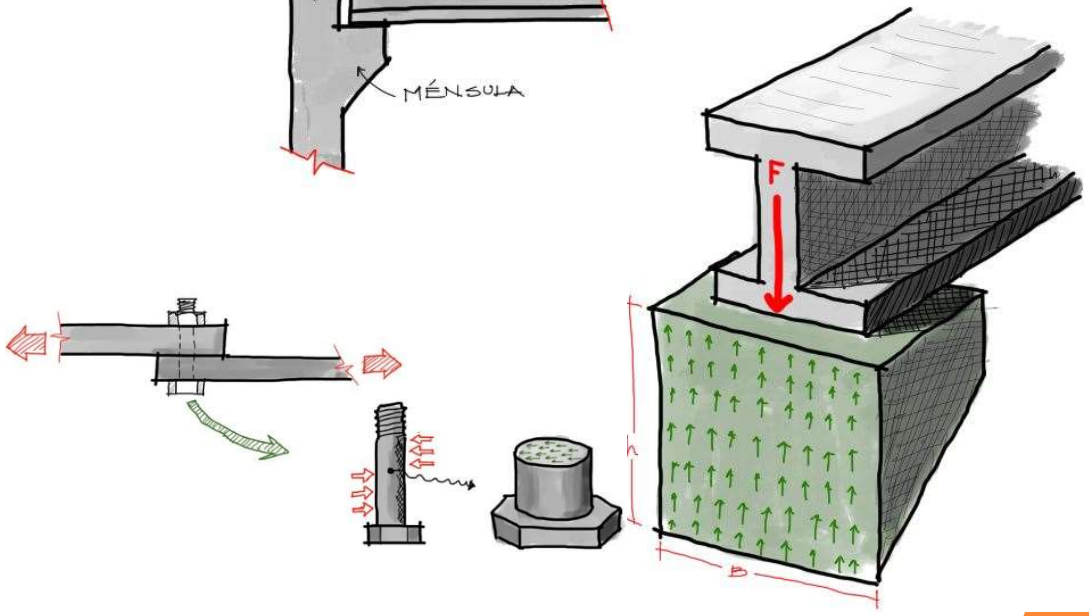

Viga sin deformar



Viga deformada

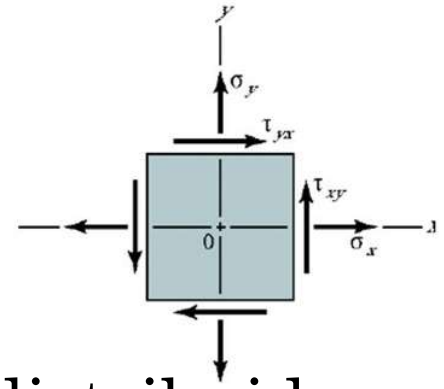
Alabeo



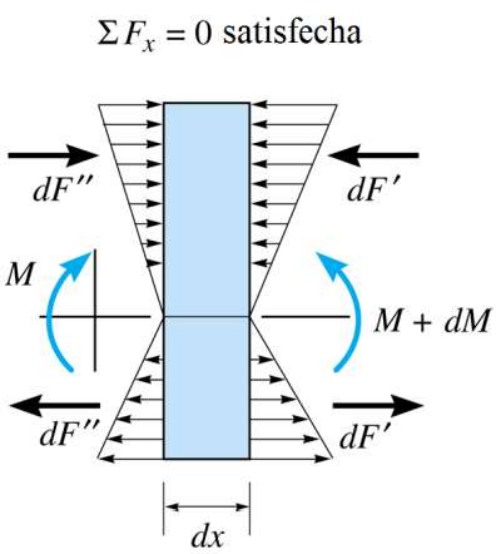


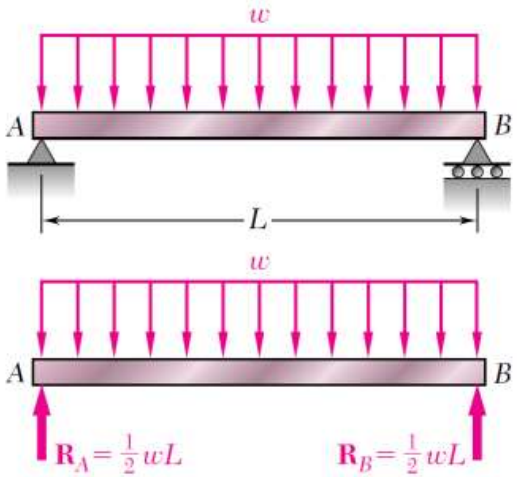
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

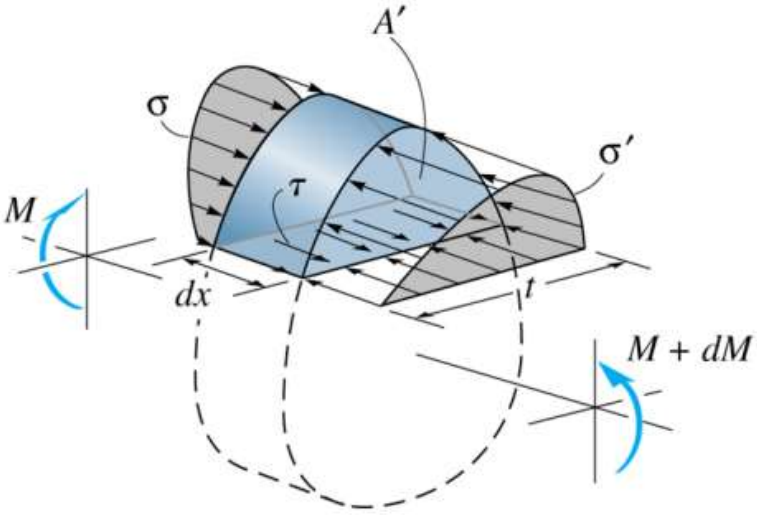
RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

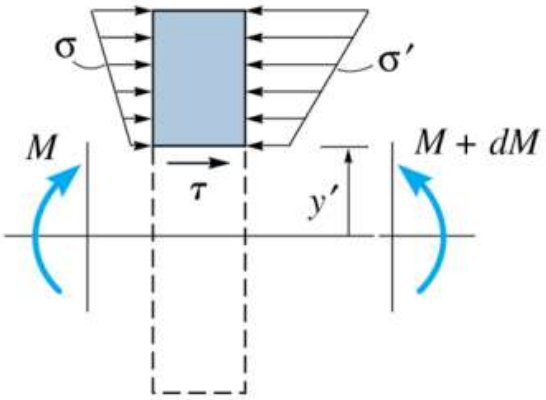


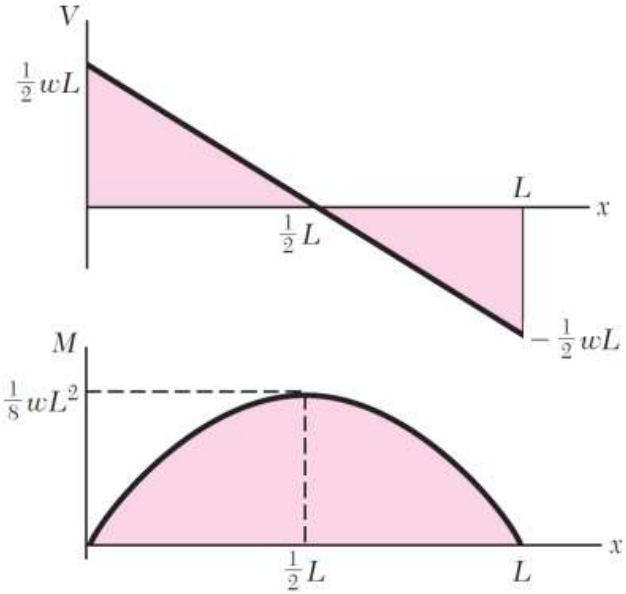
- Esfuerzos cortantes. Ej. Viga con carga distribuida.







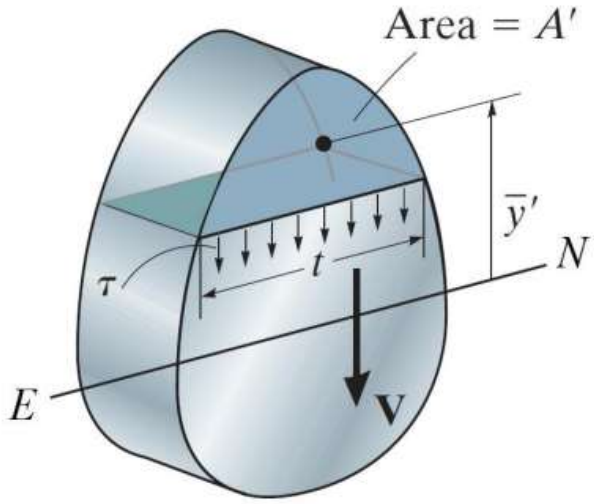




RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Esfuerzos cortantes

$$\tau = \frac{VQ}{I\,t}$$

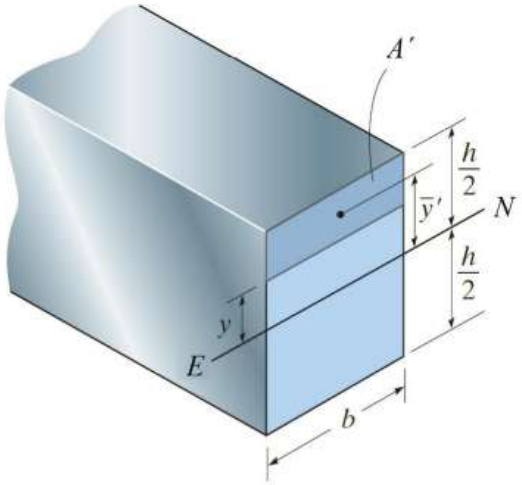


τ: Esfuerzo cortante en un punto de la sección transversal a una distancia y' del eje neutro $[Pa]$
V: Fuerza cortante interna $[N]$
t: Ancho de la sección transversal medido en el punto donde τ es evaluado $[m]$
I: Momento de inercia de toda el área de la sección respecto al eje neutro $[m^4]$
$Q = \bar{y}'A'$, donde A' es la porción del área de la sección definida por el corte, $\bar{y}'$ es la distancia al centroide de A' medida desde el eje neutro $[m^3]$.

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Esfuerzos cortantes. Viga rectangular.

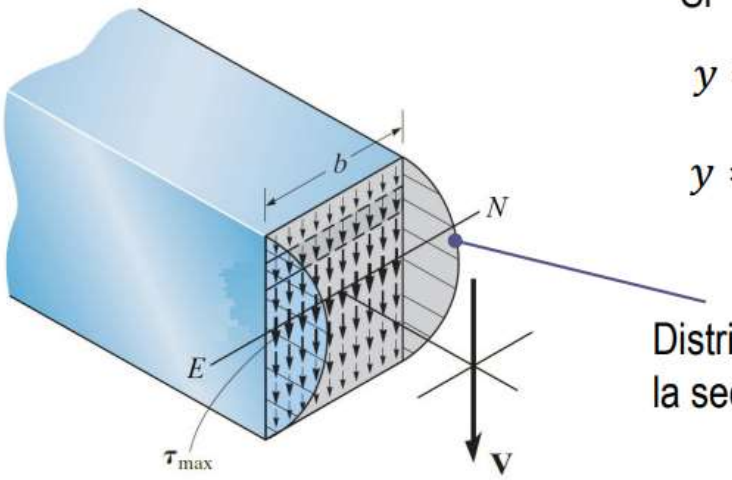
τ: Esfuerzo cortante en un punto de la sección transversal a una distancia y' del eje neutro $[Pa]$
V: Fuerza cortante interna $[N]$
t: Ancho de la sección transversal medido en el punto donde τ es evaluado $[m]$
I: Momento de inercia de toda el área de la sección respecto al eje neutro $[m^4]$
$Q = \bar{y}'A'$, donde A' es la porción del área de la sección definida por el corte, $\bar{y}'$ es la distancia al centroide de A' medida desde el eje neutro $[m^3]$.



Sección transversal -

$$\tau = \frac{VQ}{I\,t}$$

$$\tau = \frac{6\,V}{bh^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

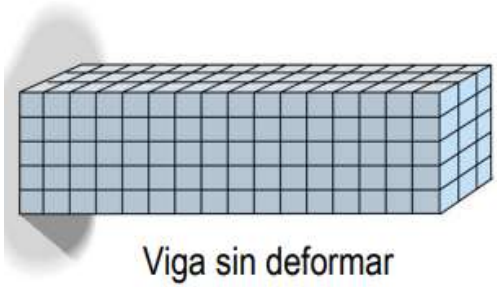


Si

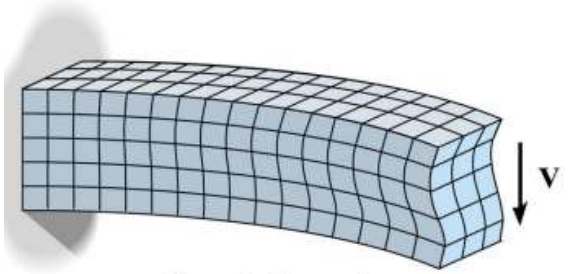
$$y = \pm\frac{h}{2} \quad \rightarrow \quad \tau = 0$$

$$y = 0 \quad \rightarrow \quad \tau_{máx} = 1.5\frac{V}{A}$$

Distribución del esfuerzo cortante sobre la sección transversal es **parabólica.**



Viga sin deformar



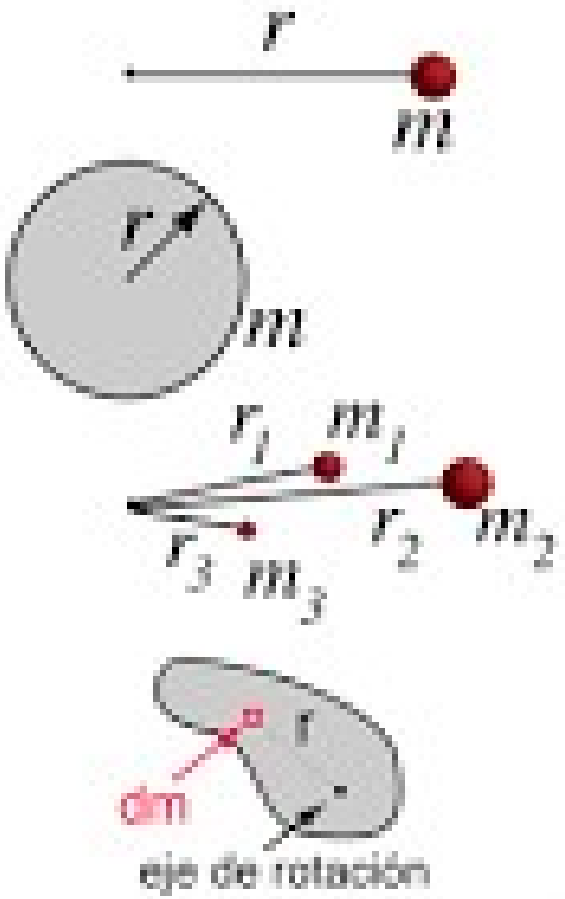
Viga deformada

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Momento de Inercia.



$$I = mr^2$$

Para una masa puntual el momento de inercia es el producto de la masa por el radio al cuadrado.

$$I = kmr^2$$

Para una colección de masas puntuales (abajo) el momento de inercia es justo la suma de las momentos de inercia de los masas.

Para un objeto con un eje de simetría, el momento de inercia es una fracción del que tendría si toda la masa estuviera concentrada en el radio r.

$$I = \sum_i m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots$$

Suma de los momentos de inercia de las masas puntuales

$$I = \int_0^M r^2 dm$$

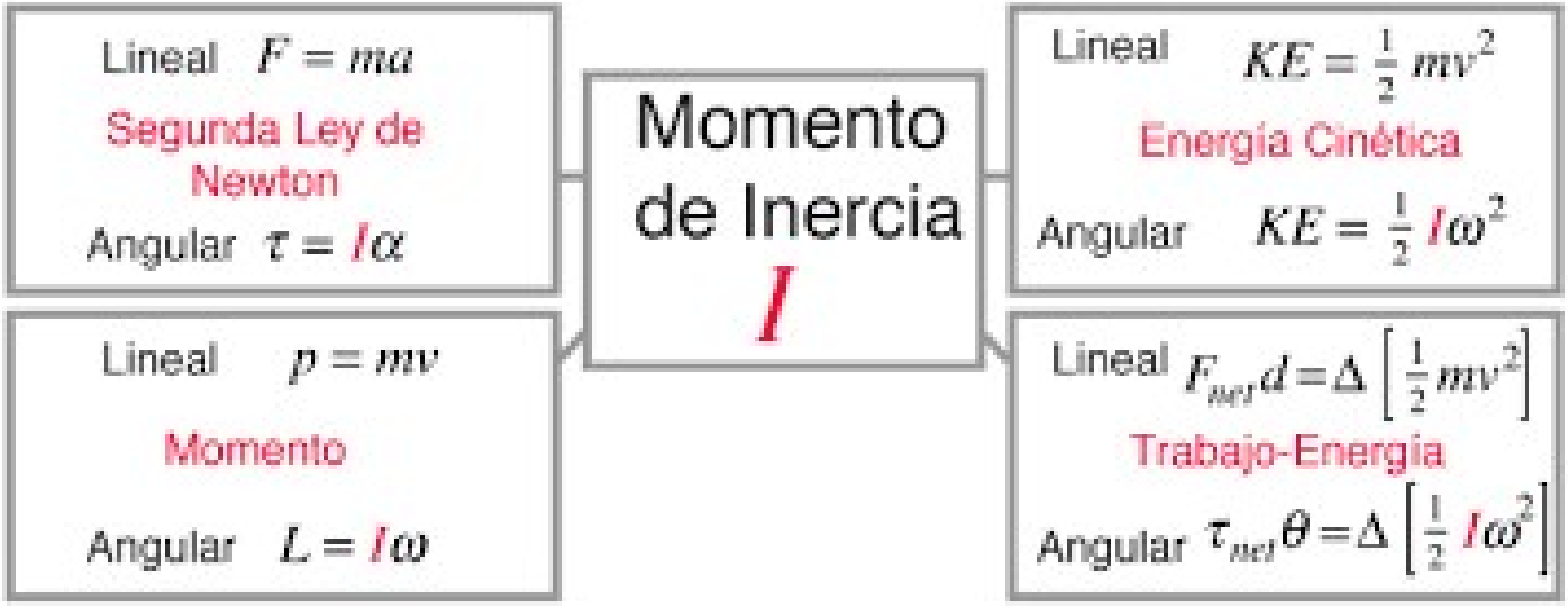
Las distribuciones continuas de masas requieren una suma infinita de todos los momentos de masas puntuales que conforman el objeto entero. Esto se consigue mediante la integración sobre toda la masa.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

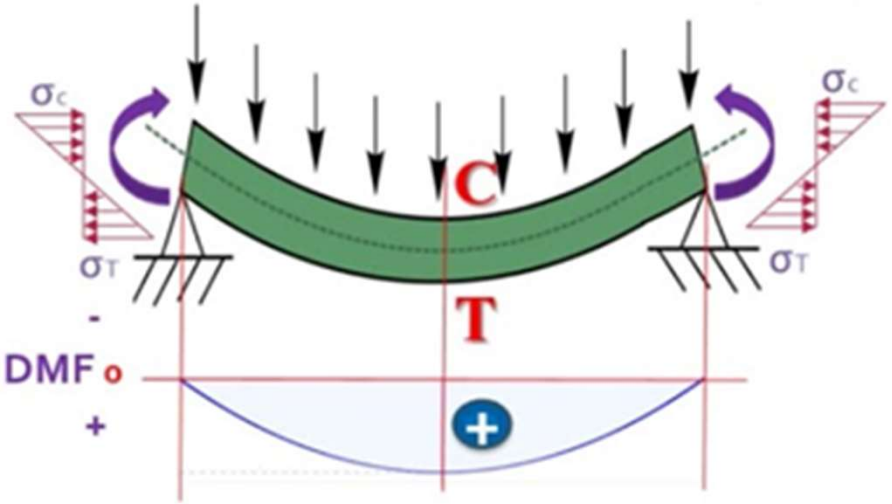
- Momento de Inercia.

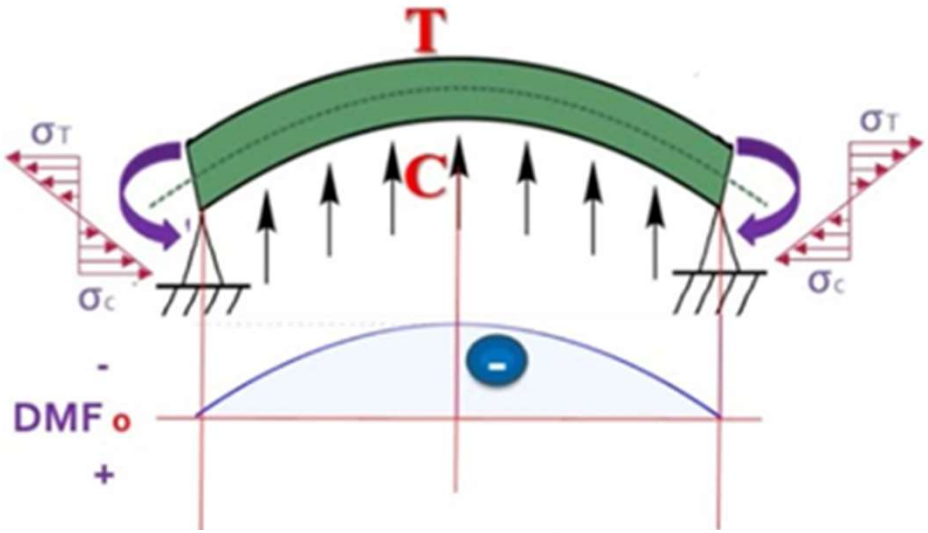


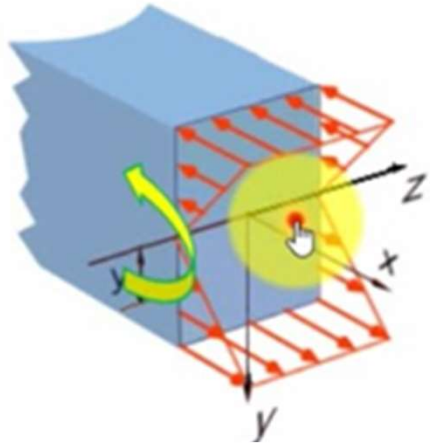
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Momento flector.







$$\sigma = \frac{My}{I}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$

M= momento flector

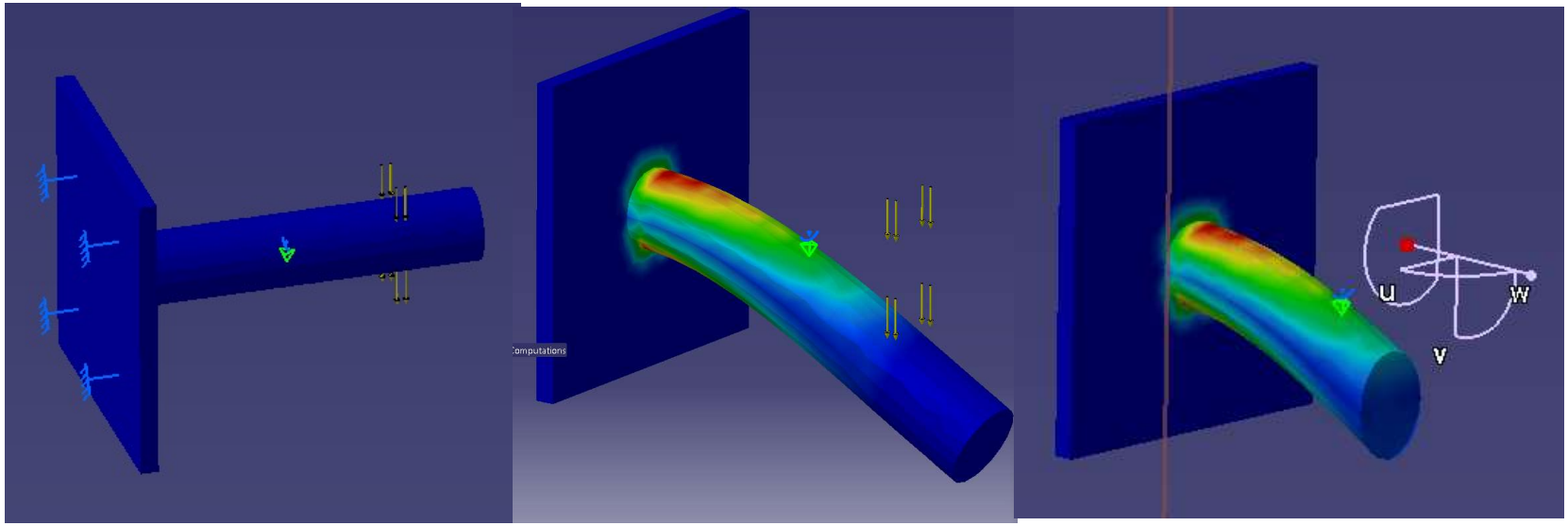
Y= Distancia medida desde la línea neutra.

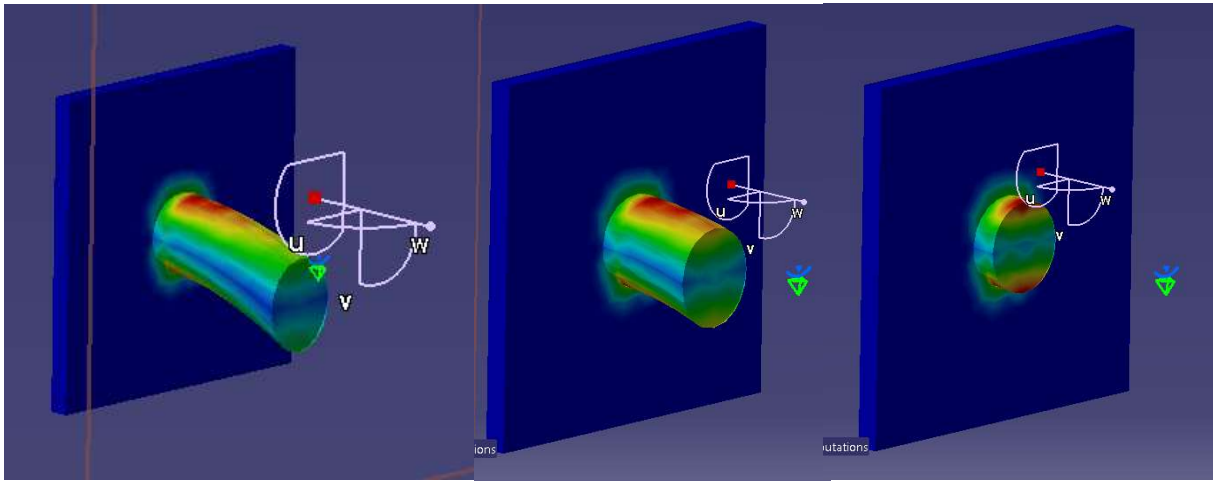
I= Momento de Inercia

Cuando hay simetría, se tiene que: $|\sigma_{comp}| = |\sigma_{tracción}|$

En el eje neutro σ = 0

EJ. FLEXIÓN.





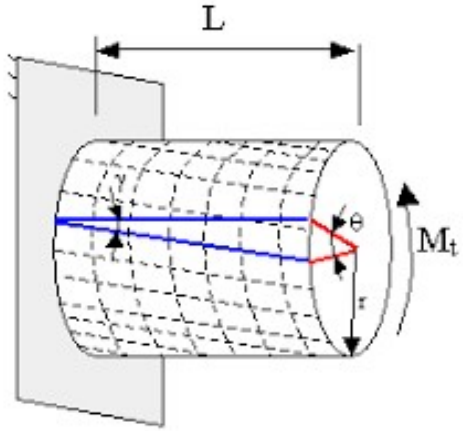
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

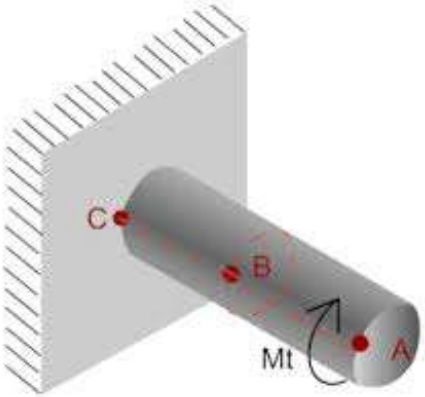
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

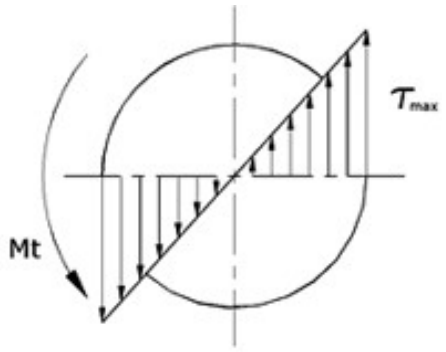
- Momento torsor.

TORSIÓN	FLEXIÓN
El momento torsor T está aplicado en un plano perpendicular al eje de la barra.	El momento flector M está aplicado en un plano que contiene al eje de la barra.
$\tau = \frac{T \cdot r}{I_0}$	$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_{LN}}$
$\tau_{max} = \frac{T \cdot R}{I_0}$	$\sigma_{max} = \frac{M \cdot y}{I_{LN}}$



$$\mathbf{T}_{tor} = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



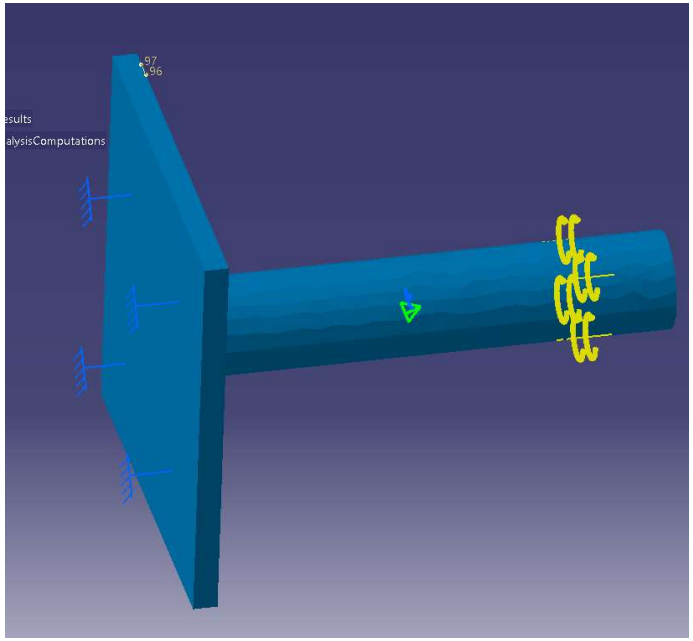


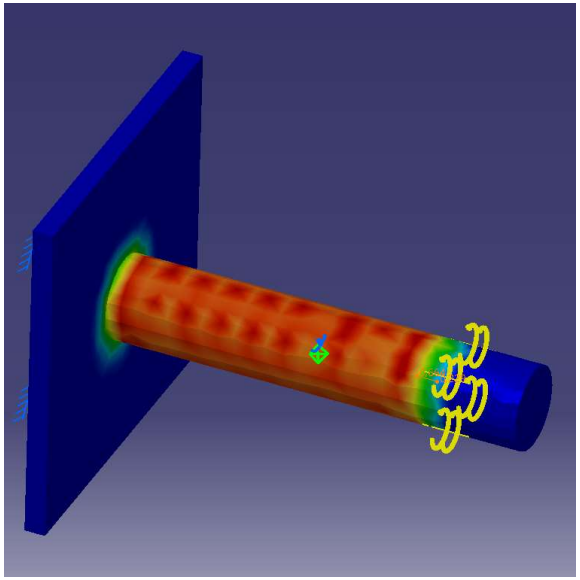
$$\int_{\Omega} \tau_{zx}\, d\Omega = 0$$

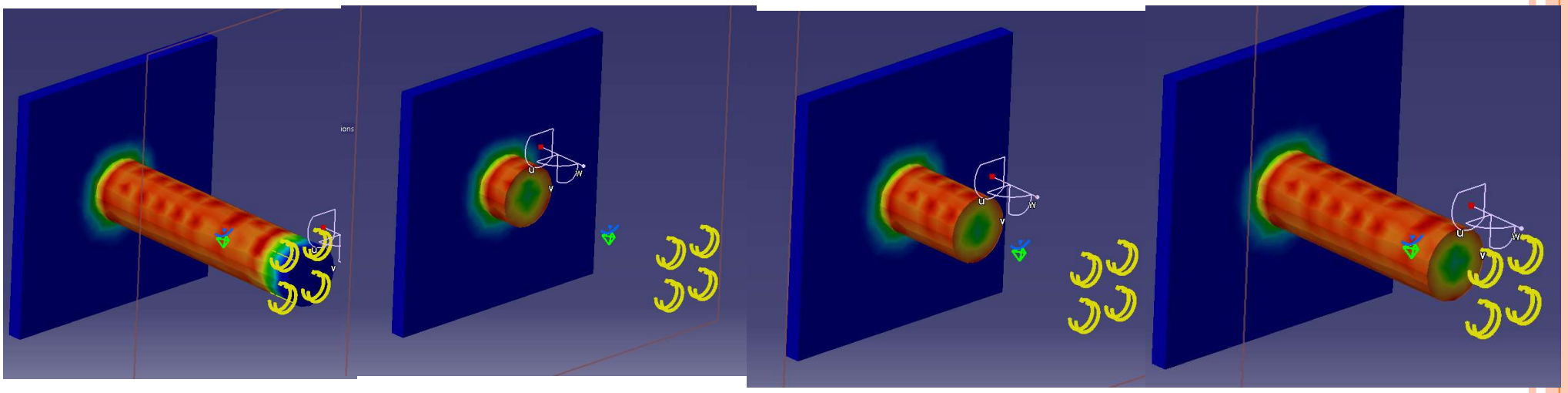
$$\int_{\Omega} \tau_{zy}\, d\Omega = 0$$

$$\int_{\Omega} \left(\tau_{zx}\, y + \tau_{zy}\, x\right) d\Omega = Mt$$

EJ. TORSION.







RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

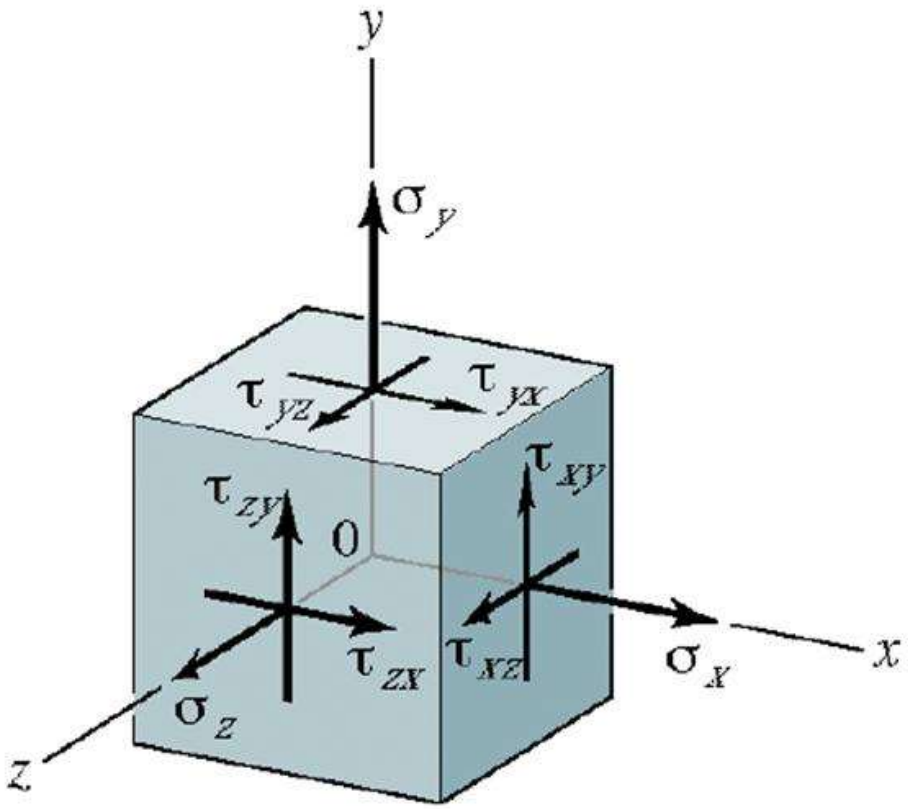
Estado tensional (esfuerzos)

Para el estudio consideramos un cubo de lado, dx, dy y dz.

Esfuerzos superficiales de caras son cargas repartidas uniformemente. Por tanto, la resultante de una cara pasa por el cdg de la propia cara.

Esfuerzos de volumen despreciales (dx,dy,dz)

El cubo esta en equilibrio. Las fuerzas en caras contrarias son iguales en modulo pero de signo contrario. Como el área es la misma en las tensiones ocurre lo mismo.

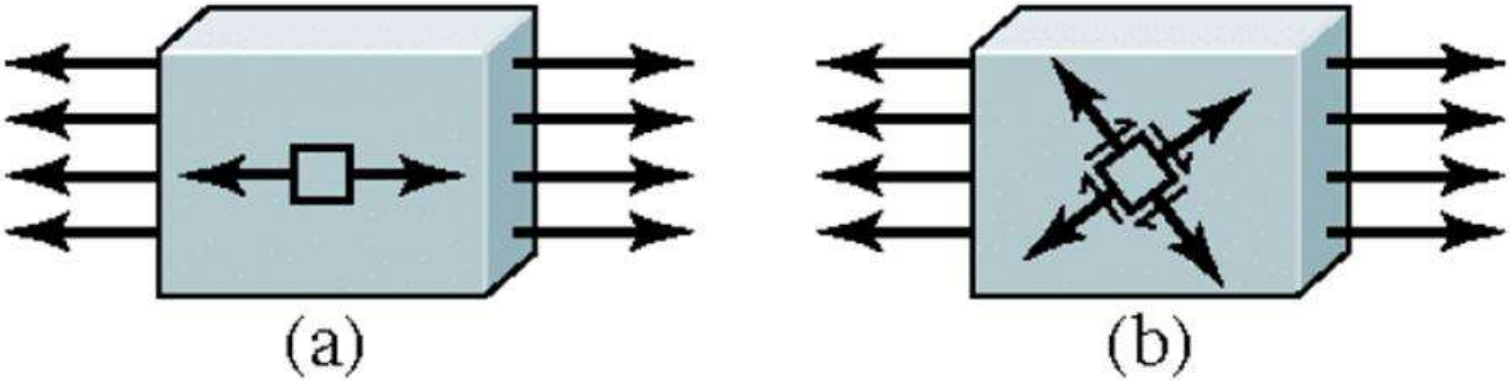


Elemento de esfuerzo. Estado tensional tridimensional debido al esfuerzo situado en el centro.

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

Tensiones equivalentes

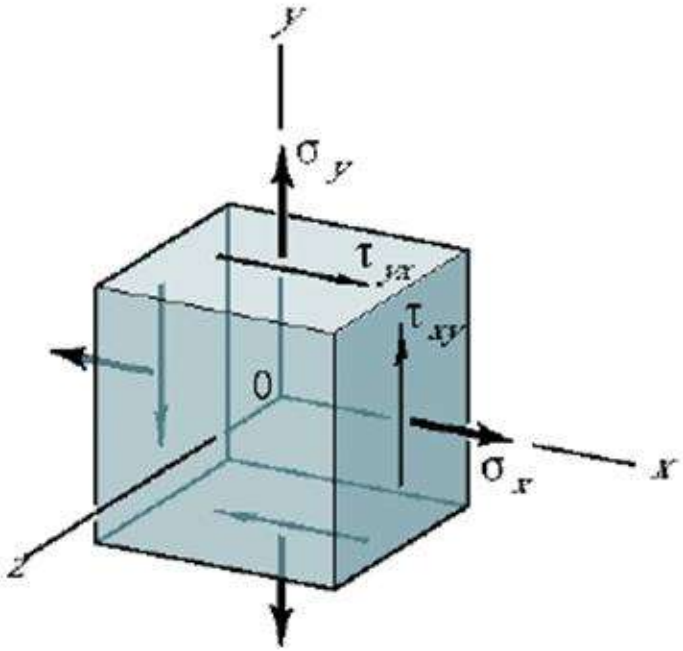


(a) Tensiones elementales en la dirección de la aplicación del esfuerzo.
(b) Tensiones elementales en dirección oblicua a la aplicación del esfuerzo.

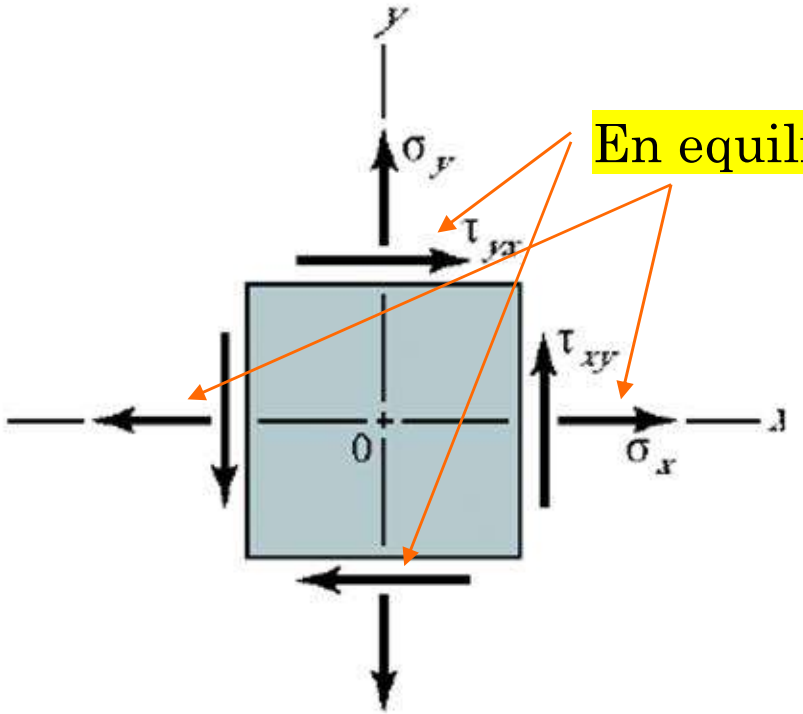
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

Estado plano de tensiones



(a)



(b)

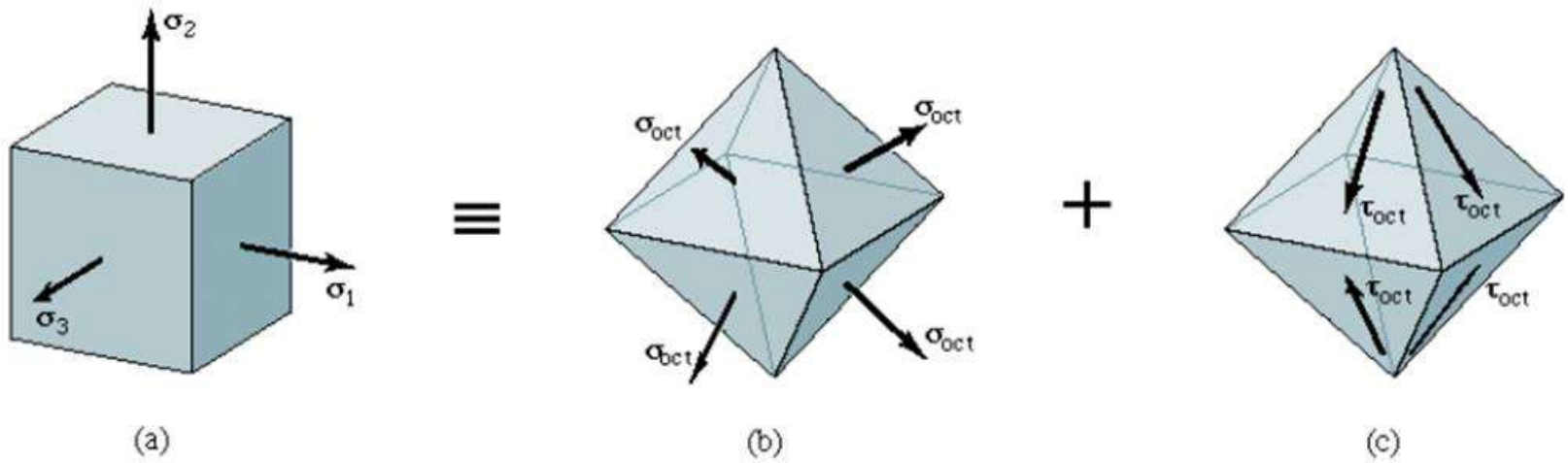
En equilibrio.

(a) Representación tridimensional; (b) Representación plana.

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
3. TENSIONES OCTAÉDRICAS

Representación octaédrica de tensiones



Las tensiones cortantes y normales son idénticas en los ocho planos
(a) Estado general de tensiones. (b) Tensiones normales. (c) Tensiones cortantes.

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL

$$[T] = \begin{pmatrix} \sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz} \end{pmatrix}$$

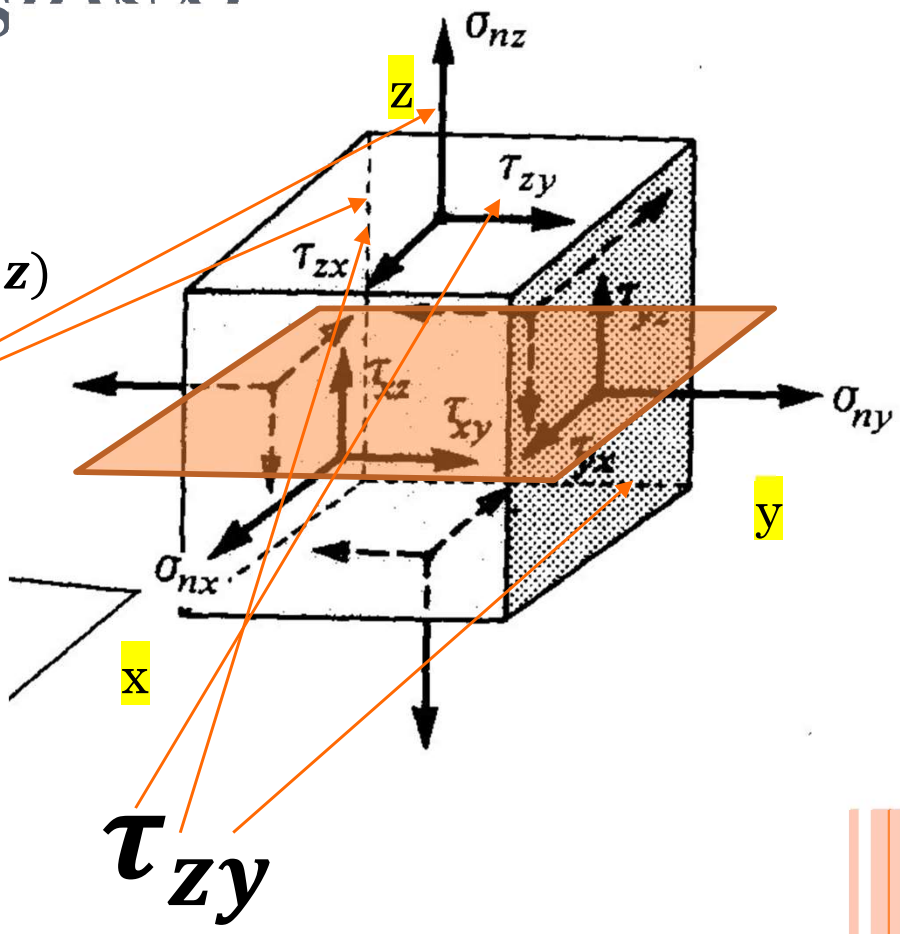
- **Matriz de Tensiones**

  $\boldsymbol{\sigma_{ni}}$ $\boldsymbol{(i = x, y, z)}$ **o recortando** $\boldsymbol{\sigma_i}$ $\boldsymbol{(i = x, y, z)}$

- **Esfuerzo normal** i designa el eje al que es paralelo el esfuerzo normal. σ_z

  $\boldsymbol{\tau_{ij}}$ $\boldsymbol{(i, j = x, y, z)}$ $\boldsymbol{donde\ i \neq j}$

- **Esfuerzo tangencial**
  - i – indica la dirección de la normal al plano en que se encuentra.
  - j – la dirección del eje al cual es paralelo



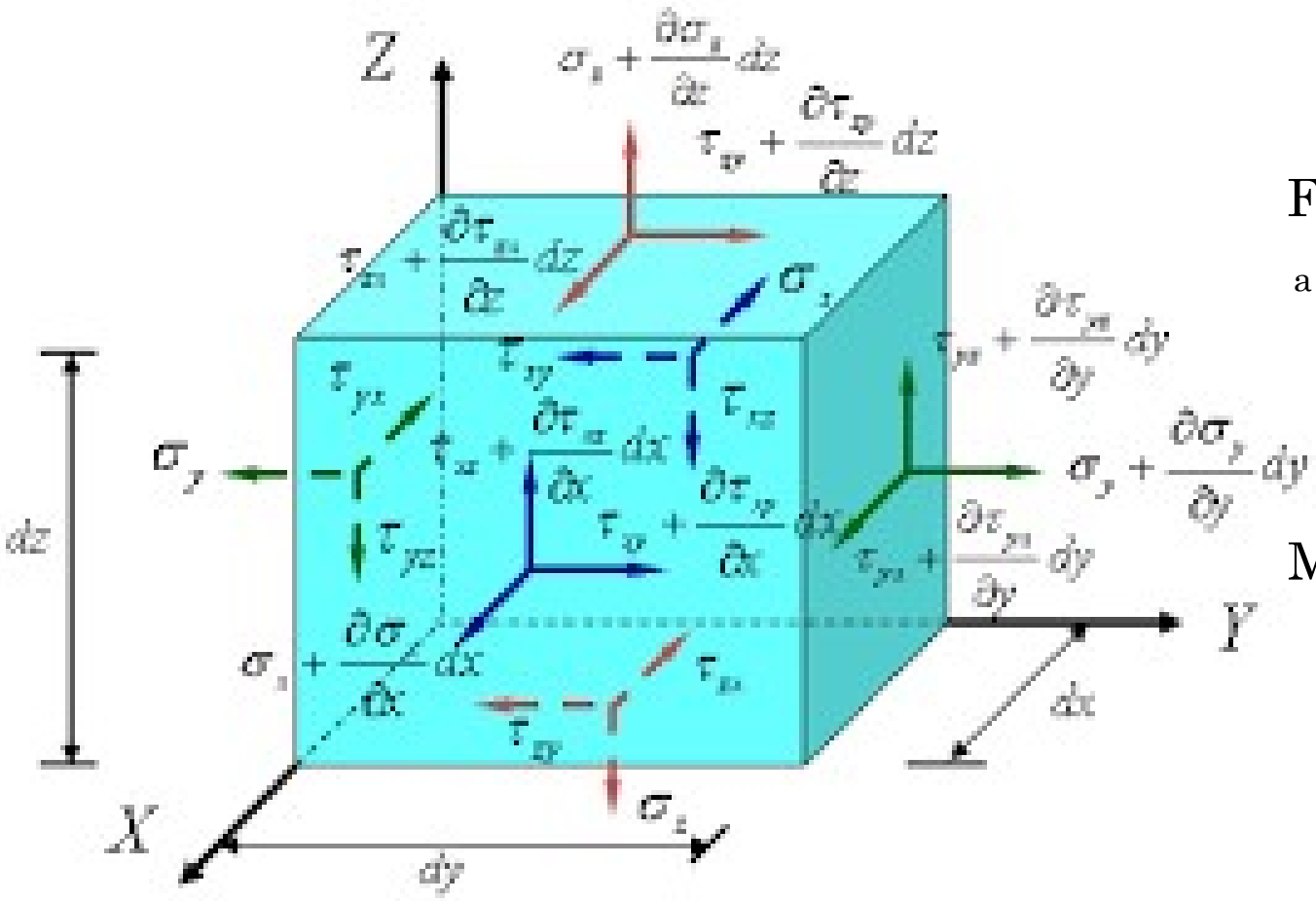
$$\tau_{xy} = \tau_{yx};\ \tau_{xz} = \tau_{zx};\tau_{yz} = \tau_{zy} \qquad \vec{\sigma} = \sigma_x \vec{i} + \sigma_y \vec{j} + \sigma_z \vec{k}$$

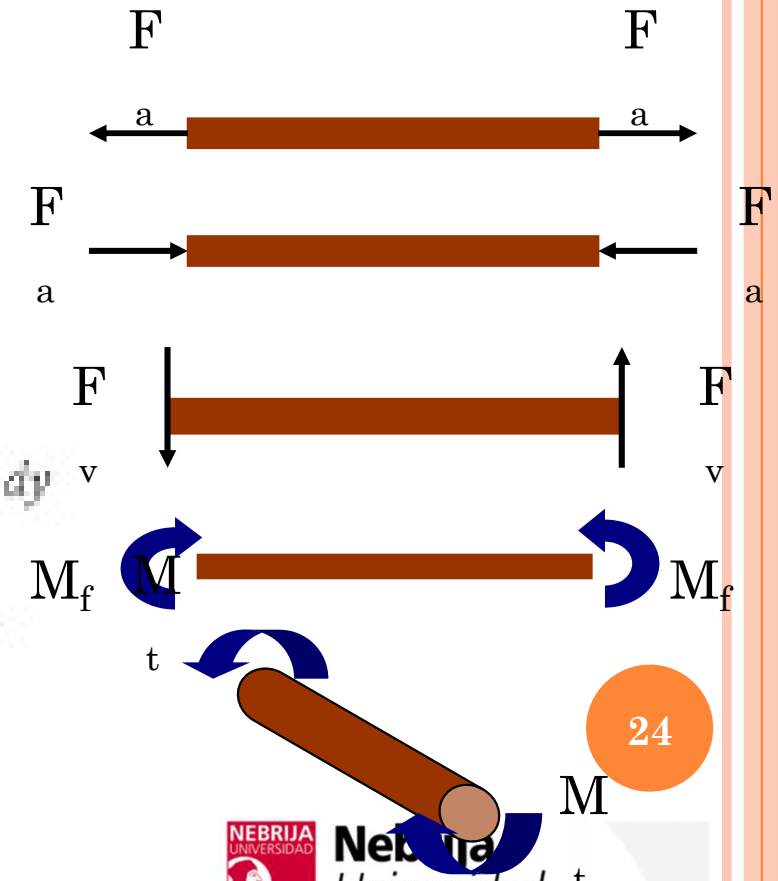
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
1. CARGAS. CRITERIO DE SIGNOS.

Los **esfuerzos normales o tangenciales** en las **caras vistas (ejes continuos)** del modelo serán **positivas si su sentido coincide con el del eje** al que son paralelos.

Los **esfuerzos normales y tangenciales** en las **caras ocultas (ejes discontinuos)** del modelo serán **positivos si su sentido es opuesto al del**



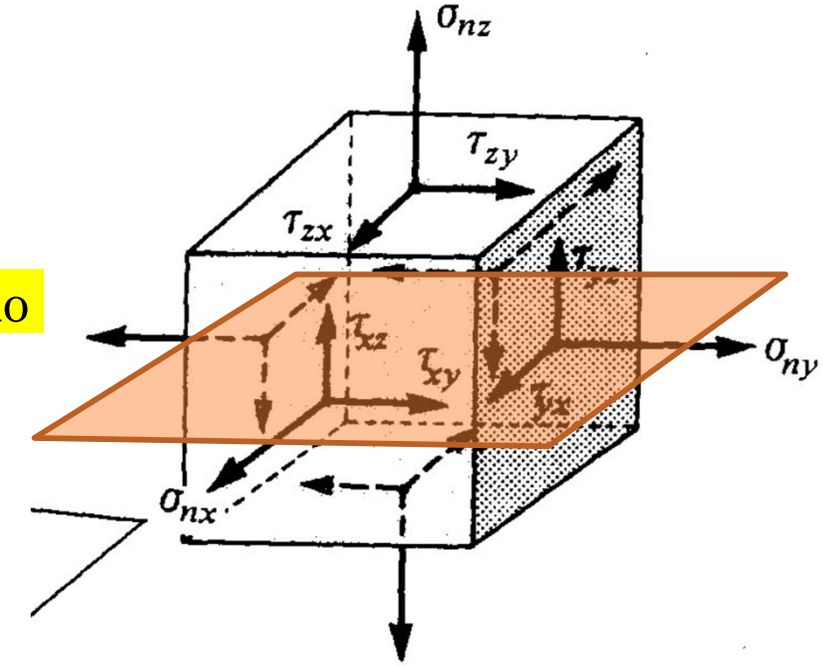


RESISTENCIA ESTÁTICA
1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

- Matriz de Tensiones

Las tensiones tangenciales generan momentos con brazo di/2. En equilibrio M=0 lo que implica:

$$2\tau_{xy}dydz = 2\tau_{yx}dxdz\frac{dy}{2}$$



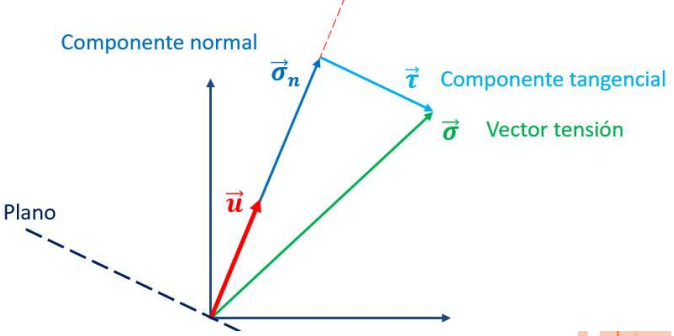
$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{xz} = \tau_{zx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

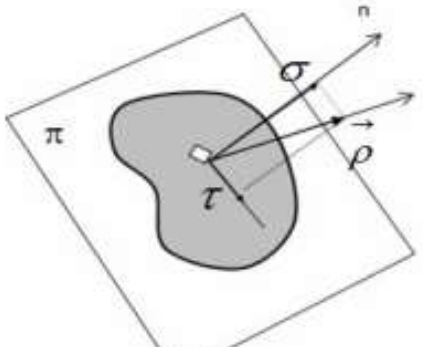
Nebrija Universidad MADRID

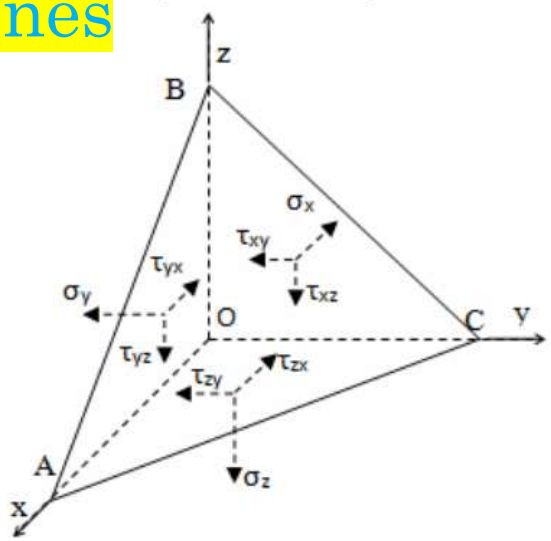
RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL

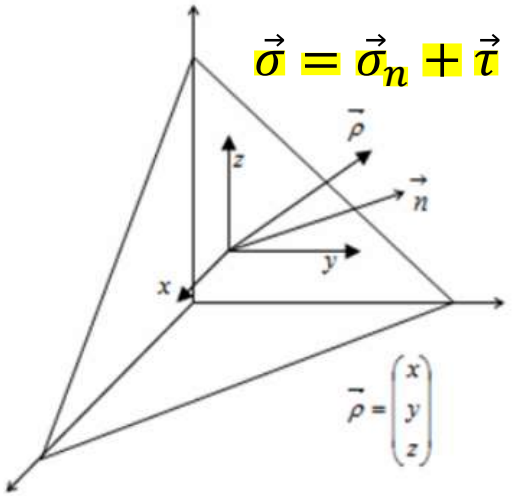
- Matriz de Tensiones

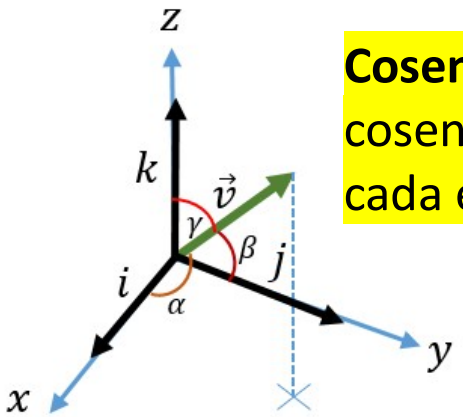




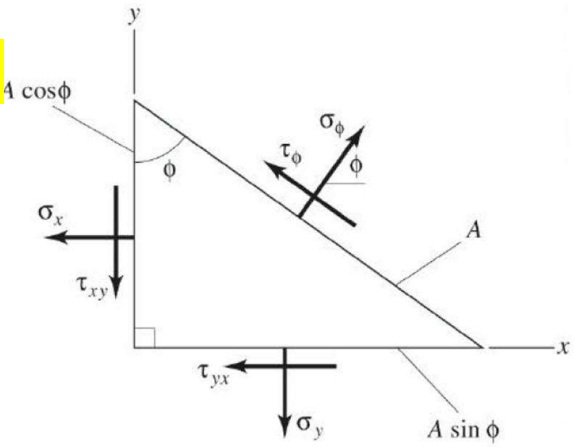


$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_n + \vec{\tau}$$





Cosenos directores de un vector son los cosenos de los ángulos que forma el vector con cada ejes coordenado. Además se cumple:



$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A}$$

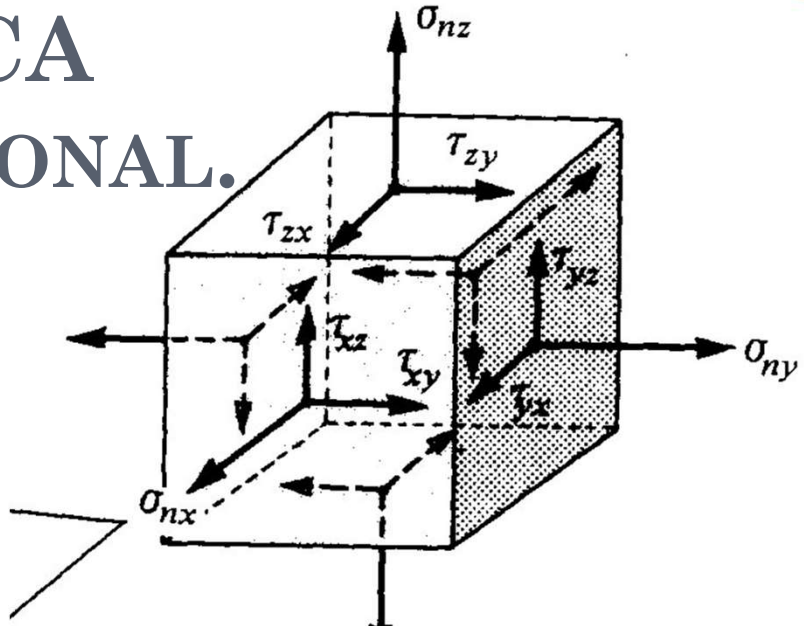
$$\cos\beta = \frac{A_y}{A}$$

$$\cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

$$(\cos\alpha)^2 + (\cos\beta)^2 + (\cos\gamma)^2 = 1.$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.



- Matriz de Tensiones

Las ecuaciones que se obtienen son:

$$\sigma_x = \sigma_{nx}cos\alpha + \tau_{xy}\cos\beta + \tau_{xz}cos\gamma$$

$$\sigma_y = \tau_{xy}cos\alpha + \sigma_{ny}cos\beta + \tau_{yz}cos\gamma$$

$$\sigma_z = \tau_{xz}cos\alpha + \tau_{yz}cos\beta + \sigma_{nz}cos\gamma$$

$$[\vec{\sigma}] = [T][\vec{u}]$$

$$\begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz}\\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}cos\alpha\\ cos\beta\\ cos\gamma\end{pmatrix}$$

donde

$[\vec{\sigma}]$ es el vector tensión asociado a un plano

$[T]$ es la matriz de tensiones.

$[\vec{u}]$ es el vector unitario normal al plano

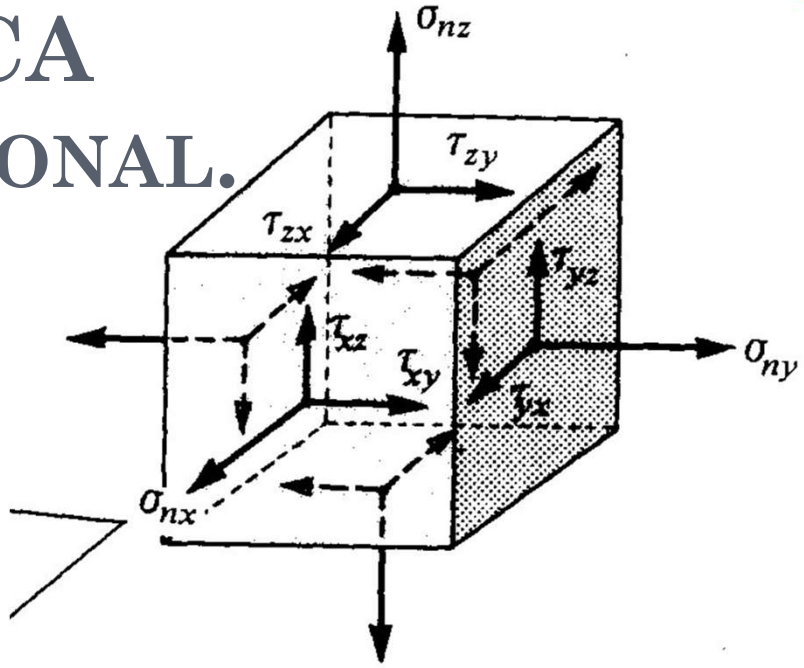
$$\vec{\sigma} = \sigma_x\vec{i} + \sigma_y\vec{j} + \sigma_z\vec{k}$$

$$[T] = \begin{pmatrix}\sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz}\\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz}\end{pmatrix}$$

$$\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.



- Matriz de Tensiones

Las ecuaciones que se obtienen son:

$$\sigma_x = \sigma_{nx}cos\alpha + \tau_{xy}\cos\beta + \tau_{xz}cos\gamma$$
$$\sigma_y = \tau_{xy}cos\alpha + \sigma_{ny}cos\beta + \tau_{yz}cos\gamma$$
$$\sigma_z = \tau_{xz}cos\alpha + \tau_{yz}cos\beta + \sigma_{nz}cos\gamma$$

$$\begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz}\\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}cos\alpha\\ cos\beta\\ cos\gamma\end{pmatrix}$$

$$[T] = \begin{pmatrix}\sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz}\\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz}\end{pmatrix}$$

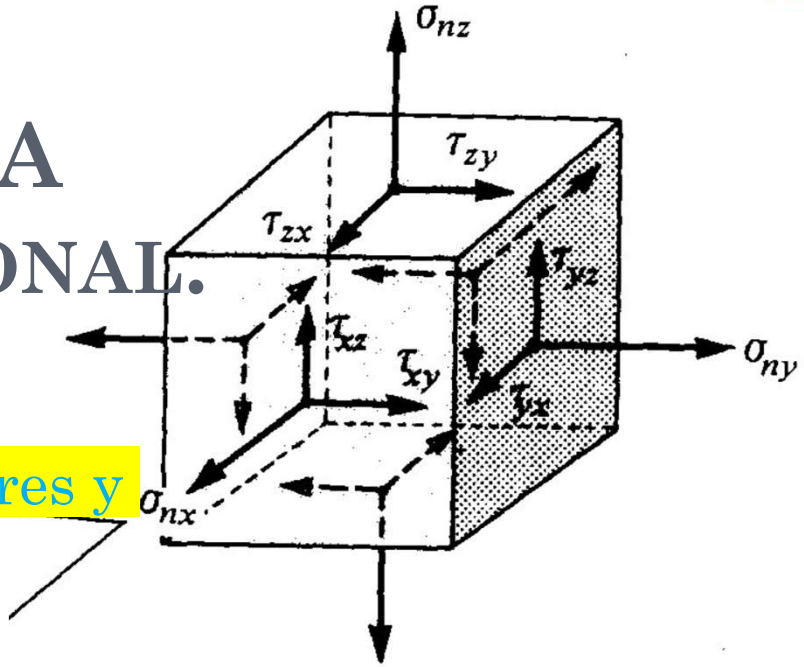
$$[\vec{\sigma}] = [T]\,[\vec{u}]$$

$$\vec{\sigma} = \sigma_x\vec{i} + \sigma_y\vec{j} + \sigma_z\vec{k}$$

$$\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.



- Tensiones principales y direcciones principales. Problema algebra autovalores y autovectores. Diagonalización.

$$[\vec{\sigma}] = [T]\,[\vec{u}]$$

$$\begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz}\\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}cos\alpha\\ cos\beta\\ cos\gamma\end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\sigma_1 & 0 & 0\\ 0 & \sigma_2 & 0\\ 0 & 0 & \sigma_3\end{bmatrix}\begin{pmatrix}cos\alpha\\ cos\beta\\ cos\gamma\end{pmatrix}$$

$$[T - \sigma I][\vec{u}] = [\vec{0}]$$

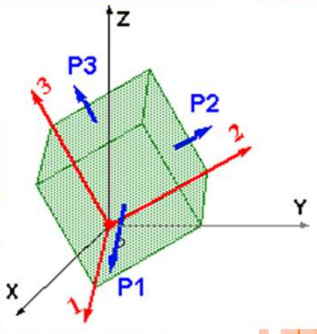
$$\begin{vmatrix}\sigma_{nx}-\sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{xy} & \sigma_{ny}-\sigma & \tau_{yz}\\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz}-\sigma\end{vmatrix} = 0$$

$$-\sigma^3 + I_1\sigma^2 - I_2\sigma + I_3 = 0$$

las tensiones principales son invariantes

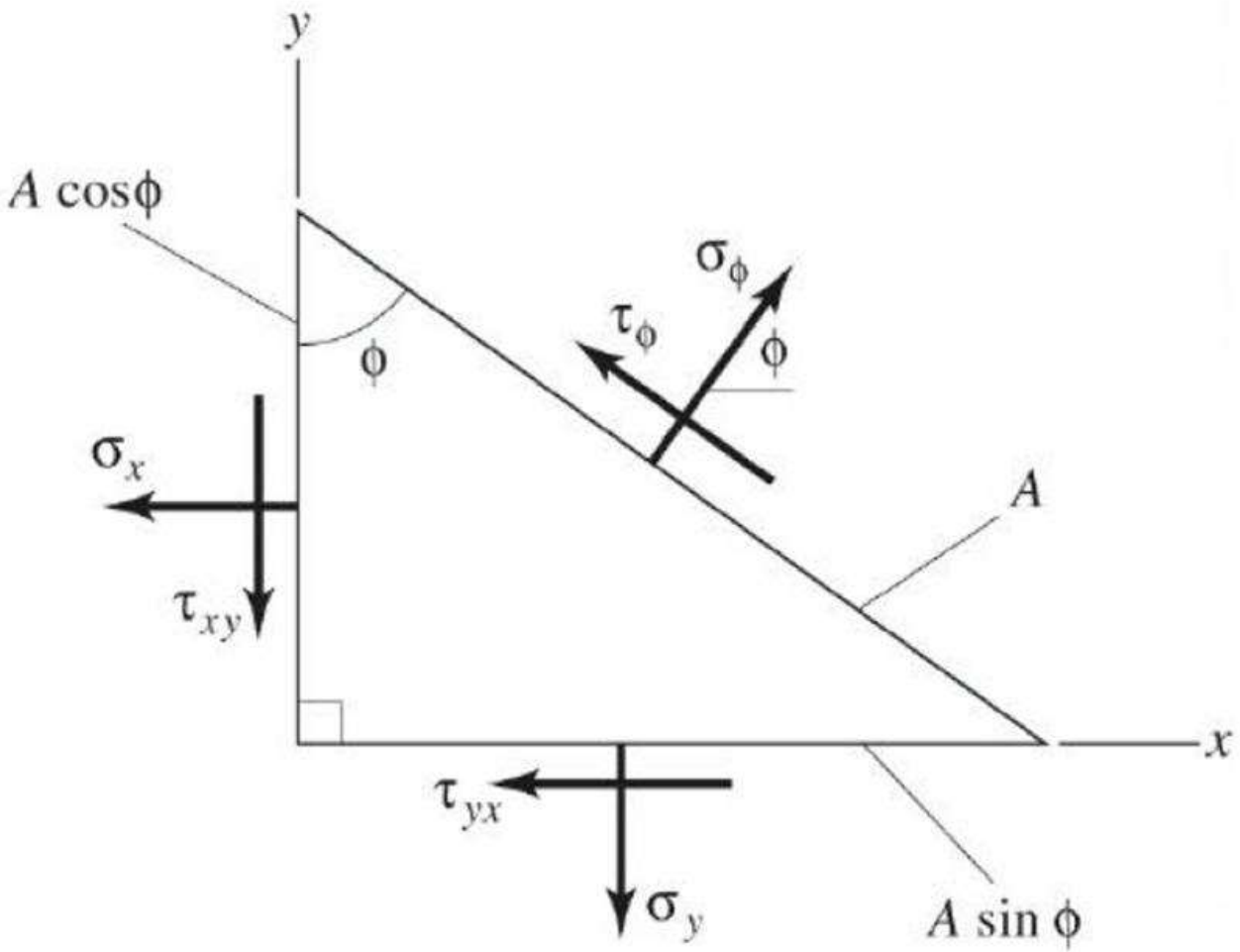
$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ Son los autovalores.

A cada uno de estos autovalores le corresponde un autovector. Para el nuevo sistema de referencia.



RESISTENCIA ESTÁTICA
1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

Tensiones en un plano oblicuo

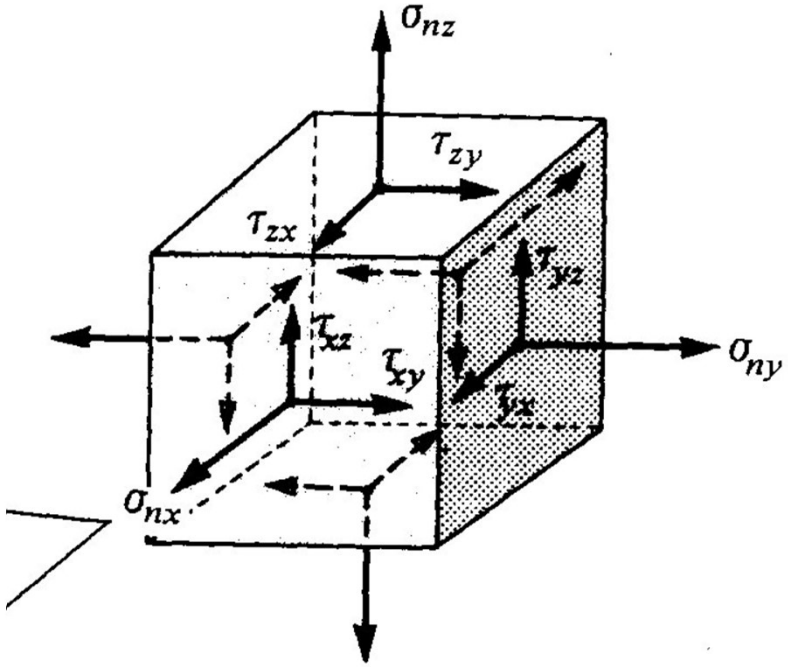


NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
4. DEFORMACIONES

- Matriz de Deformaciones

$$[D] = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \epsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \epsilon_z \end{pmatrix}$$



Def. longitudinales

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

Def. angulares

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad \gamma_{xz} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

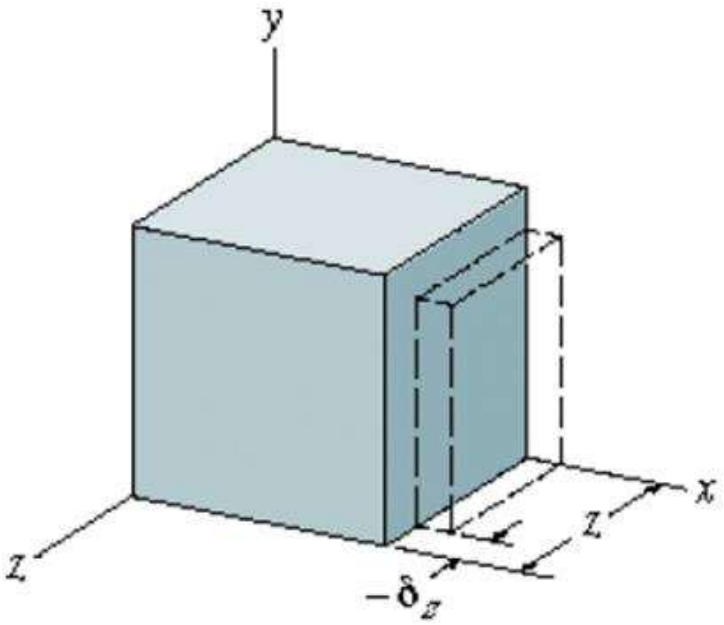
$$\gamma_{yz} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

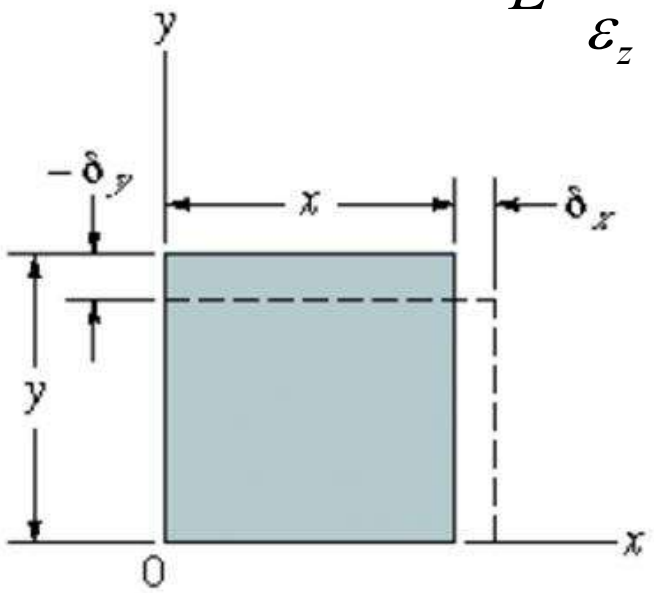
RESISTENCIA ESTÁTICA
4. DEFORMACIONES

Deformaciones Normales

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \qquad \varepsilon_y = -\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E} \qquad \varepsilon_z = -\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$$



(a)

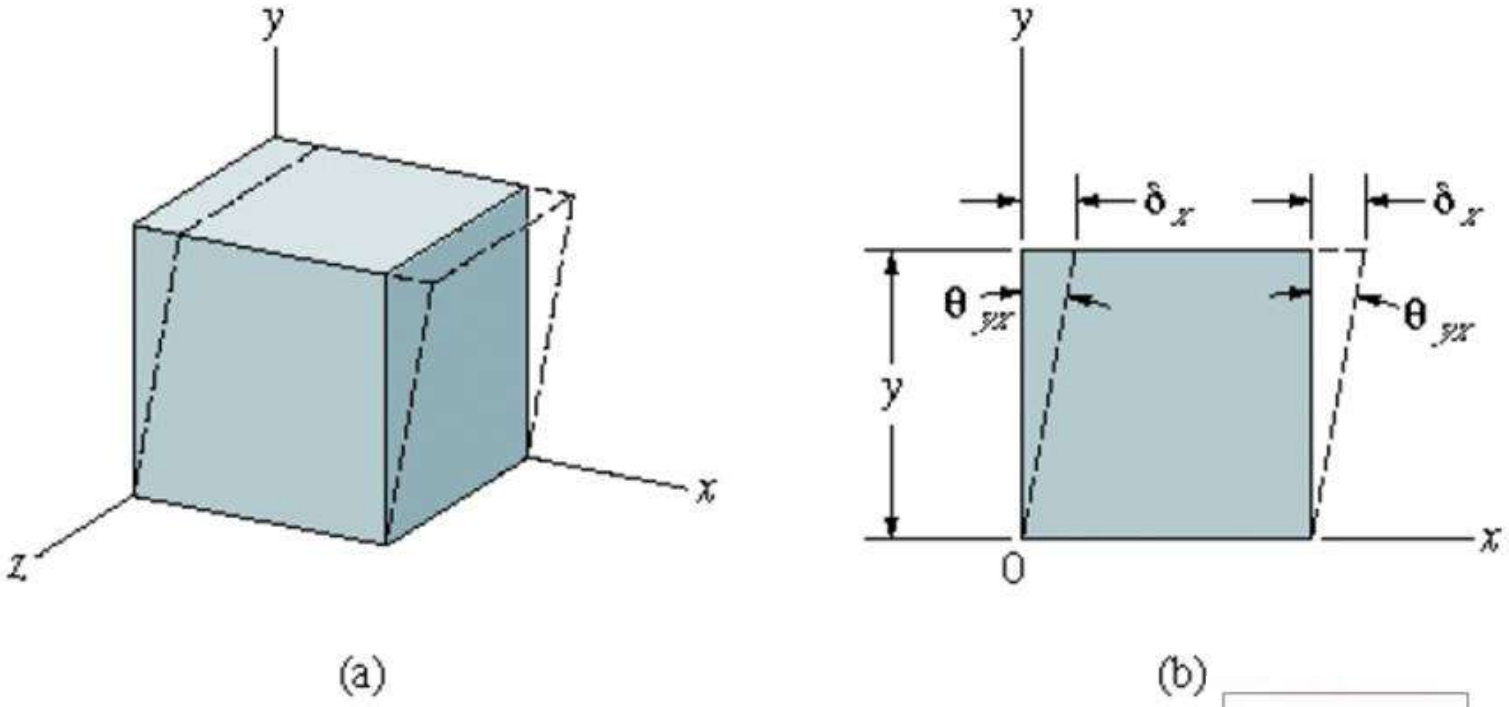


(b)

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
4. DEFORMACIONES

Deformaciones cortantes



G : Módulo de elasticidad transversal

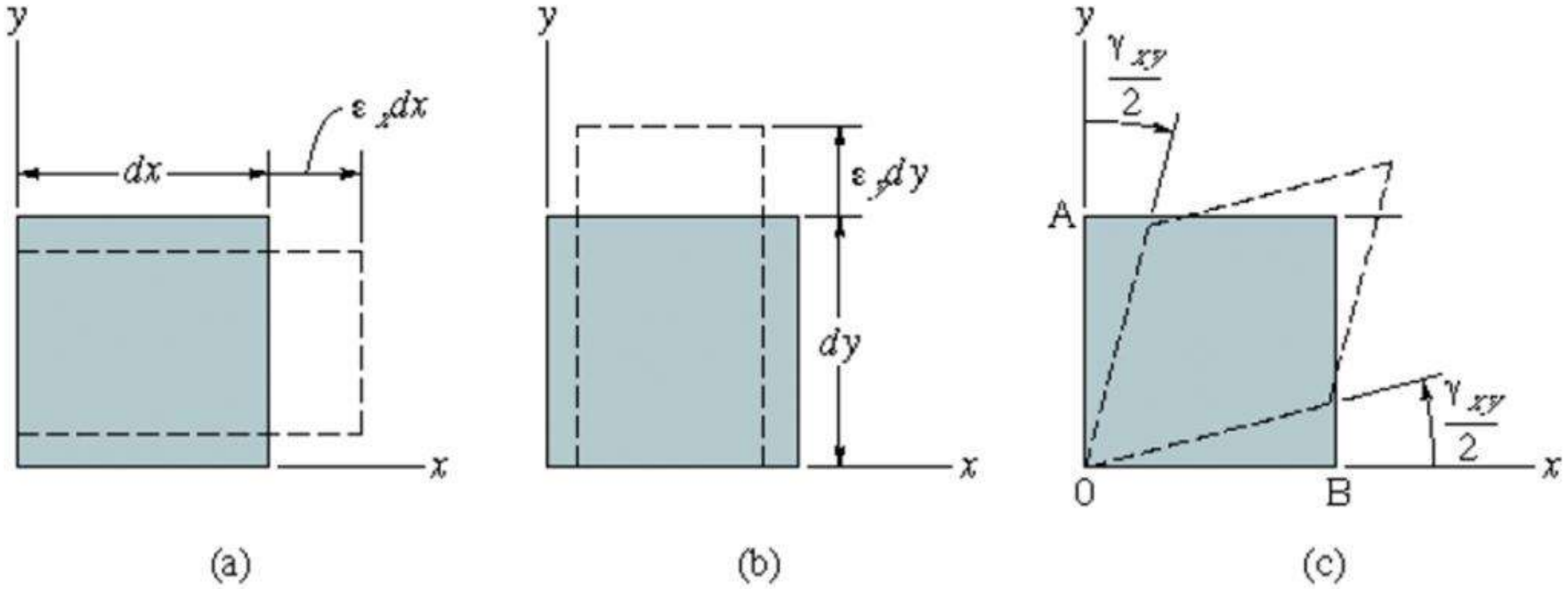
$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$G = \frac{\tau}{\gamma},$$

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
4. DEFORMACIONES

Deformaciones planas



NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

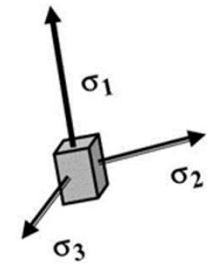
- Tensiones y deformaciones principales
  - El estado tensional de una partícula muy pequeña se puede representar mediante un sistema de coordenadas de tal forma que las **tensiones tangenciales sean cero y sólo haya tensiones normales.**
  - Tensiones principales:

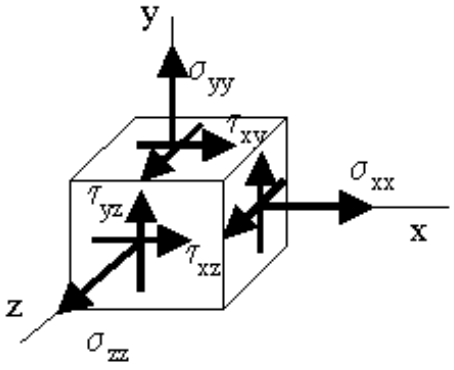
$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$$

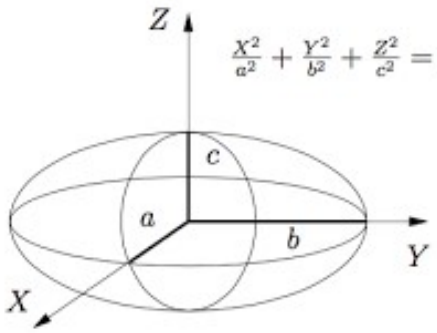
$$\sigma_{XYZ} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yx} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

4.3.- Tensiones y direcciones principales

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix} \qquad \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$







Elipsoide

Direcciones principales

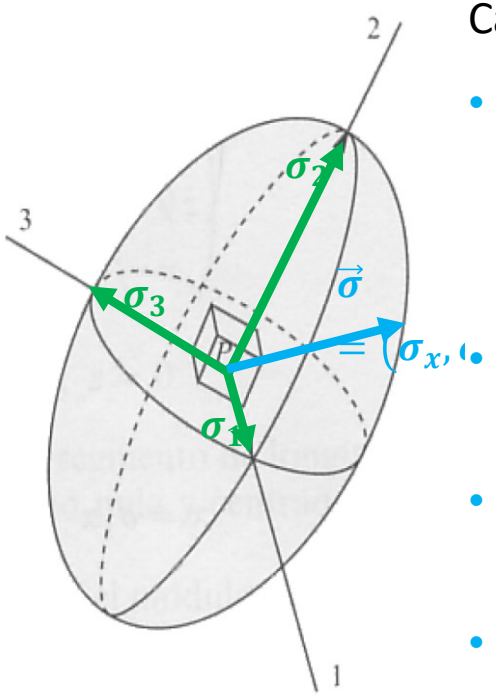
$$\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{vmatrix} \Rightarrow \quad x = \alpha\,\sigma_1 \quad y = \beta\,\sigma_2 \quad z = \gamma\,\sigma_3 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2} + \frac{z^2}{\sigma_3^2} = 1$$

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

$$\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_3}\right)^2 = 1$$

- **Elipsoide LAME**. Los **semiejes** de este elipsoide tienen por valor el de las tensiones principales. Puntos superficies son extremos de vectores de tensión con origen en (0,0,0). O **sea, vector (σ_x, σ_y, σ_z).**

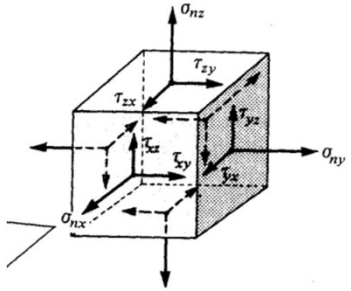


Casos:

- $\sigma_1 = \sigma_2 \neq \sigma_3 \rightarrow$ **Elipsoide de revolución. Dirección principal asociada a σ_3.** Las otras dos direcciones indeterminadas. Son perpendiculares en un plano normal a la dirección principal de σ_3. **Ej. Un cilindro a tracción por las caras planas.**
- $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \rightarrow$ **Esfera. Cualquier dirección es dirección principal. Ej. Esfera sumergida en liquido.**
- $\sigma_1 = 0$ ó $\sigma_2 = 0$ ó $\sigma_3 = 0 \rightarrow$ **Elipse.** El elipsoide pasa a elipse (superficie plana) situada en el plano normal a la tensión principal nula.
- $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ó $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ó $\sigma_1 = \sigma_3 \rightarrow$ **Segmento. La longitud del mismo es de 2 veces el valor de la tensión principal no nula.**

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS



- Tensiones y deformaciones principales
  - Las direcciones que definen este sistema de coordenadas se denomina **direcciones principales**.
  - De igual forma se tendrían las **deformaciones principales** (sólo deformaciones longitudinales, sin deformaciones angulares)

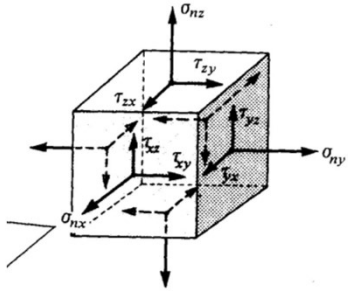
$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$$

$$[D] = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \epsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \epsilon_z \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \gamma_{xz} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS



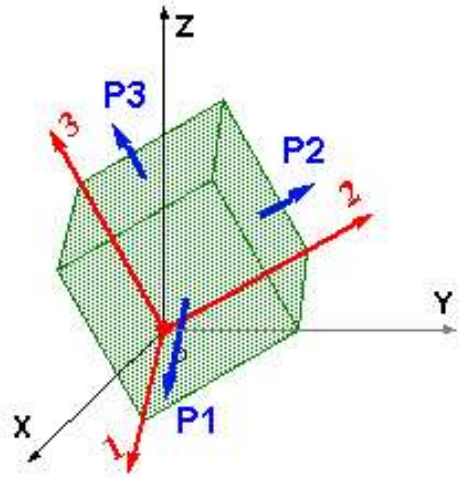
- Tensiones y deformaciones principales
  - Las direcciones que definen este sistema de coordenadas se denomina **direcciones principales**.
  - De igual forma se tendrían las **deformaciones principales** (sólo deformaciones longitudinales. sin deformaciones angulares)

Def. longitudinales

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$[D] = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \epsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \epsilon_z \end{pmatrix}$$



$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$$

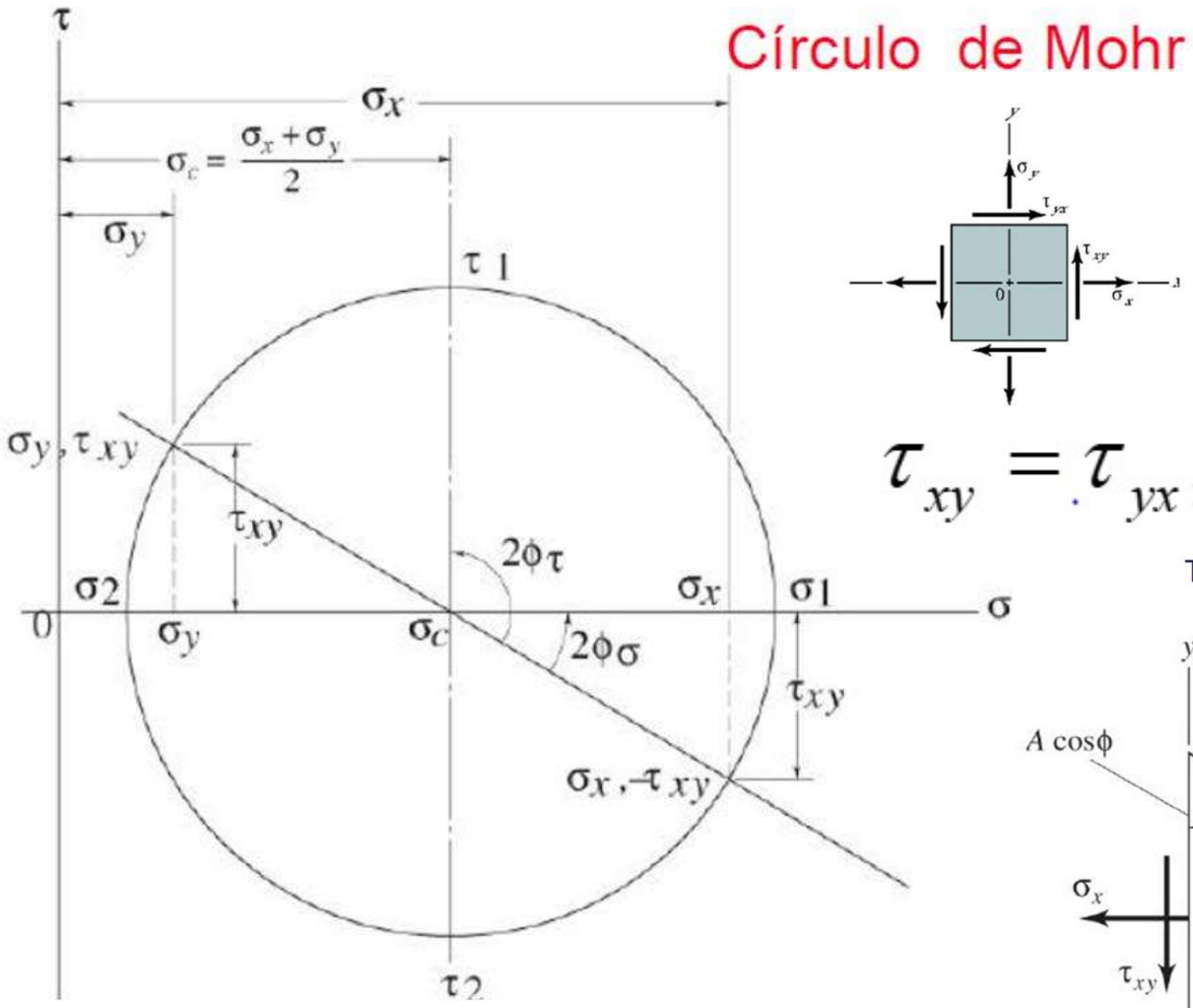
Def. angulares

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad \gamma_{xz} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

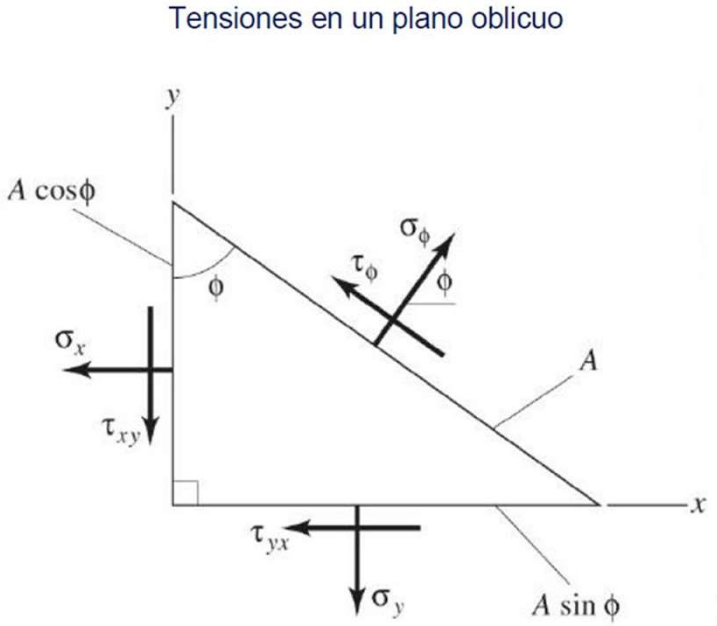
RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR CAMBIO DE ORDEN APUNTES.



$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

- El círculo de Mohr es una representación gráfica del estado tensional de un elemento del material de la pieza que se está considerando.



RESISTENCIA ESTÁTICA
2. CÍRCULO DE MOHR

Las tensiones normales σ y tangenciales τ y las resultantes *p* en los planos inclinados de las secciones se determinan:

a. PLANO PARALELO AL EJE III.
(la normal del plano ∈ plano I – II)

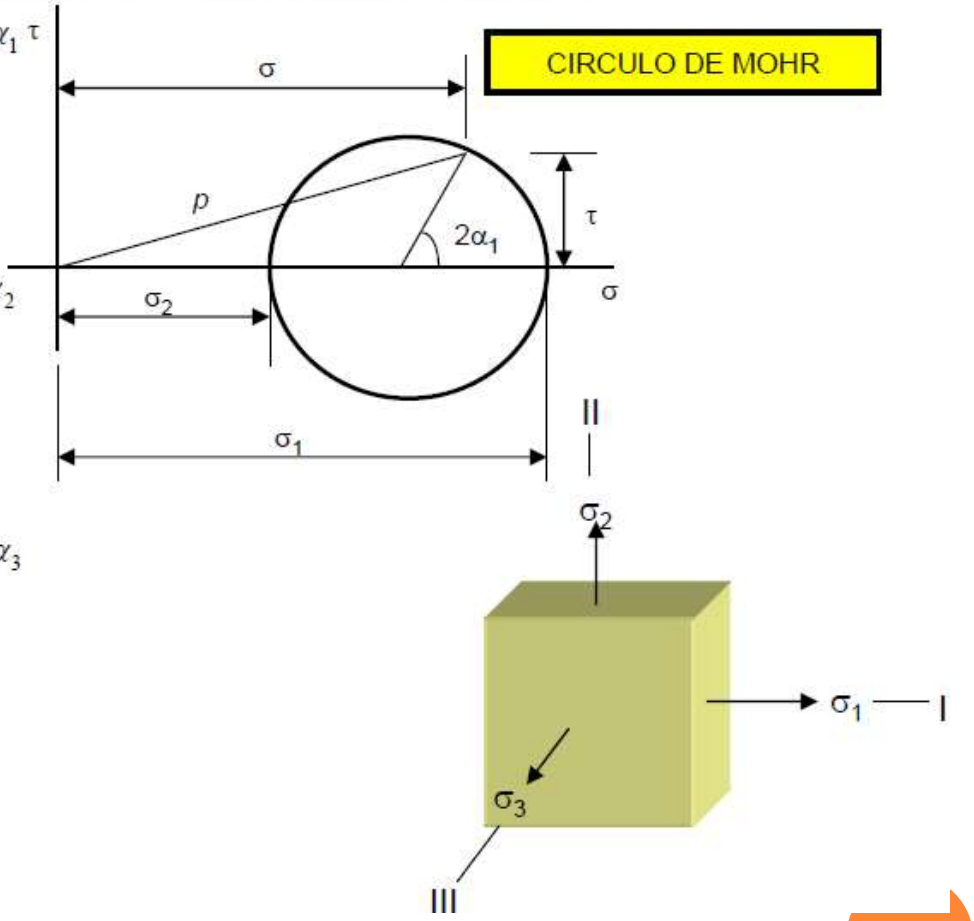
$$\sigma = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cdot sen^2 \alpha_1$$
$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot sen(2 \cdot \alpha_1)$$
$$p = \sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)}$$

b. PLANO PARALELO AL EJE II.
(la normal del plano ∈ plano I – III)

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cdot sen^2 \alpha_2$$
$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot sen(2 \cdot \alpha_2)$$
$$p = \sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)}$$

c. PLANO PARALELO AL EJE I.
(la normal del plano ∈ plano II – III)

$$\sigma = \sigma_2 \cdot \cos^2 \alpha_{32} + \sigma_3 \cdot sen^2 \alpha_3$$
$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot sen(2 \cdot \alpha_3)$$
$$p = \sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)}$$

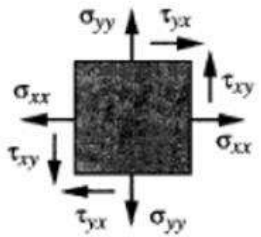


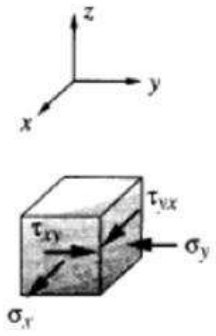
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
2. CÍRCULO DE MOHR

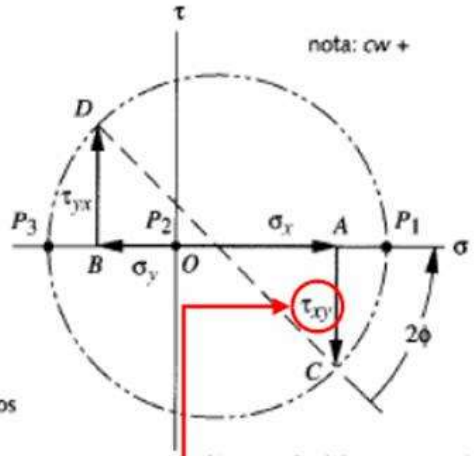
ESTADO TENSIONAL PLANO (i)

ESTADO TENSIONAL POSITIVO

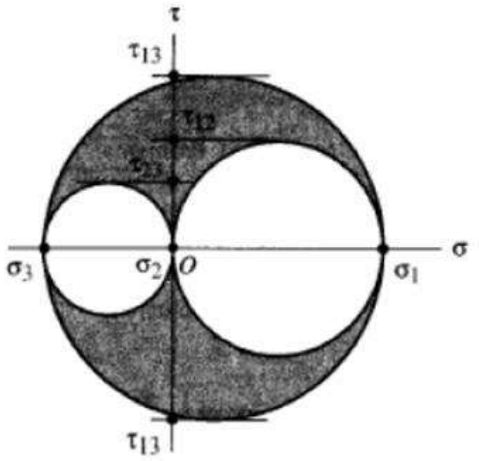




(a) El cubo de esfuerzos



(b) Trazado del primer círculo

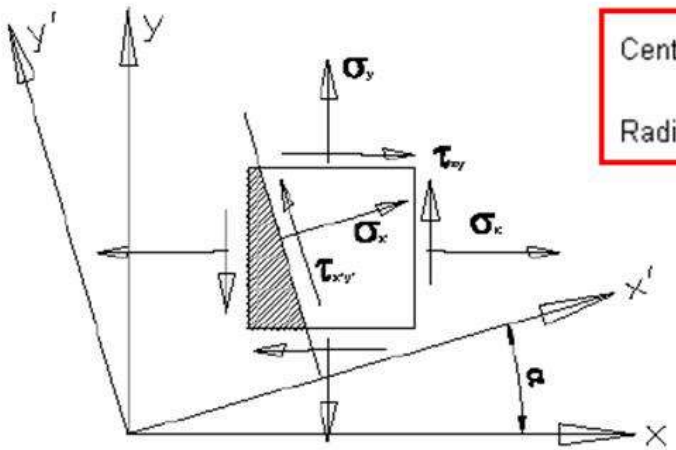


(c) Los tres círculos de Mohr

$\sigma_x \geq 0$

$\sigma_{yx} \leq 0$

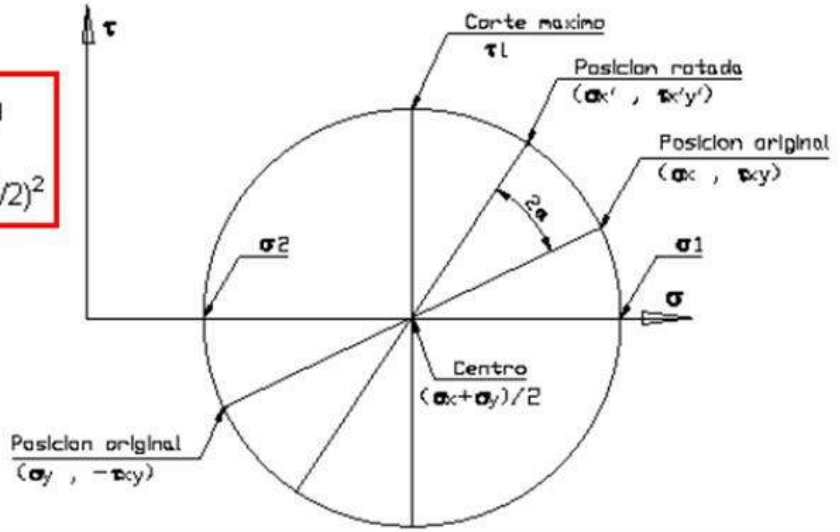
$\tau_{xy} \geq 0$ ⟷ (PROVOCA GIRO EN EL SENTIDO CONTRARIO A LAS AGUJAS DEL RELOJ)



Centro en : $x = (\sigma_x + \sigma_y)/2$; $y = 0$

Radio de : $r^2 = \tau_{xy}^2 + ((\sigma_x - \sigma_y)^2/2)^2$

$$\alpha = \frac{1}{2} arctg\left(\frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right)$$



Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

TENSIONES PRINCIPALES

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]^{1/2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]^{1/2}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

TENSIÓN DE CORTADURA MÁXIMA

$$\tau_{max} = \pm\left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]^{1/2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \tau_{max}$$

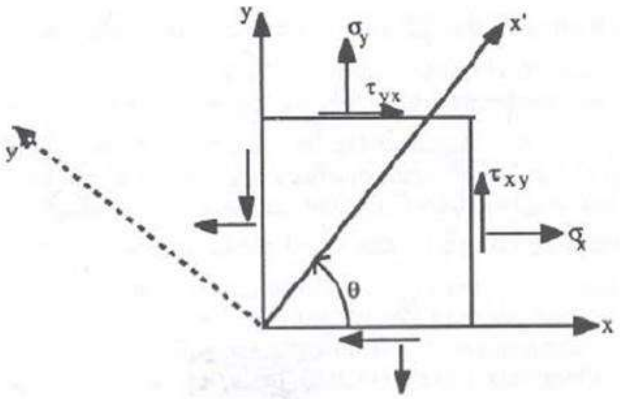
$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \tau_{max}$$

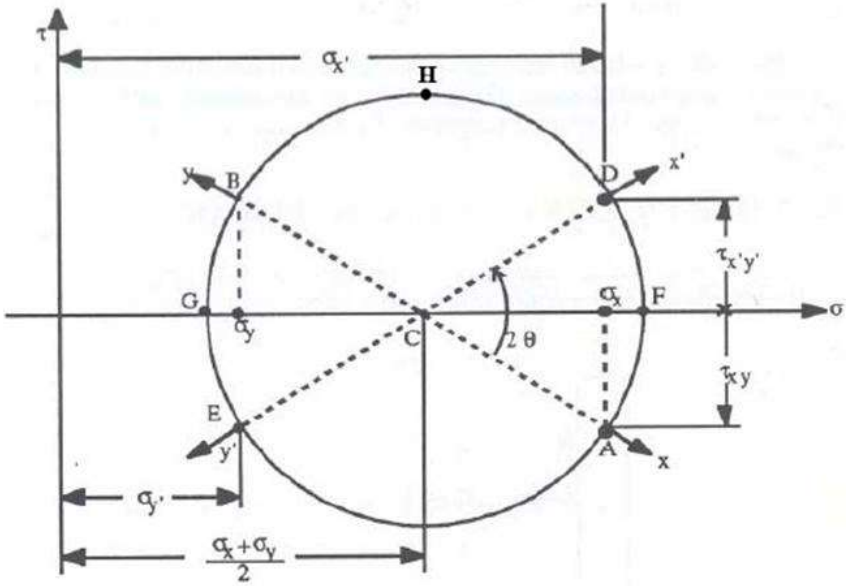
$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

$$r = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]^{1/2} = \tau_{max} \qquad \tan 2\theta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \tau_{max}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \tau_{max}$$

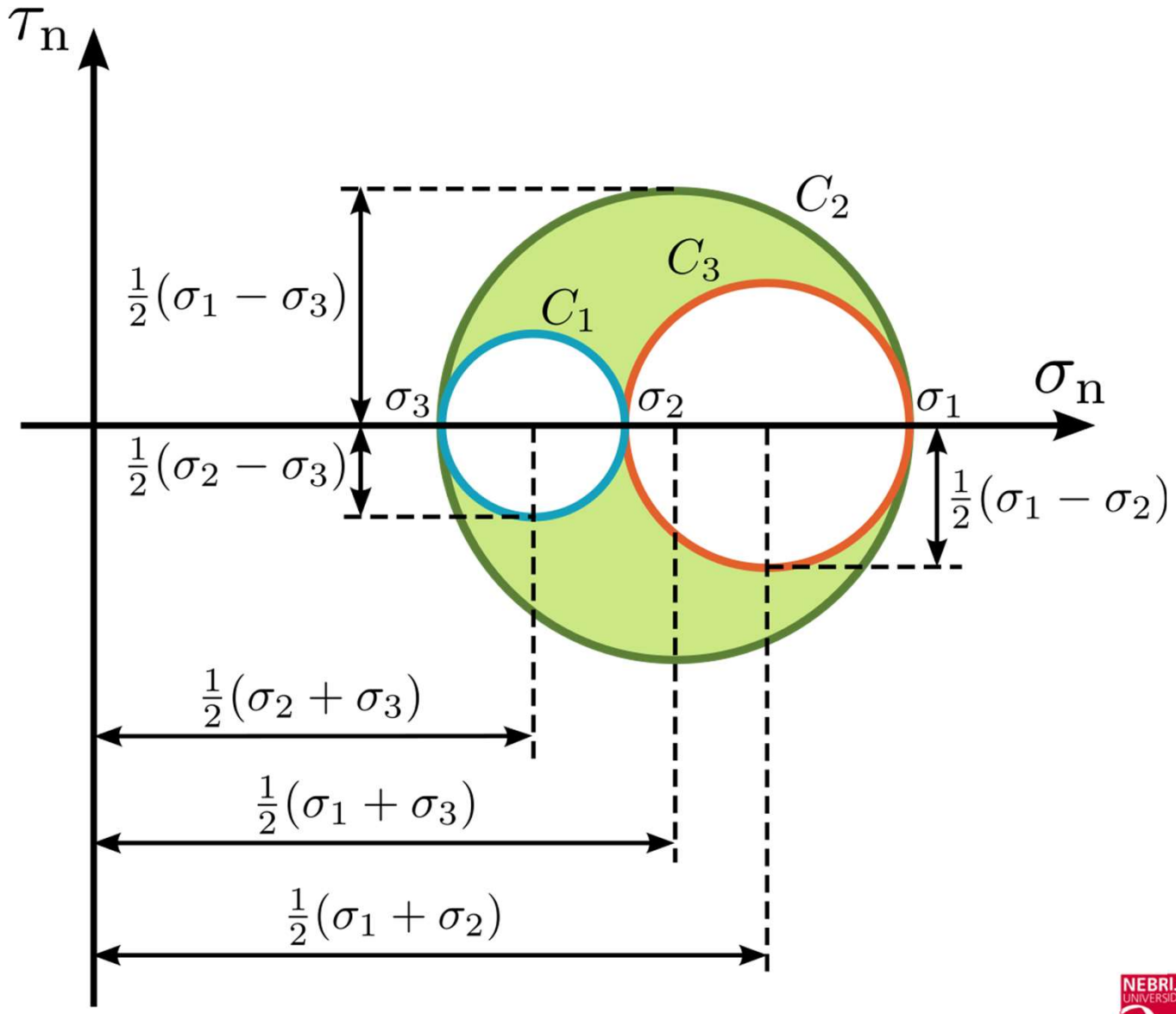




NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

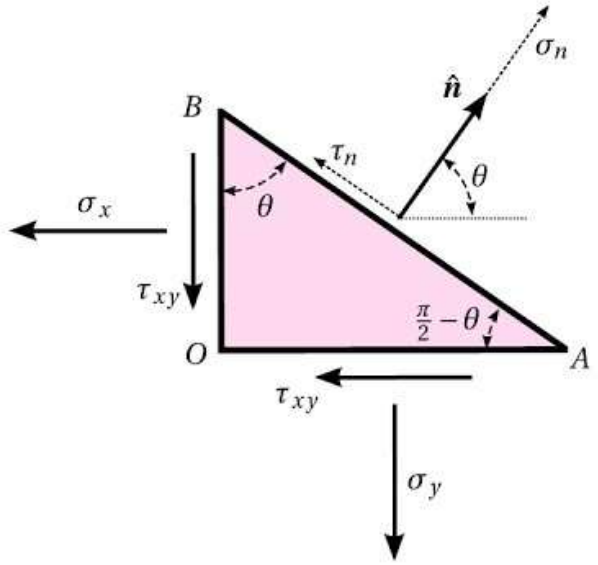


NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

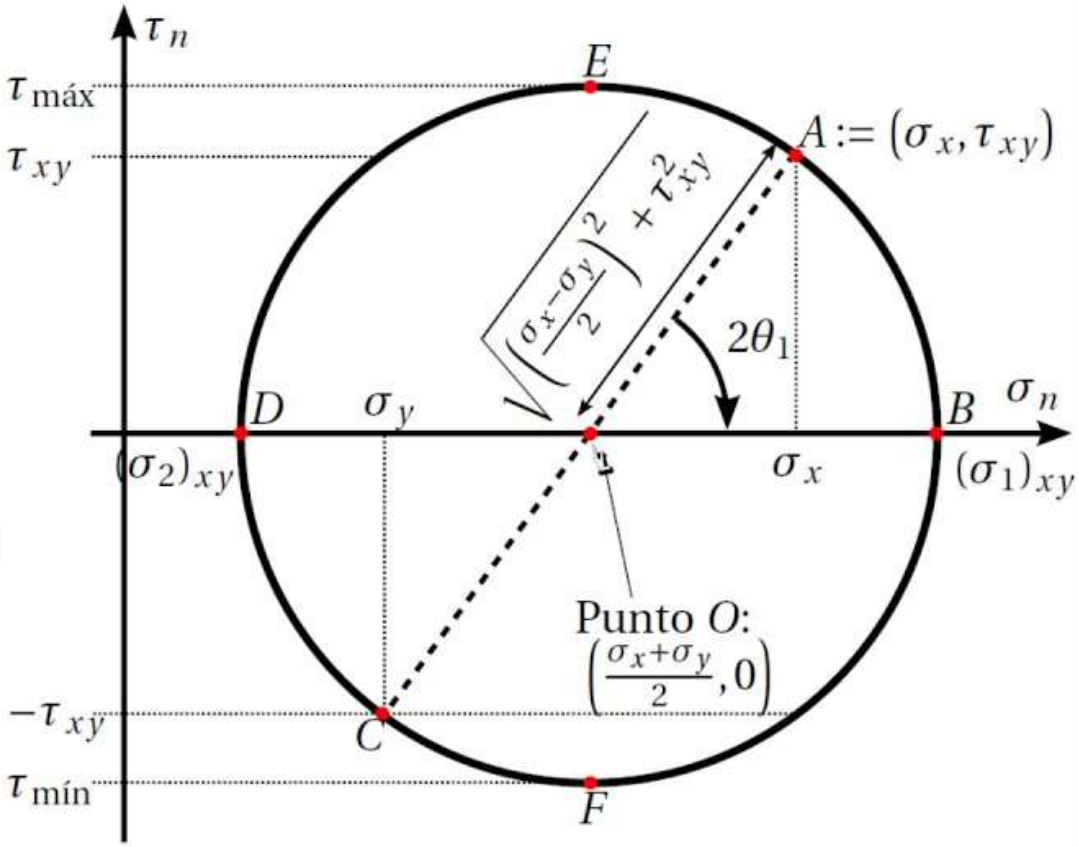
Deducción del círculo de Mohr en 2D



$$\sigma_n(\theta) = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau_n(\theta) = \tau_{xy}\cos 2\theta - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta.$$

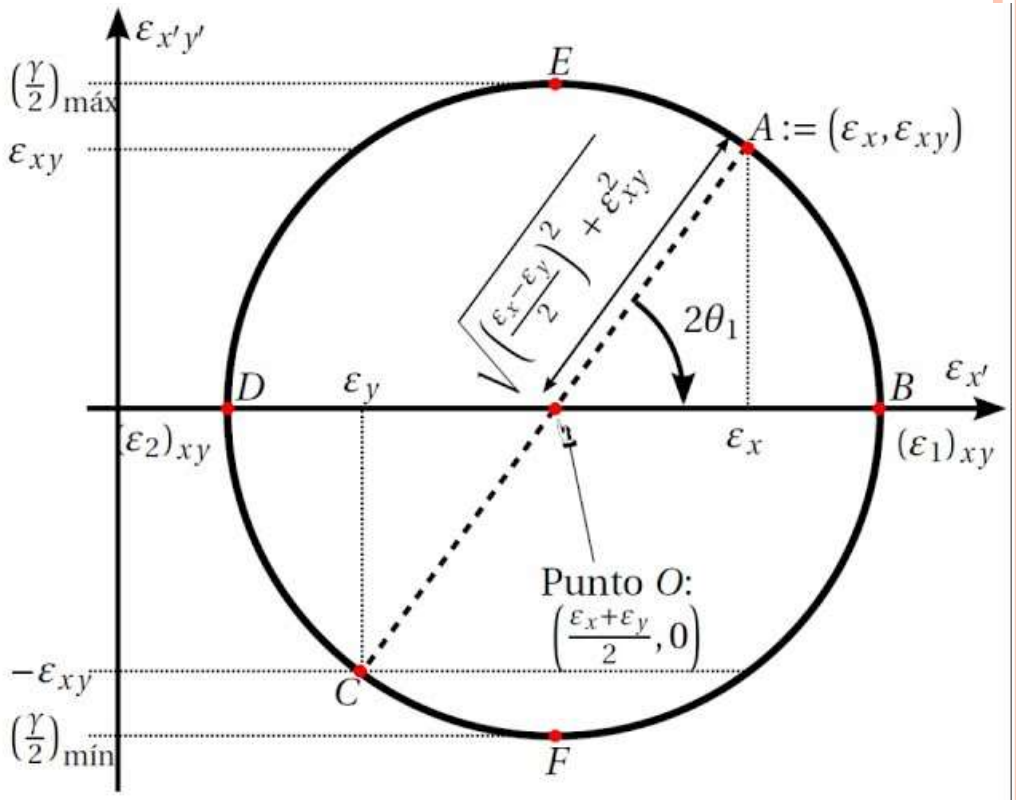
$$\left(\sigma_n - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_n^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$



RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

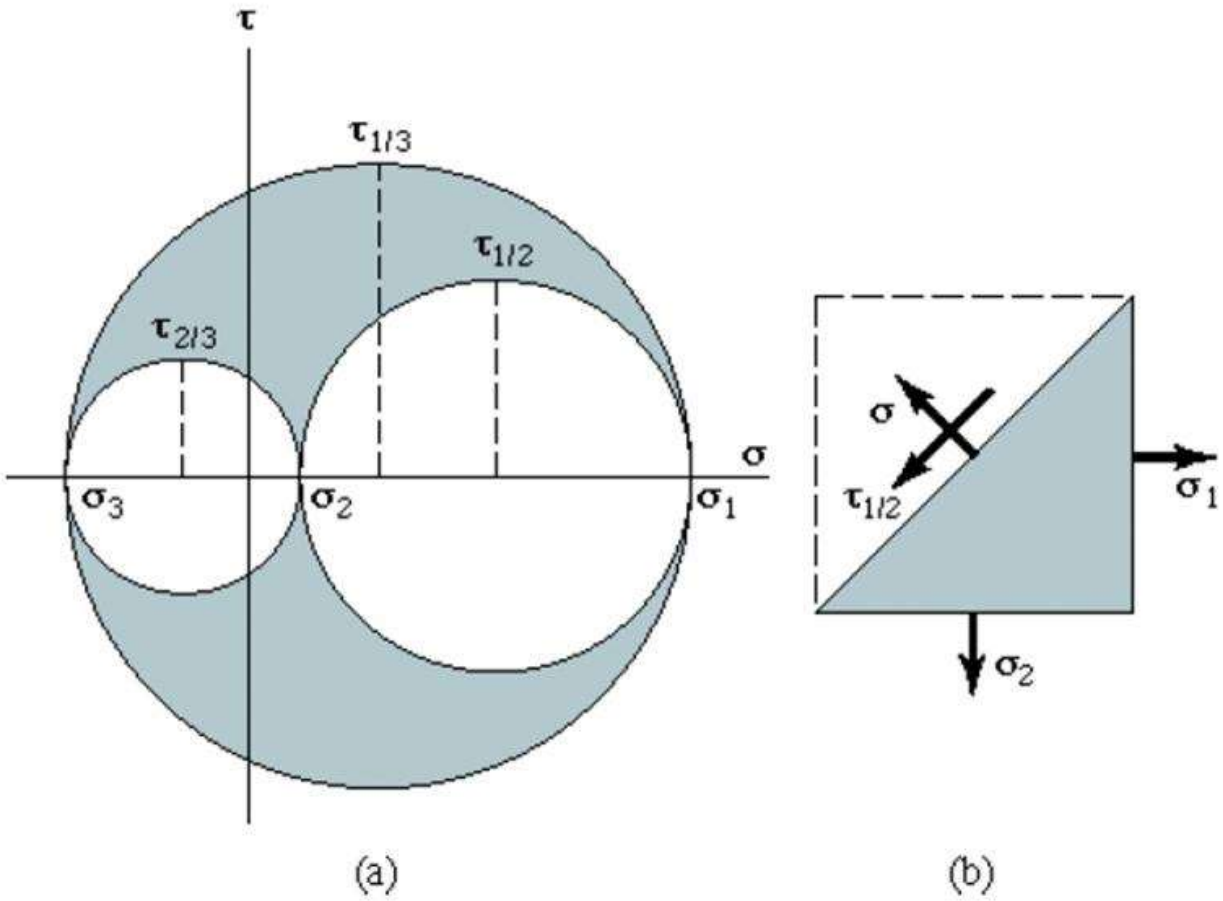
Círculo de Mohr para deformación plana: ubicación de las deformaciones longitudinales y angulares máximas y mínimas



$$(\varepsilon_1)_{xy} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2}$$

RESISTENCIA ESTÁTICA
2. CÍRCULO DE MOHR

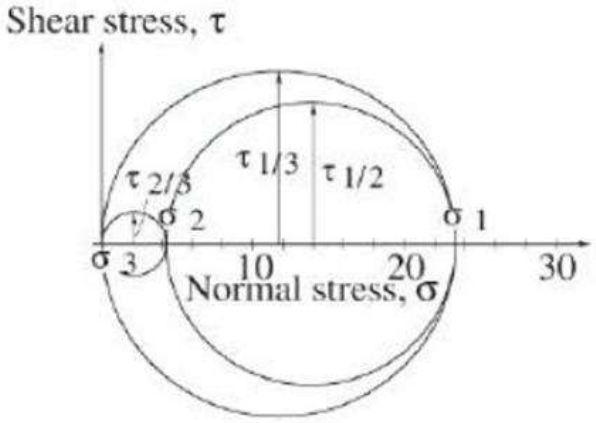
Círculo de Mohr: estado triaxial de tensiones



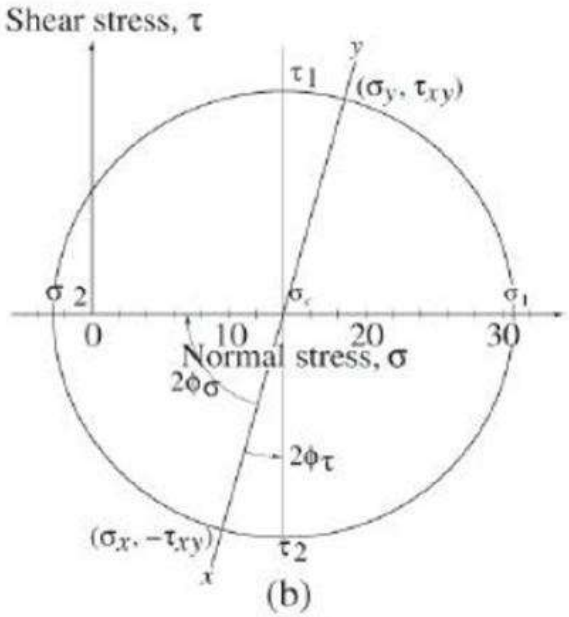
(a) Representación del círculo de Mohr; (b) Tensiones principales en dos planos.

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
2. CÍRCULO DE MOHR

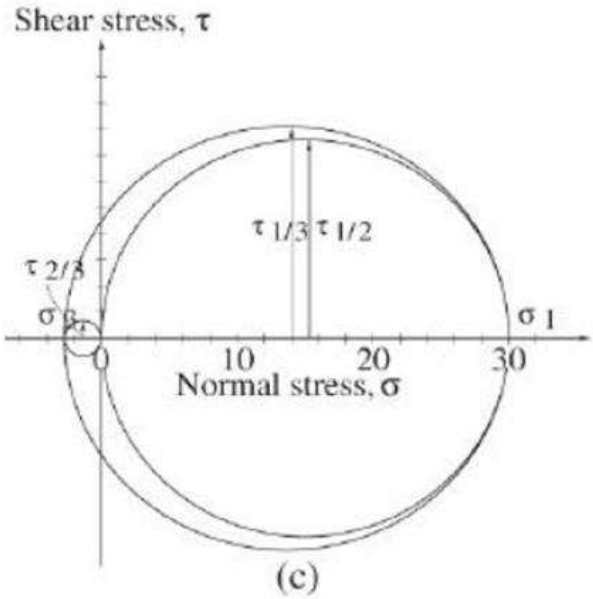


(a)



(b)

Ejemplos



(c)

(a) Tensión triaxial para:

σ_1=23.43, σ_2=4.57, y σ_3=0

(b) Tensión biaxial para:

σ_1=30.76 y σ_2= -2.760 ksi

(c) Tensión triaxial para:

σ_1=30.76, σ_2=0 y σ_3=-2.76 ksi.

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Relación tensión deformación
  - Hipótesis:
    - Sólido Elástico
    - Homogeneidad
    - Continuidad
    - Isotropía
    - Principio de rigidez relativa
      - "*Las deformaciones provocadas en los sólidos por las cargas exteriores son lo suficientemente pequeñas para que no modifiquen la forma de actuar de las cargas, y que estas sigan produciendo los mismos efectos que antes de la deformación*"
    - Principio de superposición
    - Principio de Saint-Venant

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Relación tensión deformación
  - Def. y tensiones principales

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\cdot[\sigma_1 - \mu\cdot(\sigma_2+\sigma_3)]$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\cdot[\sigma_2 - \mu\cdot(\sigma_1+\sigma_3)]$$
$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\cdot[\sigma_3 - \mu\cdot(\sigma_1+\sigma_2)]$$

E : Módulo de elasticidad (Young)

μ : Coeficiente de Poisson

  - Def. y tensiones en direcciones distintas a las principales

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\cdot[\sigma_{nx} - \mu\cdot(\sigma_{ny}+\sigma_{nz})]$$
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\cdot[\sigma_{ny} - \mu\cdot(\sigma_{nx}+\sigma_{nz})]$$
$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\cdot[\sigma_{nz} - \mu\cdot(\sigma_{nx}+\sigma_{ny})]$$

G : Módulo de elasticidad transversal

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G};\quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G};\quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
6. TIPOS DE CARGAS

- Fuerzas y Momentos
- Estáticas
  - Invariables con el tiempo
  - CRITERIOS ESTÁTICOS (TEMA 2. Actual)
- Dinámicas
  - Variables con el tiempo
  - FATIGA (TEMA 3)

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

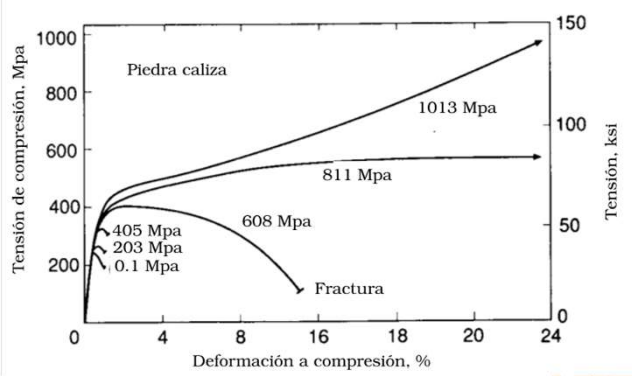
RESISTENCIA ESTÁTICA
7. FALLO CON CARGAS ESTÁTICAS

- La existencia de discontinuidades o irregularidades aumenta las tensiones en el entorno de la discontinuidad.
- Cada material se comporta de forma diferente (p.e. en los materiales dúctiles no se deben tener en cuenta los coeficientes de concentración de tensiones) porque la concentración se tensiones se transforma en una fluencia.

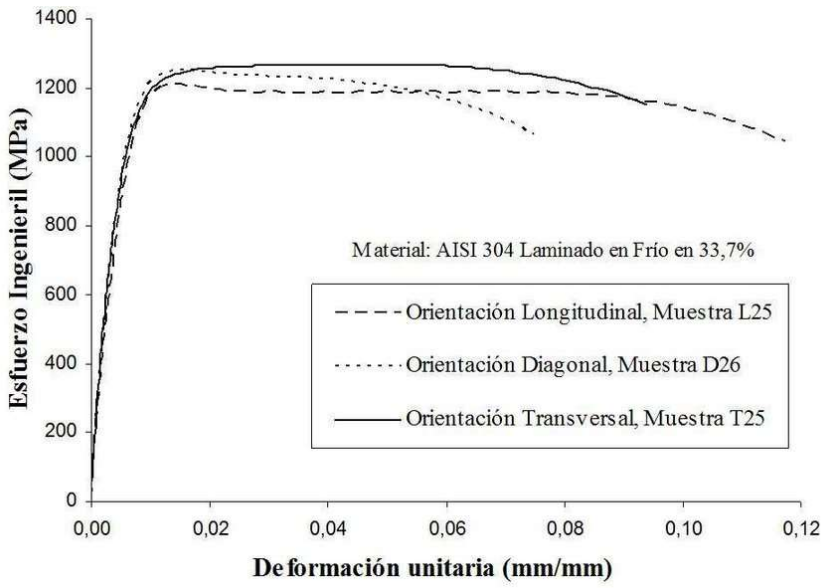
Inicio del fallo con aparición de la grieta → Propagación de la grieta hasta la fractura

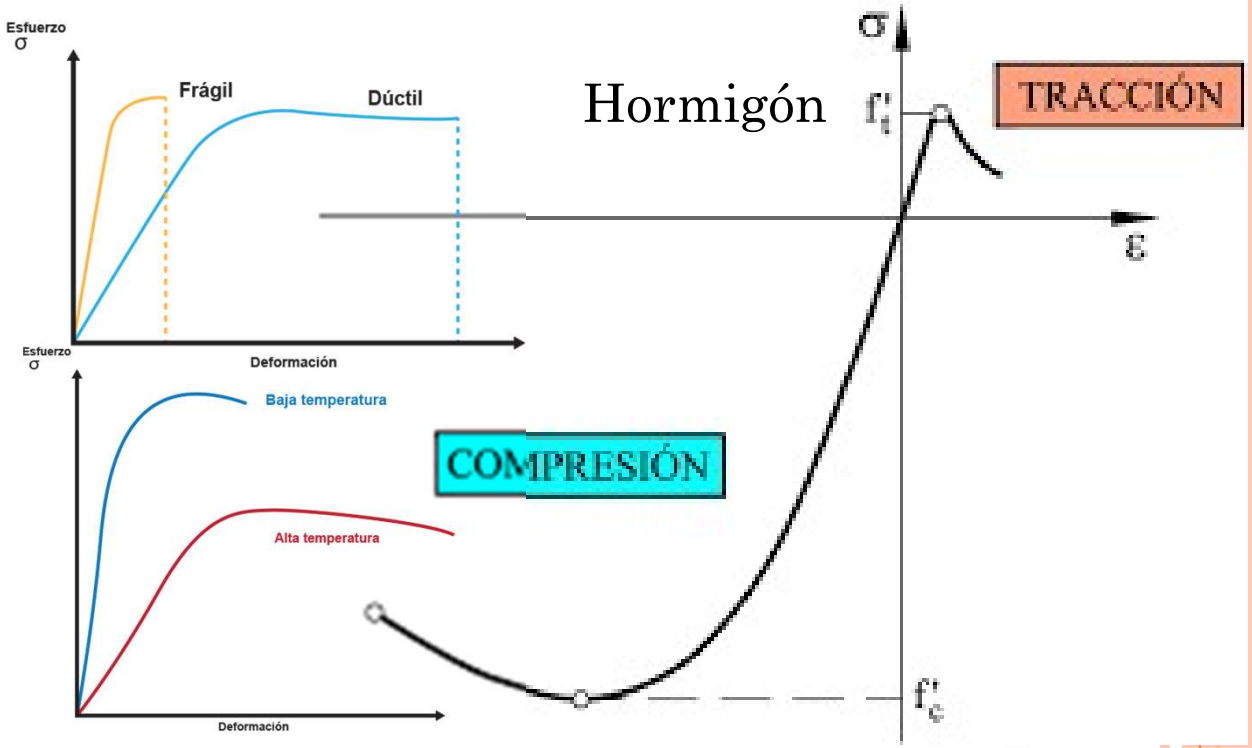
Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO



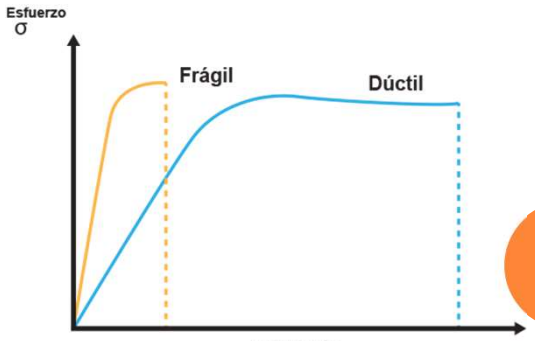
- Materiales dúctiles y frágiles (sucesos diferentes)
  - **Los dúctiles son aquellos que tiene limitada su resistencia por la fluencia**.
  - **En los materiales frágiles su aplicación está limitada por la fractura**
  - Sin embargo, los materiales normalmente frágiles pueden presentar una ductilidad considerable cuando se ensayan bajo cargas, con una componente hidrostática de las **tensiones aplicadas de compresión elevada**.
  - ¿Qué ocurre primero? ¿Fluencia o fragilidad?. No depende sólo del material, sino también del estado tensional aplicado.





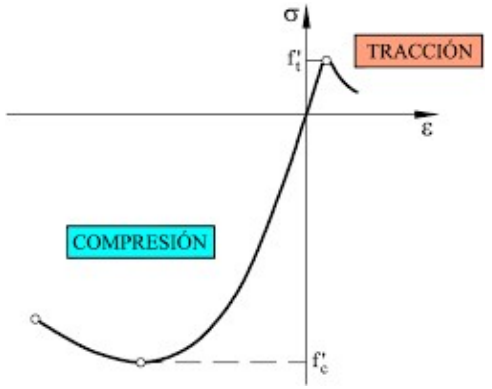
RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

- Materiales con comportamiento normal **dúctil**
  - No es de esperar la **rotura antes que la fluencia**, excepto en estados tensionales hidrostáticos de **tracción grandes**
- Materiales con comportamiento normal **frágil**
  - **Fractura aparece antes que la fluencia**, excepto para casos con tensiones hidrostáticas de **compresión grandes**.
- Conviene considerar los dos tipos de casos, para tener en cuenta que uno ocurra antes que el otro.
- **Material dúctil**:
  - **Grandes def. permanentes sin romperse**.
  - Puntos de fluencia y de resistencia última en el diagrama tensión-deformación están separado.
- **Material frágil**:
  - **Rompe con def. permanentes pequeñas**
  - **Puntos anteriores próximos.**



NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO



- Materiales frágiles:
  - Los materiales ***frágiles*** **(cerámicos, vidrios y algunas fundiciones metálicas)** contienen habitualmente un gran número de ***grietas*** microscópicas orientadas aleatoriamente u otras interfases planas que ***no pueden soportar tensiones de tracción***.
  - P.e., las numerosas fisuras de la piedra natural pueden tener este efecto, o las láminas de grafito en fundición gris. Es de esperar que las ***tensiones normales de tracción tiendan a abrir estos defectos*** y, en consecuencia, causar su crecimiento. De esta forma se puede esperar que el fallo ocurra en el plano correspondiente a la máxima tensión de tracción y que esté controlado por esta tensión, tanto en tracción como en torsión.
  - Sin embargo, si las ***tensiones dominantes son de compresión***, los defectos planos (grietas, etc) tienden a cerrarse, de forma que tienen una menor influencia en el comportamiento. Esto explica la ***resistencia muy elevada a compresión de los materiales frágiles***. También el fallo ocurre en planos inclinados con respecto a las tensiones principales.

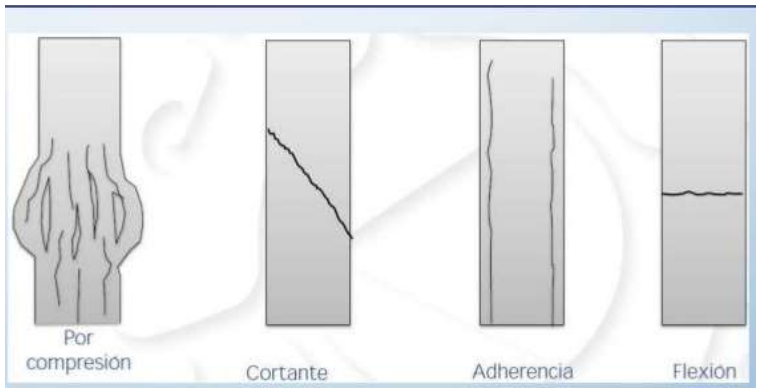
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

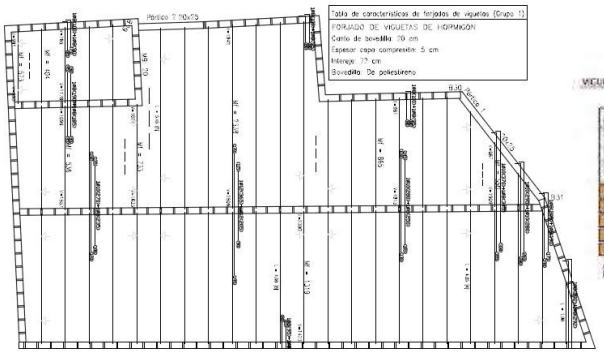
RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

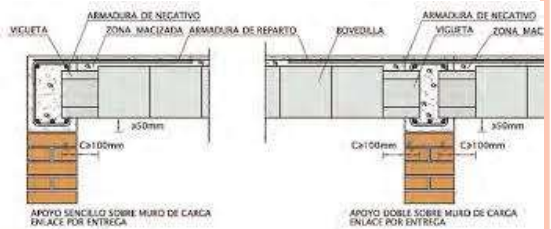
- Una vez conocido el estado tensional, es importante la posibilidad de fallo.
- Se han desarrollado distintas teorías, dependiendo de distintos enfoques (fluencia, rotura, etc).
- Las principales para CARGAS ESTÁTICAS son:
  - Criterio de la **tensión normal máxima** o de ***Rankine***
  - Criterio de la **tensión cortante máxima** o de ***Tresca***
  - Criterio de la **energía de distorsión** o de ***Von Mises***
  - Criterio de la **fricción interna** o de ***Coulomb-Mohr***

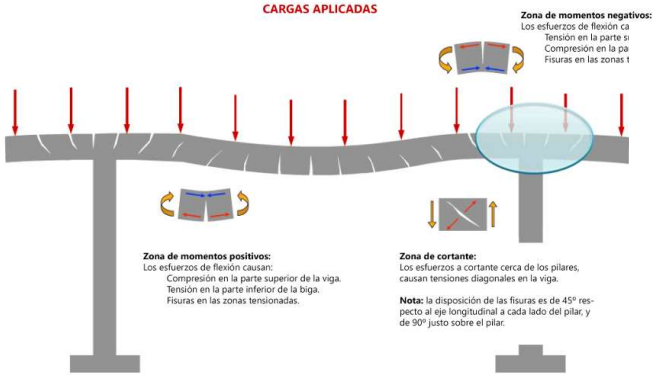
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

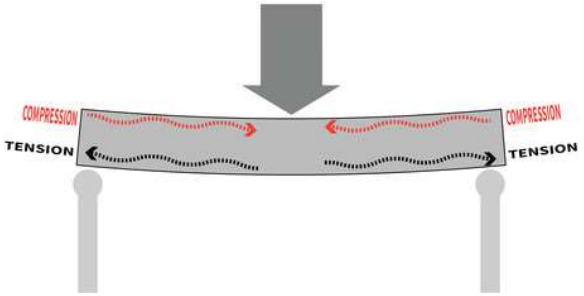
EJEMPLOS ROTURAS PILARES HORMIGÓN.

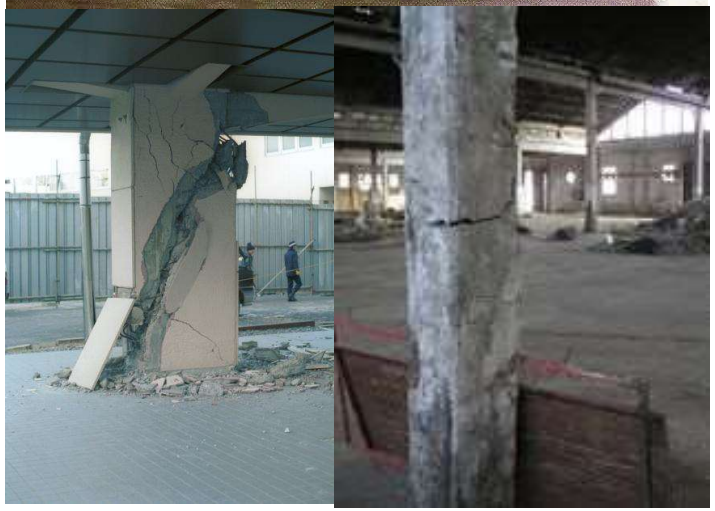


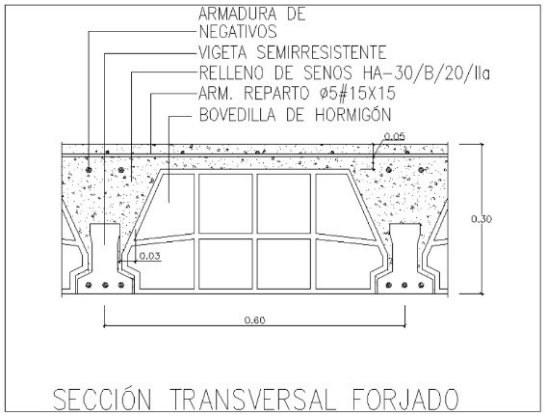


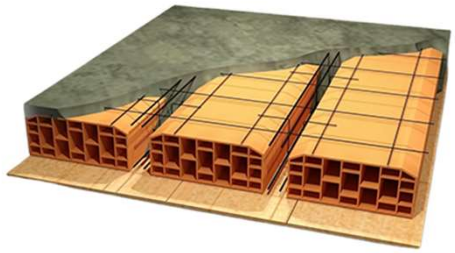


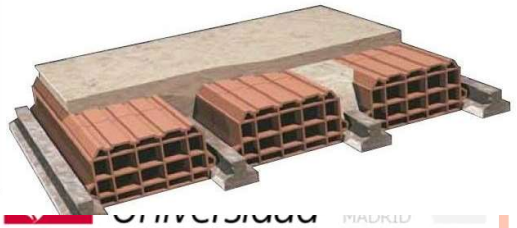




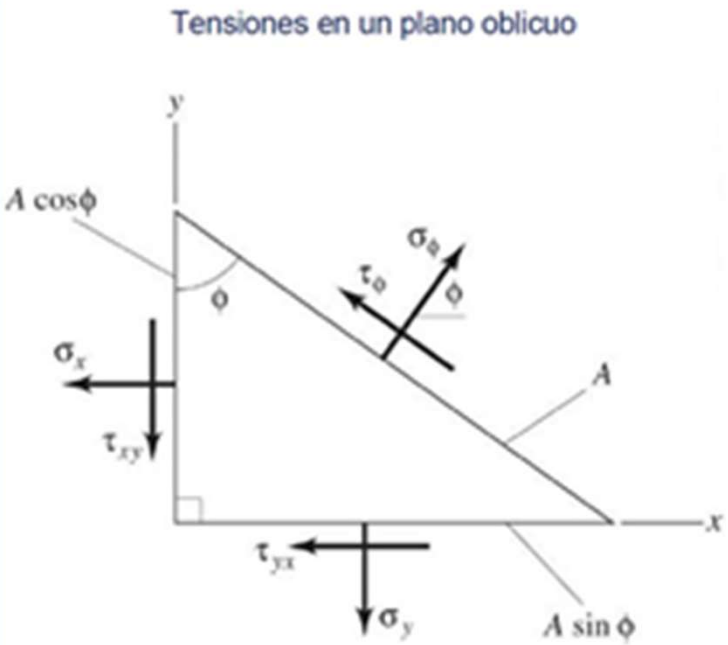


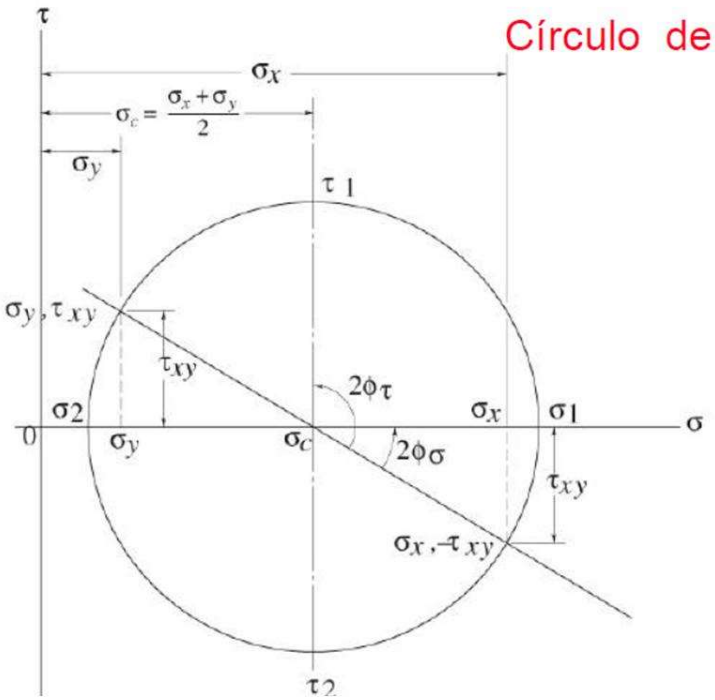




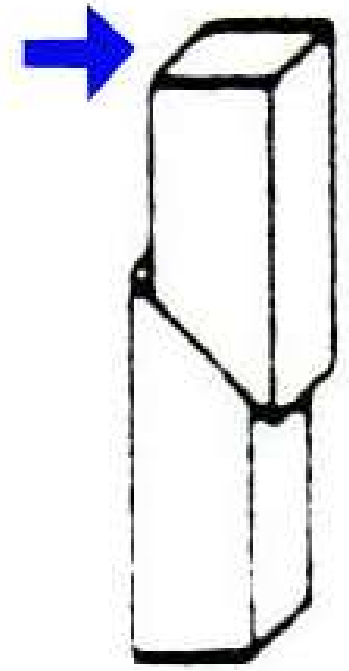


EJEMPLOS ROTURAS PILARES HORMIGÓN.

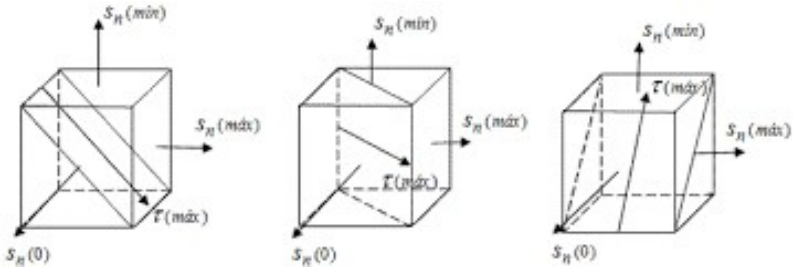


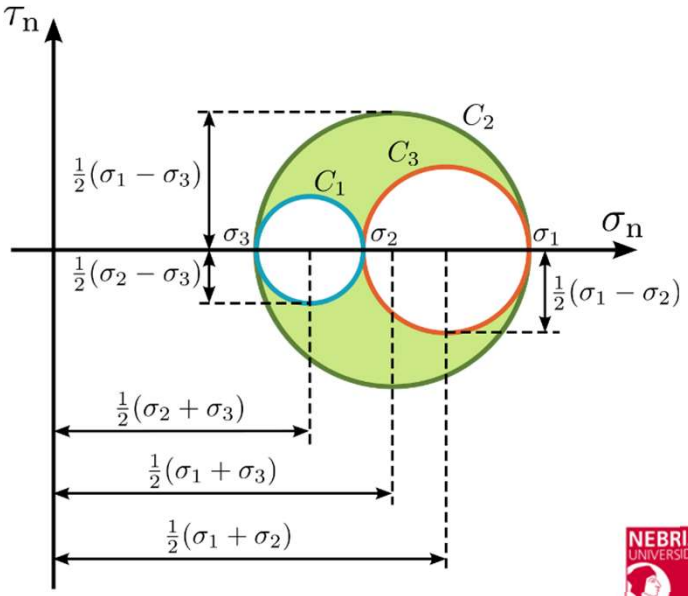


Círculo de Mohr



PILAR

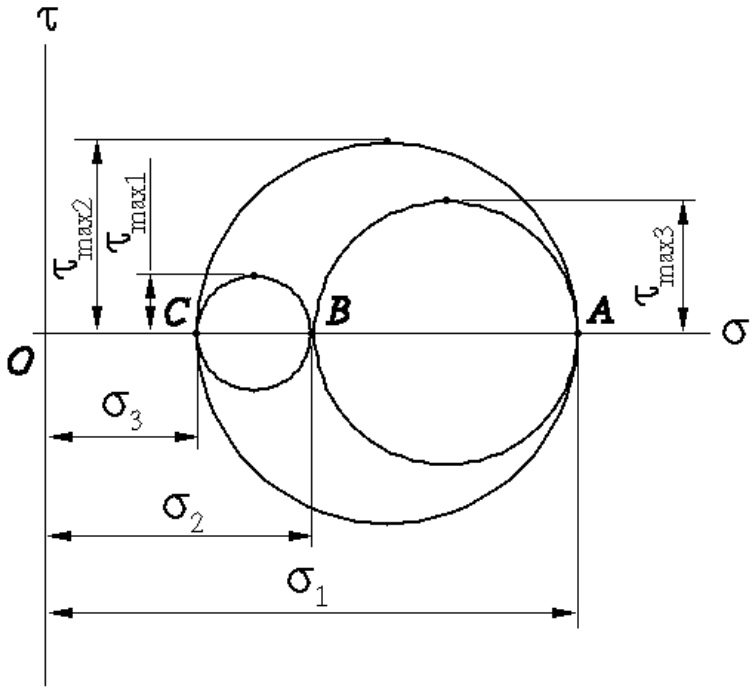




NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

- METODOLOGÍA: El estado del sólido viene dado por su estado tensional
  - **El fallo del sólido se producirá cuando la tensión equivalente a ese estado coincida con el límite del material**.
  - **Tensión de fluencia, normalmente un 0,2% de la deformación plástica**.



$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \longrightarrow (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

$$f(n\sigma_1, n\sigma_2, n\sigma_3) = f(S_t, 0, 0)$$

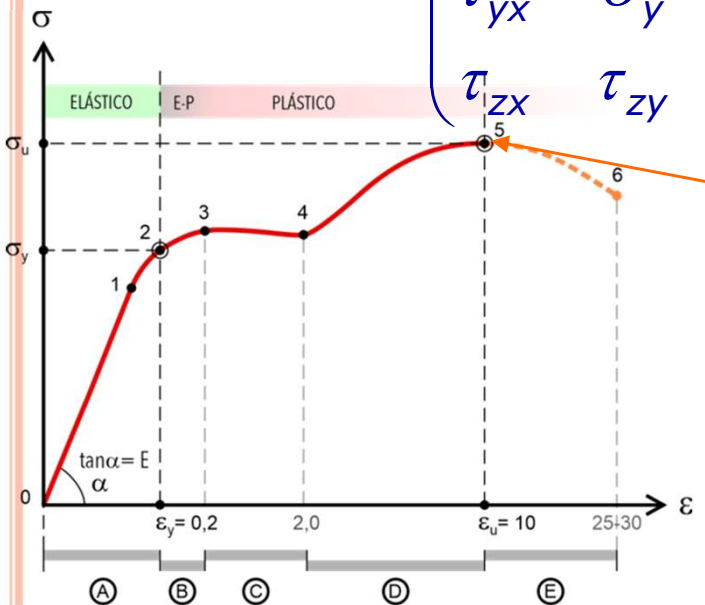
$$\boxed{f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)} \qquad n = \frac{S_t}{\sigma_{eq}}$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

- Criterio de la tensión normal máxima o de ***Rankine***
  - Esta teoría predice el fallo cuando la máxima tensión normal presente en un estado multiaxial de tensiones alcanza el valor correspondiente al fallo en el ensayo del material.
  - **Adecuado para material frágil. Utilizar criterios posteriores.**

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \longrightarrow (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

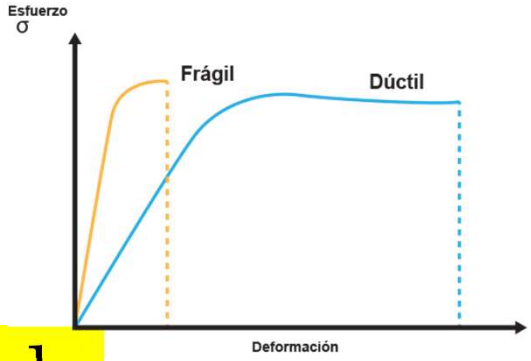


$$\sigma_{eq} = \text{MAX}\left(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|\right)$$

Fallo cuando $\sigma_{eq} = S_u$

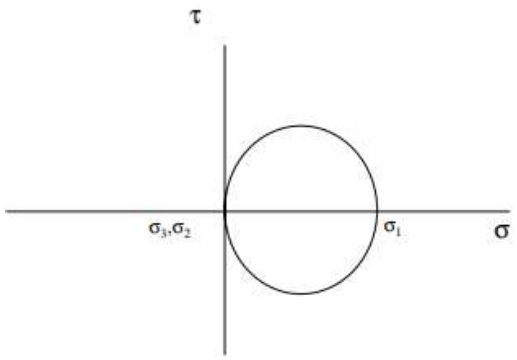
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

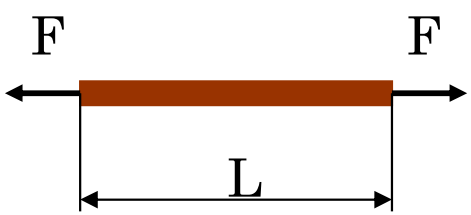


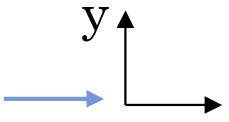
- Criterio de la tensión normal máxima o de ***Rankine***

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \qquad (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \qquad \text{Fallo cuando} \quad \sigma_{eq} = S_u$$



$$\sigma_{eq} = \text{MAX}(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|)$$





$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_x = \dfrac{F}{A} \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = 0 \end{cases}$$

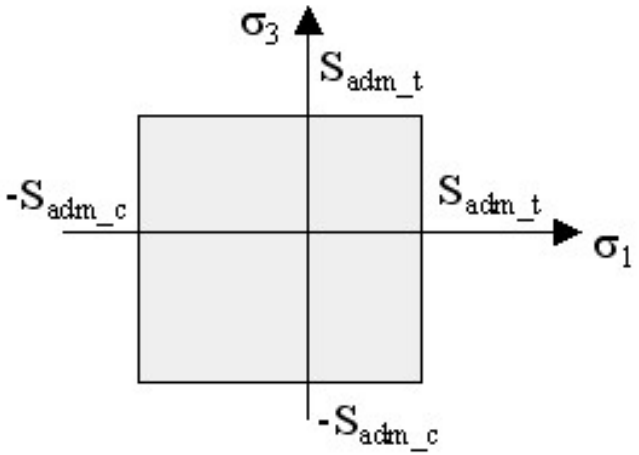
$$\sigma_{eq} = \text{MAX}(|\sigma_1|, |0|, |0|) = \sigma_1$$

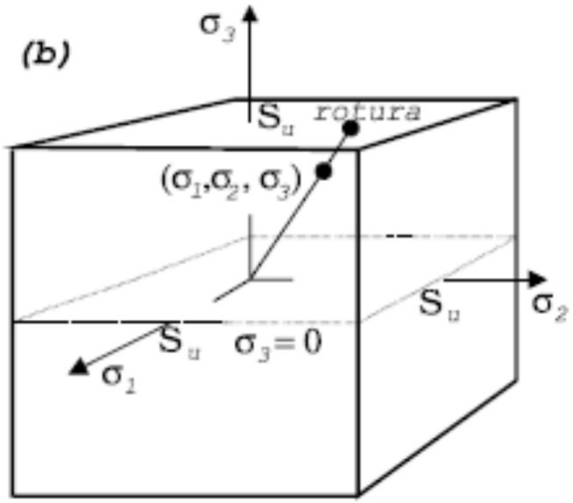
$$\boldsymbol{\sigma_{eq} = S_u = \sigma_1}$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

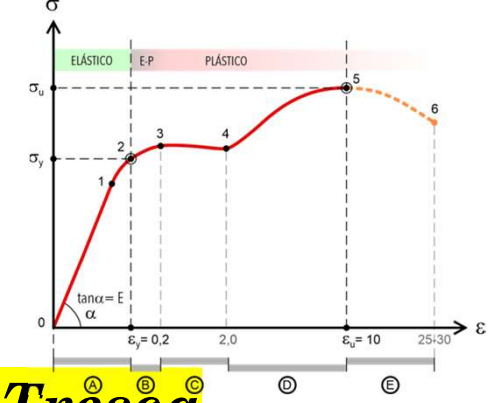
- Criterio de la **tensión normal máxima o de *Rankine***
  - Para el caso de tensión plana la representación gráfica de este criterio de fallo en un diagrama corresponde a un cuadrado.
  - Se predice que no hay fractura para cualquier combinación de las tensiones principales que se encuentra dentro del cuadrado.
  - Para el caso tridimensional, la superficie de fallo corresponde a un cubo.





Nebrija Universidad MADRID

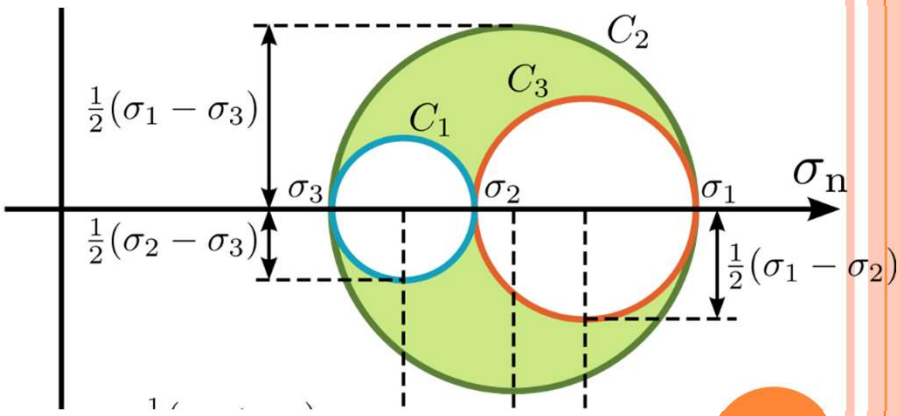
RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la máxima tensión tangencial o de ***Tresca***
  - Las **tensiones tangenciales principales se pueden obtener a partir de las tensiones normales principales.** P.e. en los Círculos de Mohr
  - Esta teoría predice el fallo cuando la máxima tensión tangencial presente en un estado multiaxial de tensiones alcanza el valor correspondiente al fallo en el ensayo del material.
  - Esta teoría se correlaciona bien con datos experimentales relativos al **fallo por fluencia** en materiales dúctiles.

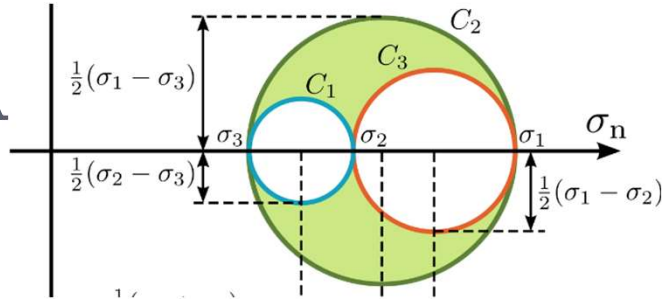
$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} \; ; \; \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \; ; \; \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}$$

$$\tau_{eq} = S_{sy} = \text{MAX}\left(\frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}; \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}; \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \right)$$



NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la **máxima tensión tangencial** o de ***Tresca***
  - El **límite de fluencia para tensiones tangenciales**, Ssy, puede obtenerse directamente de un ensayo simple a tangenciales, tal como la **torsión de un tubo de pared delgada**

$$\sigma_1 = S_y\,, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

  - Lo que normalmente se conoce es el **fallo en el ensayo de tracción.**
  - Sustituyendo en…

$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} \;;\; \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \;;\; \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}$$

  - Se obtiene el límite de fluencia para tensiones tangenciales Ssy:

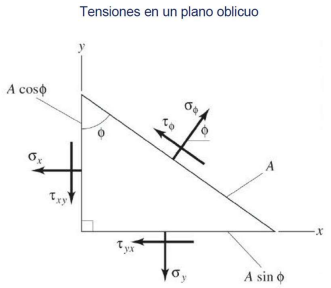
$$\tau_{eq} = S_{sy} = \text{MAX}\left(\frac{|\sigma_2-\sigma_3|}{2}; \frac{|\sigma_1-\sigma_3|}{2}; \frac{|\sigma_1-\sigma_2|}{2}\right) \qquad S_{sy} = \frac{S_y}{2}$$

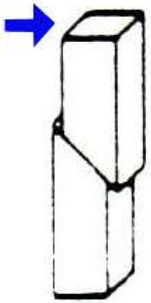
  - Por lo que el **criterio de fluencia queda:**

$$S_y = \text{MAX}\left(|\sigma_1-\sigma_2|, |\sigma_2-\sigma_3|, |\sigma_3-\sigma_1|\right)$$

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

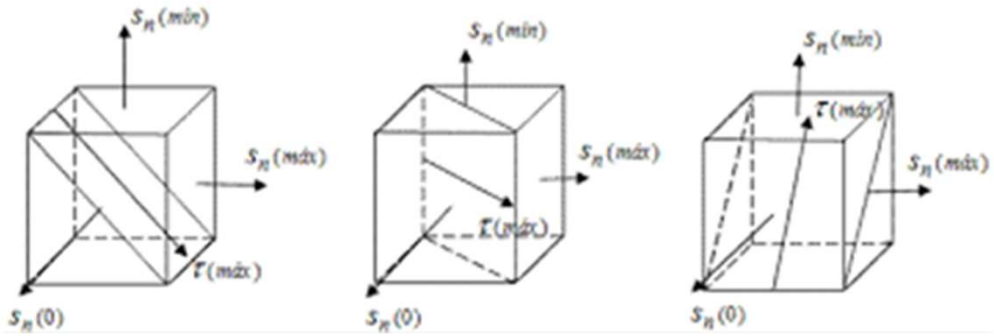
- Criterio de la **máxima tensión tangencial** o de ***Tresca***
  - Por lo que el **criterio de fluencia queda:**




PILAR

$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} \; ; \; \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \; ; \; \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}$$

$$\tau_{eq} = S_{sy} = MAX\left(\frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}; \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}; \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \right) \qquad S_{sy} = \frac{S_y}{2}$$



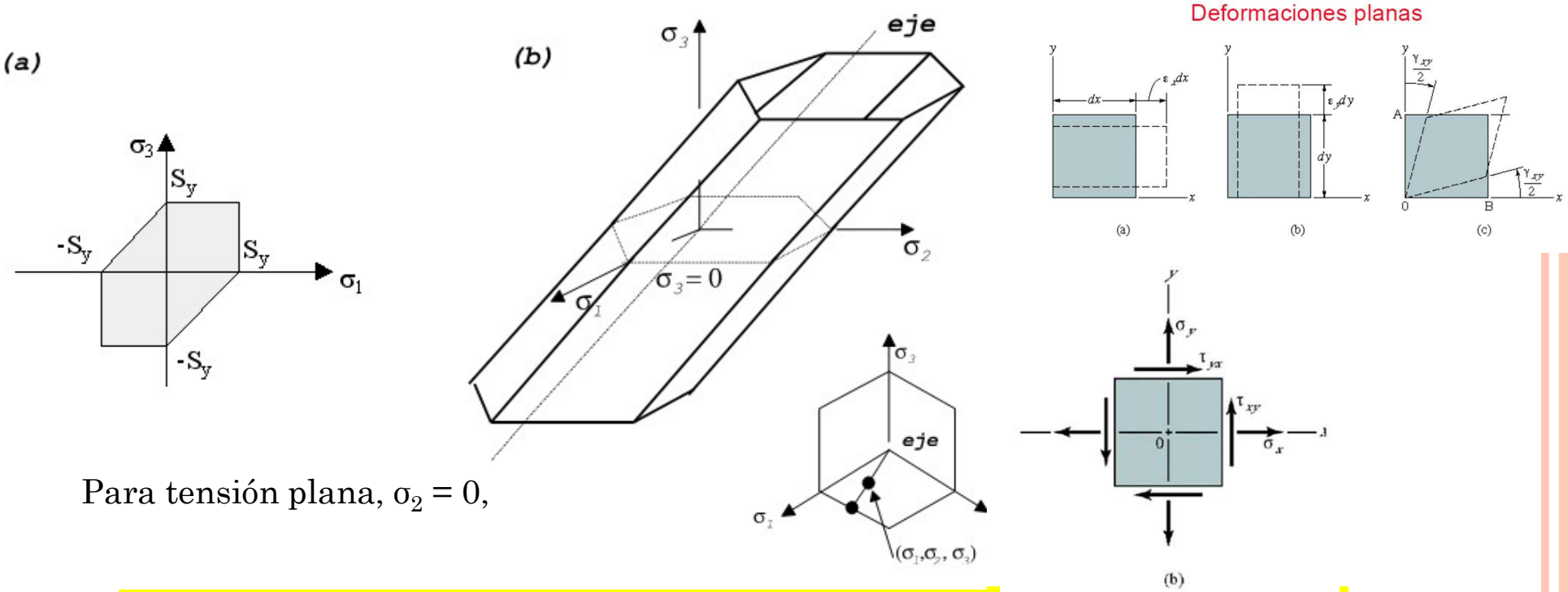
$$S_y = MAX\left(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1| \right)$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO $S_y = \text{MAX}\left(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1| \right)$

- Criterio de la **máxima tensión tangencial** o de ***Tresca***
  - Para el caso general de tensiones triaxiales…



Para tensión plana, $\sigma_2 = 0$,

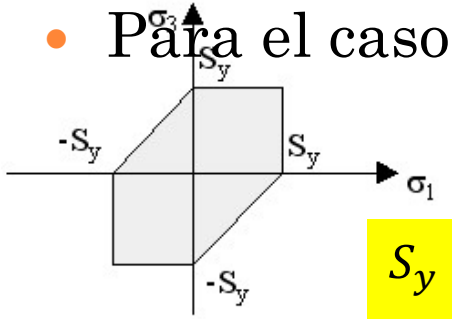
- En el caso particular de tensiones hidrostáticas, donde las tensiones principales son iguales entre sí y por lo tanto las cortantes máximas son cero, este criterio predice que nunca producirán fluencia.

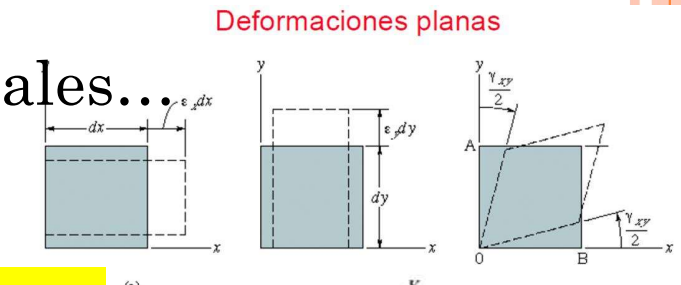
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO $S_y = \text{MAX}\left(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1| \right)$

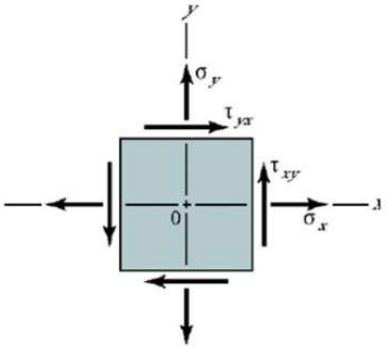
- Criterio de la **máxima tensión tangencial** o de ***Tresca***
  - Para el caso general de tensiones triaxiales…





$$S_y = \text{MAX}\left(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1| \right)$$

Para tensión plana, $\sigma_2 = 0$,



- Supongamos máximos:

$S_y = \sigma_1 - \sigma_2$

$\sigma_1 > 0; \sigma_2 > 0$ Falla antes por tensión normal que por tensión tangencial.

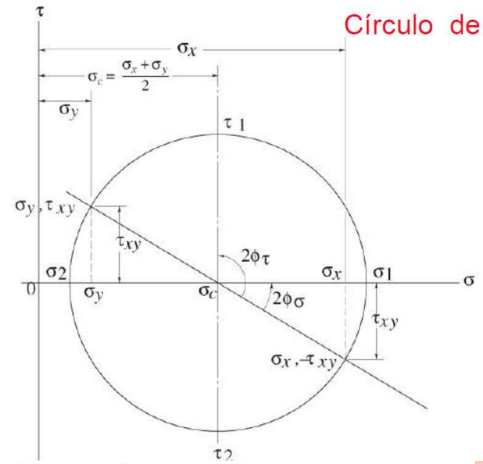
$\sigma_1 > 0; \sigma_2 < 0$ $S_y = \sigma_1 - \sigma_2 > \sigma_1 > \sigma_2$ Línea con pendiente 1 pasa por (0, Sy)

$\sigma_1 < 0; \sigma_2 > 0$ $S_y = \sigma_1 - \sigma_2 > \sigma_1 > \sigma_2$ Línea con pendiente 1 pasa por (0, –Sy)

$\sigma_1 < 0; \sigma_2 < 0$ Falla antes por tensión normal que por tensión tangencial.

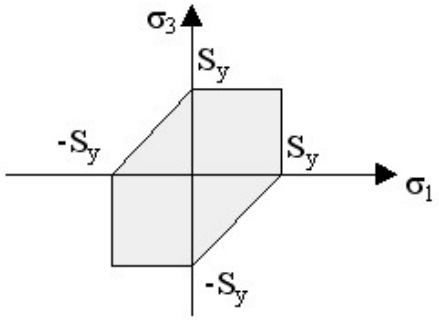
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

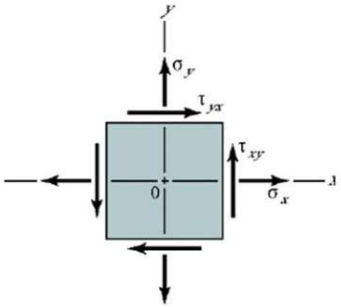
RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

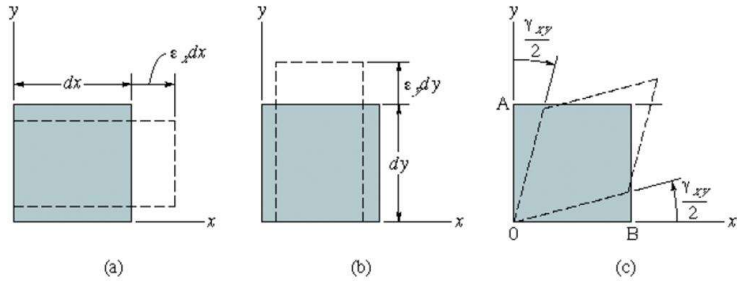


- Criterio de la **máxima tensión tangencial** o de ***Tresca***

(a)

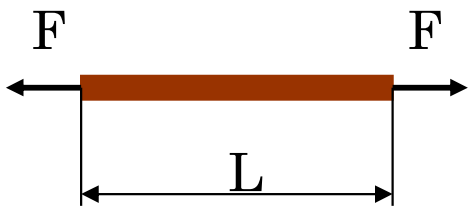


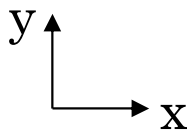




$$S_y = \text{MAX}\left(\left|\sigma_1-\sigma_2\right|,\left|\sigma_2-\sigma_3\right|,\left|\sigma_3-\sigma_1\right|\right)$$

$$\textit{Tracción\_o\_compresión} = S_y = \text{MAX}\left(\left|\sigma_1-0\right|,\left|0-0\right|,\left|0-\sigma_1\right|\right) = \sigma_1$$



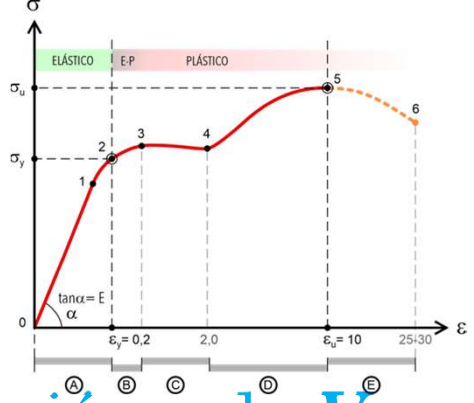


$$\sigma_1 = \sigma_x = \frac{F}{A}$$
$$\sigma_2 = 0$$
$$\sigma_3 = 0$$

Plano de principal cortadura a 45º Mohr.

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO



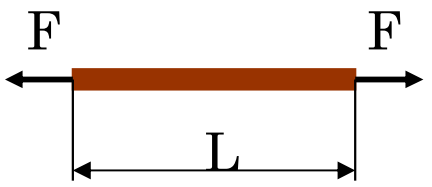
- Criterio de la máxima energía de distorsión o de ***Von Mises***
  - Se produce fallo cuando la energía de distorsión alcanza el valor que se obtiene en el momento de fallo en el ensayo del material.
  - Se ha comprobado que este criterio se adapta bien a la predicción del **comportamiento de fluencia de materiales dúctiles,** por lo que lo consideraremos como ***criterio de fluencia***.

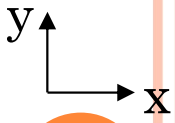
$$\sigma_{eq} = S_y = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}$$

$$\sigma_1 = \sigma_x = \frac{F}{A}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = 0$$

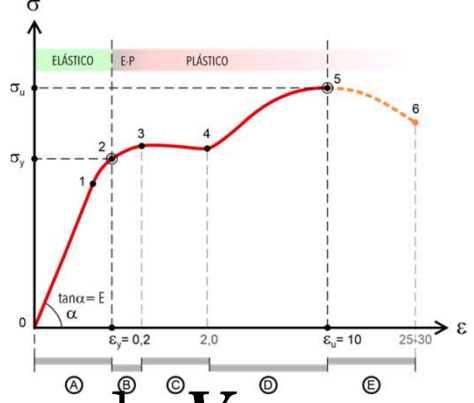




Comentar ensayo tracción uniaxial

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la máxima energía de distorsión o de ***Von Mises***
  - Considerando que el estado tensional está definido en unos ejes cualesquiera, y no en los principales, el criterio de fallo de energía de distorsión adopta la siguiente expresión…

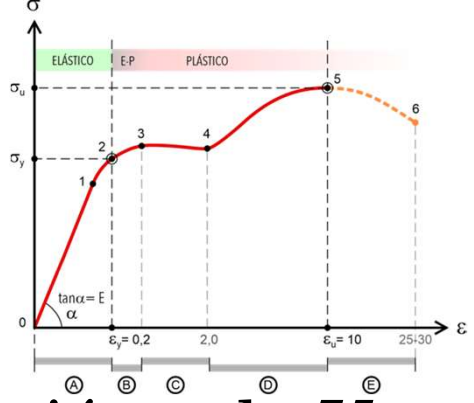
$$S_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

  - Que es la ecuación de una elipse con eje mayor en la línea sigma 1 a sigma 3, y que cruza los ejes en **los puntos Sy** (ver pag. sig.)
  - Para tensión plana…

$$\begin{cases} \sigma_1 = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2} \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2} \end{cases}$$

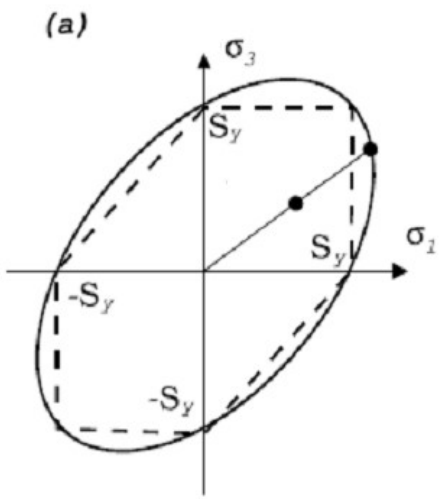
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

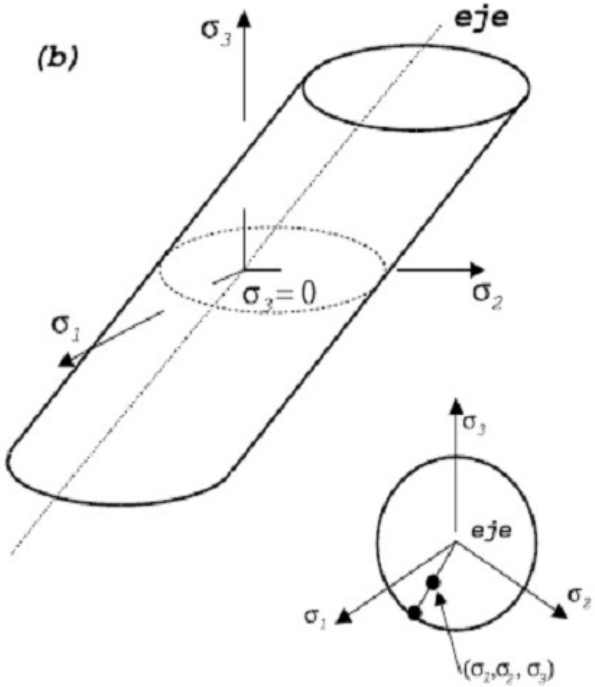
RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

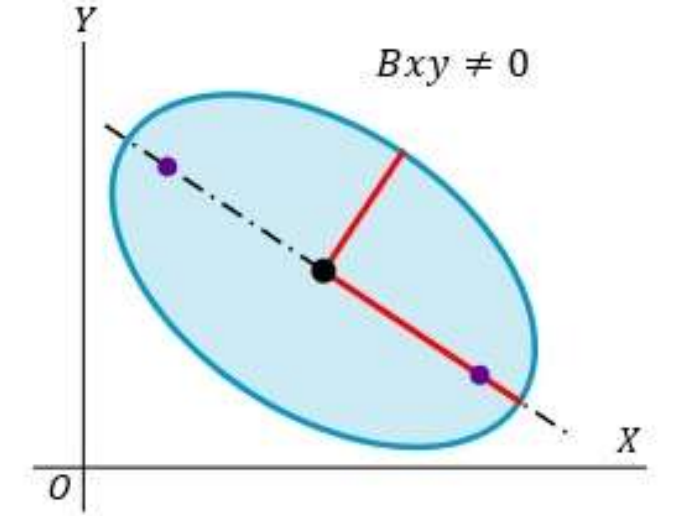


- Criterio de la máxima energía de distorsión o de ***Von Mises***

$$\sigma_{eq} = S_y = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$







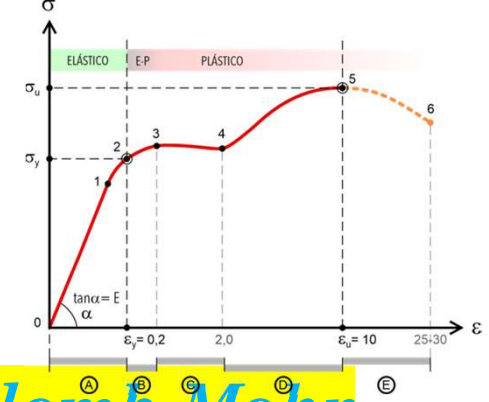
$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

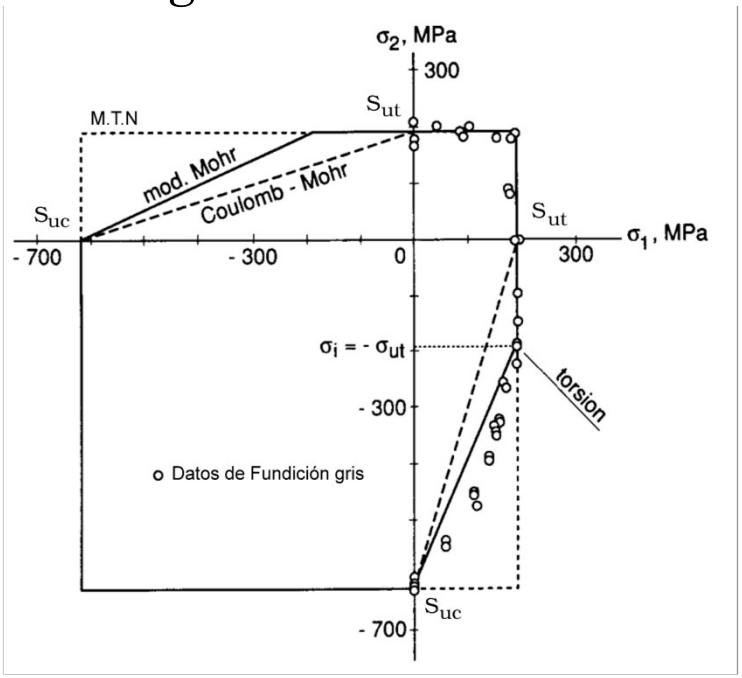
Figura 3.- Representación gráfica del criterio de la energía de distorsión: (a) estado de tensión plana; (b) estado tridimensional de tensiones.

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

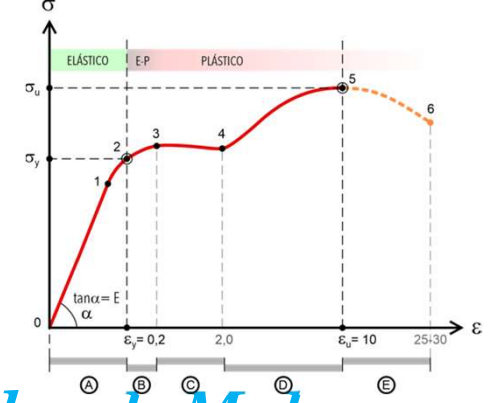


- Criterio de la **fricción interna o de *Coulomb-Mohr***
  - Una posibilidad para considerar el diferente comportamiento de los **materiales frágiles a tracción y compresión** es simplemente **modificar el criterio de máxima tensión normal** de forma que difieran los **límites de rotura a tracción y a compresión**.
  - Esto dará, como consecuencia, el cuadrado no centrado en el origen mostrado en la figura.
  -

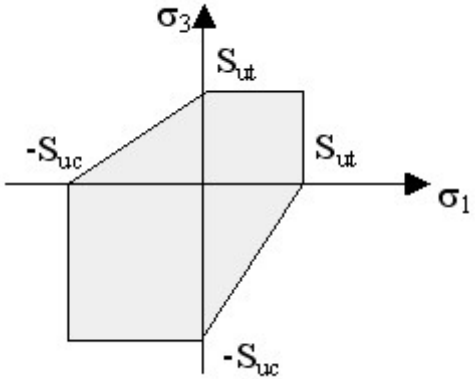


NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la **fricción interna o de *Coulomb-Mohr***
  - A este criterio también se le llama criterio de la fricción interna. Es un criterio de resistencia estática, aplicado a materiales frágiles, según el cual, el material resistirá en el punto analizado, siempre que su círculo de Mohr sea interno a la envolvente definida por los círculos de Mohr correspondientes a la rotura del ensayo de tracción y del ensayo de compresión y la línea tangente a ambos.
  - El criterio de resistencia se escribe matemáticamente **mediante tres condiciones que deben cumplirse para que el punto resista**



$$\sigma_1 < S_{ut}$$

$$\sigma_3 > -S_{uc}$$

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3}{S_{uc}} < 1$$

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

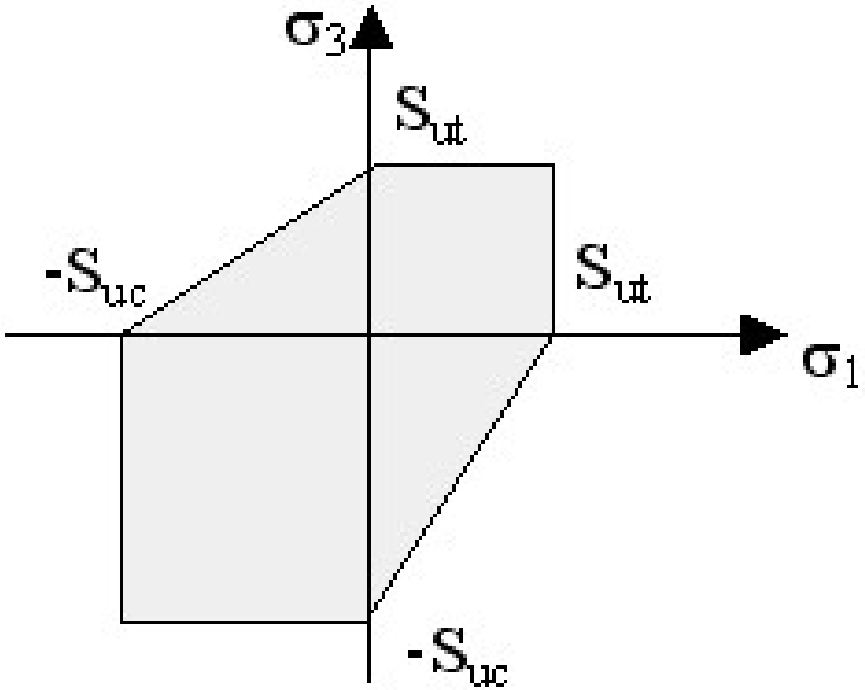
RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

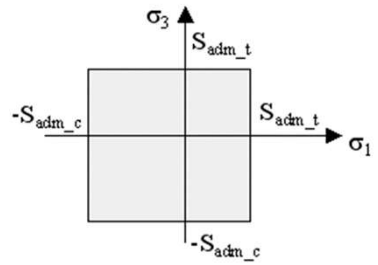
- Criterio de la fricción interna o de ***Coulomb-Mohr***

  • σ_1 σ_2 , σ_3 son las tensiones principales en el punto analizado, ordenadas de forma que:

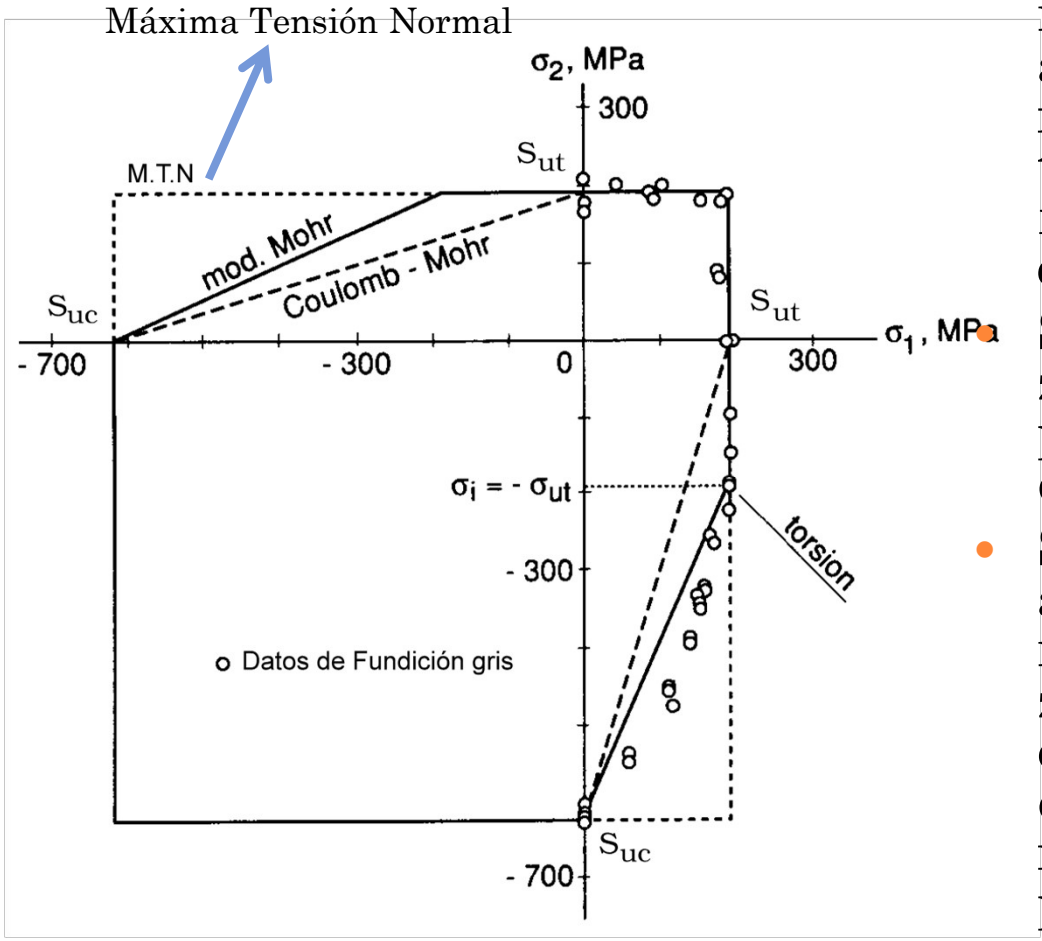
  •S_{ut}>0 es la resistencia a la rotura a tracción, S_{uc}>0 la resistencia a la rotura a compresión

  Este criterio de resistencia puede representarse gráficamente en un diagrama, representando la zona **sombreada la zona segura**, para la cual el material resiste de acuerdo con dicho criterio. **Este criterio es más exigente que el de Rankine.**





RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la fricción interna o de ***Coulomb-Mohr***
  - Este criterio de máxima tensión normal modificado da resultados aceptables para la predicción de fractura en materiales frágiles si la tensión normal del valor absoluto máximo es de tracción. Si es de compresión existen desviaciones.
  - Se muestra en línea discontinua la zona de fallo que predice este criterio para un estado biaxial de tensiones de fundición gris.
  - Se observa que este criterio, aplicado a materiales frágiles, como es el caso, no proporciona buenos resultados. La zona de fallo obtenida a partir de la experimentación está alejada de la que predice este criterio. Por esta razón no se utilizará este criterio para el cálculo de rotura en materiales frágiles.

Nebrija Universidad MADRID

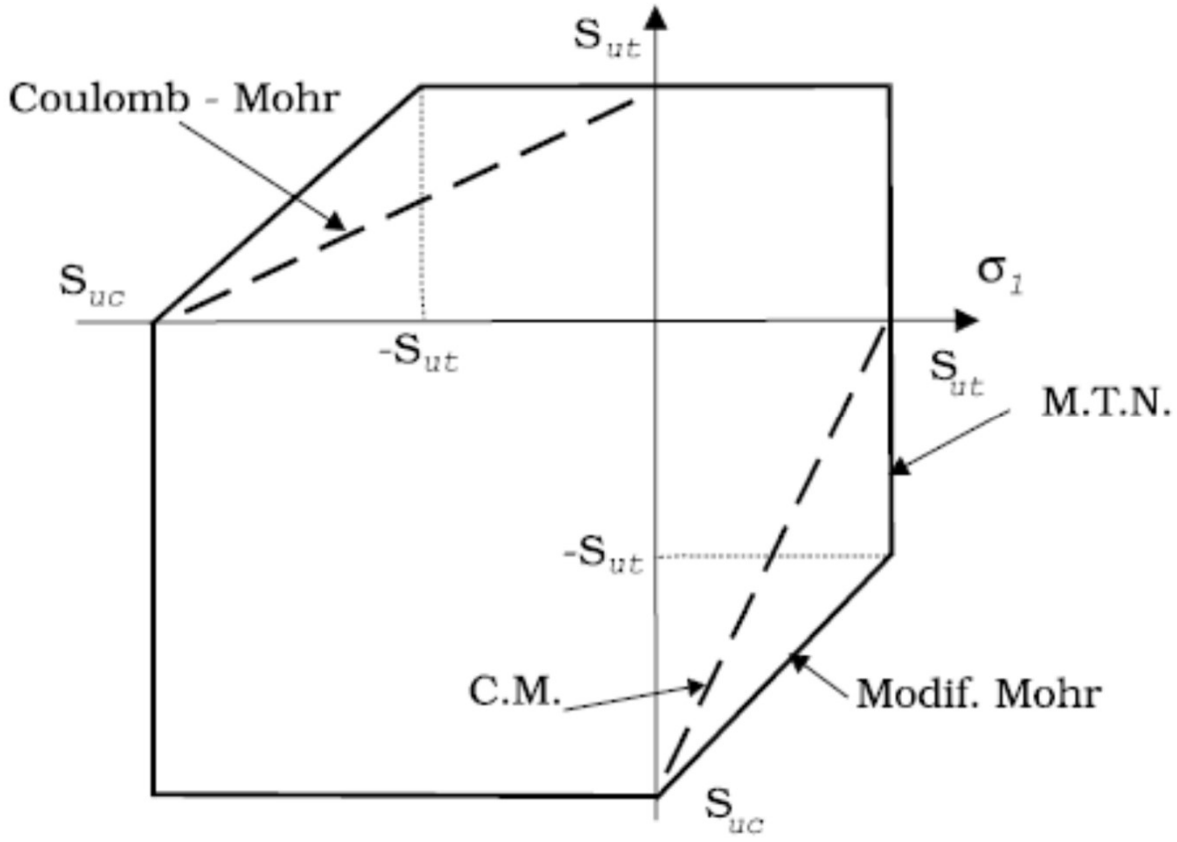
RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

- Criterio de la fricción interna o de ***Coulomb-Mohr MODIFICADO***
  - Modificación del criterio original, criterio para **materiales frágiles**
  - A partir del criterio de Coulomb-Mohr, se **define un nuevo criterio de fallo** tomando como **límites de la misma los valores de Syt y Syc (sustituyendo a Sut y Suc respectivamente)**
  - Se trata de una modificación **empírica**
  - Experimentalmente se ha comprobado que este criterio es válido para detectar fallo por **fluencia en materiales dúctiles.**

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

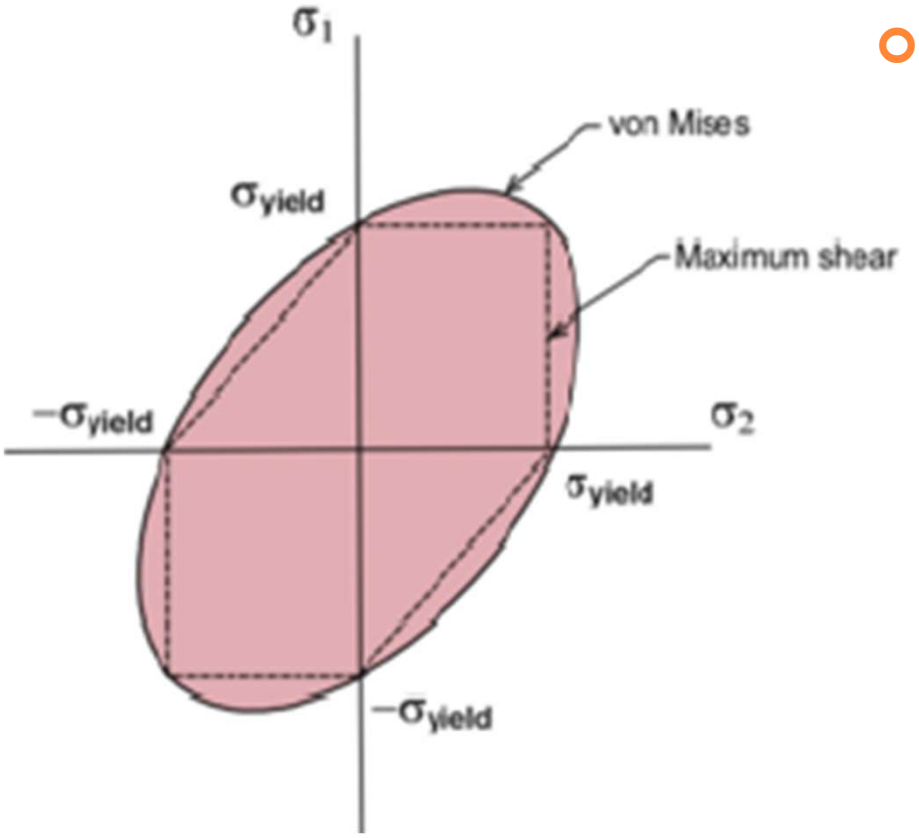
RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO

- Criterio de la fricción interna o de ***Coulomb-Mohr MODIFICADO***



Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
8. CRITERIOS DE FALLO



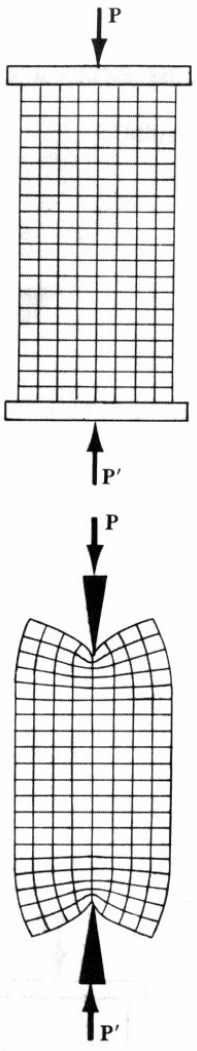
- ***Comparativa criterio de fallo***
  - ***Tresca y Von Mises:***
    - Predicen la fluencia en mat. Dúctiles, Sy.
    - Especialmente en estados tensión planos
  - ***Rankine y Coulomb:***
    - **Bien con mat. Frágiles. Su. Rotura**

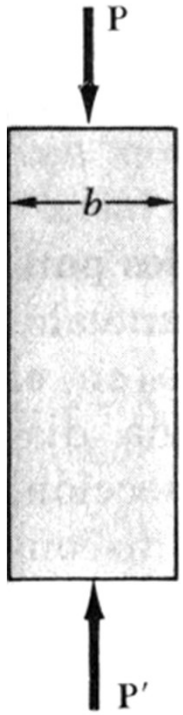
Nebrija Universidad MADRID

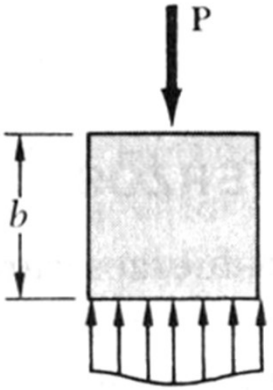
RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

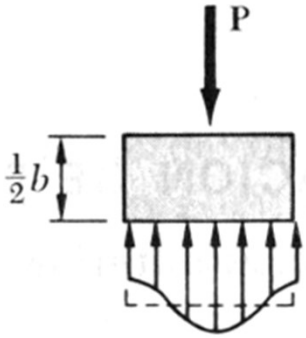
- Concentración de esfuerzos por aplicación de carga:



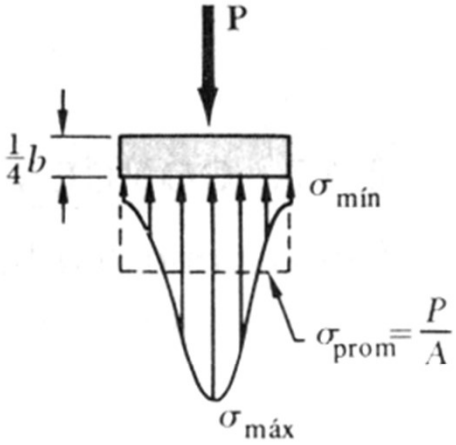




$$\sigma_{mín} = 0.973\sigma_{prom}$$
$$\sigma_{máx} = 1.027\sigma_{prom}$$

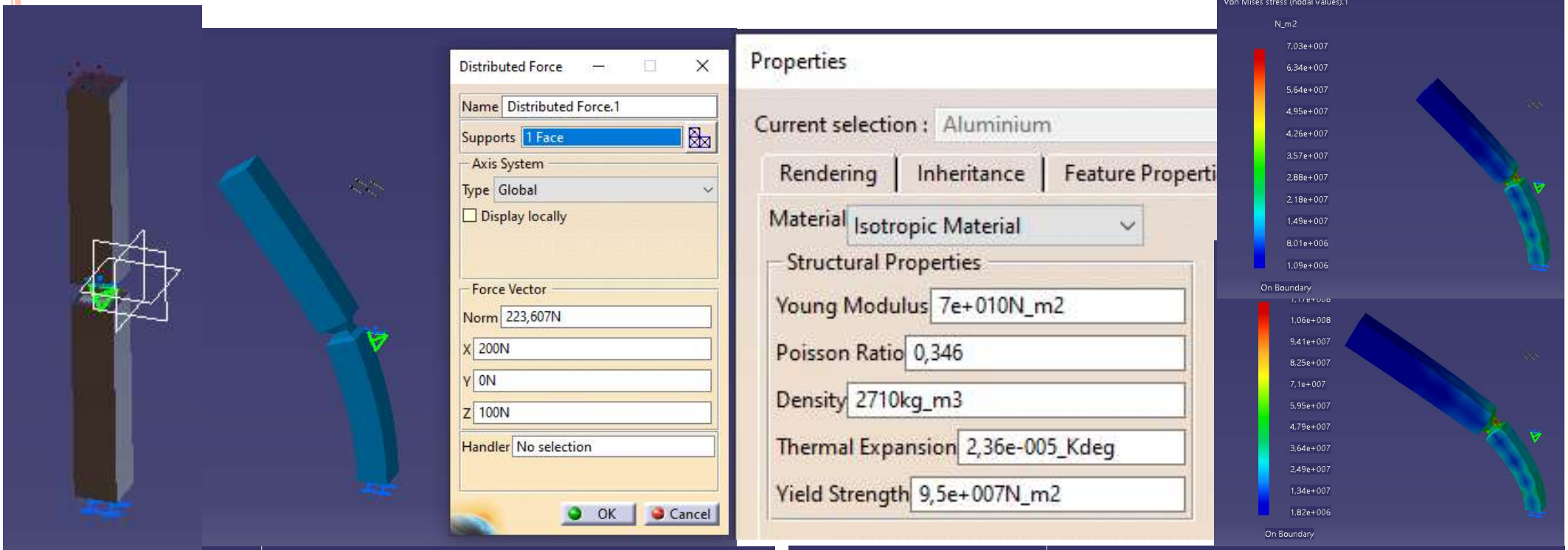


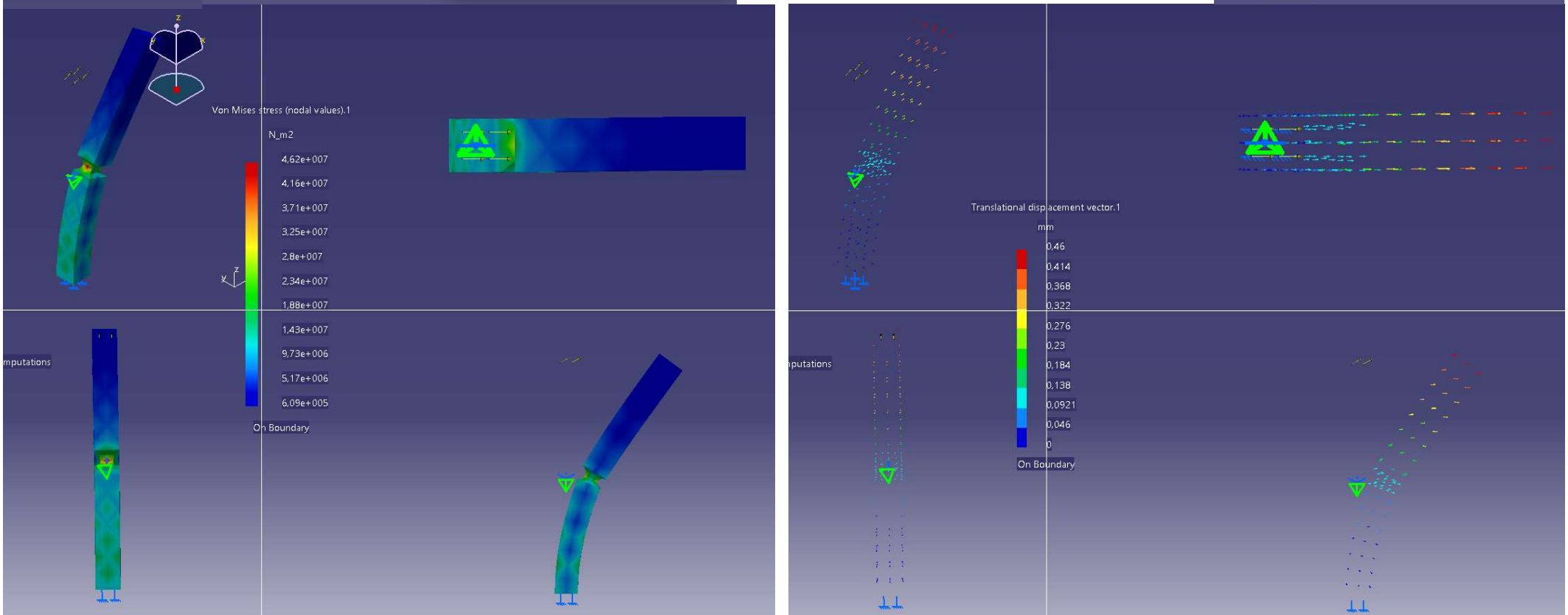
$$\sigma_{mín_y} = 0.668\sigma_{prom}$$
$$\sigma_{máx} = 1.387\sigma_{prom}$$



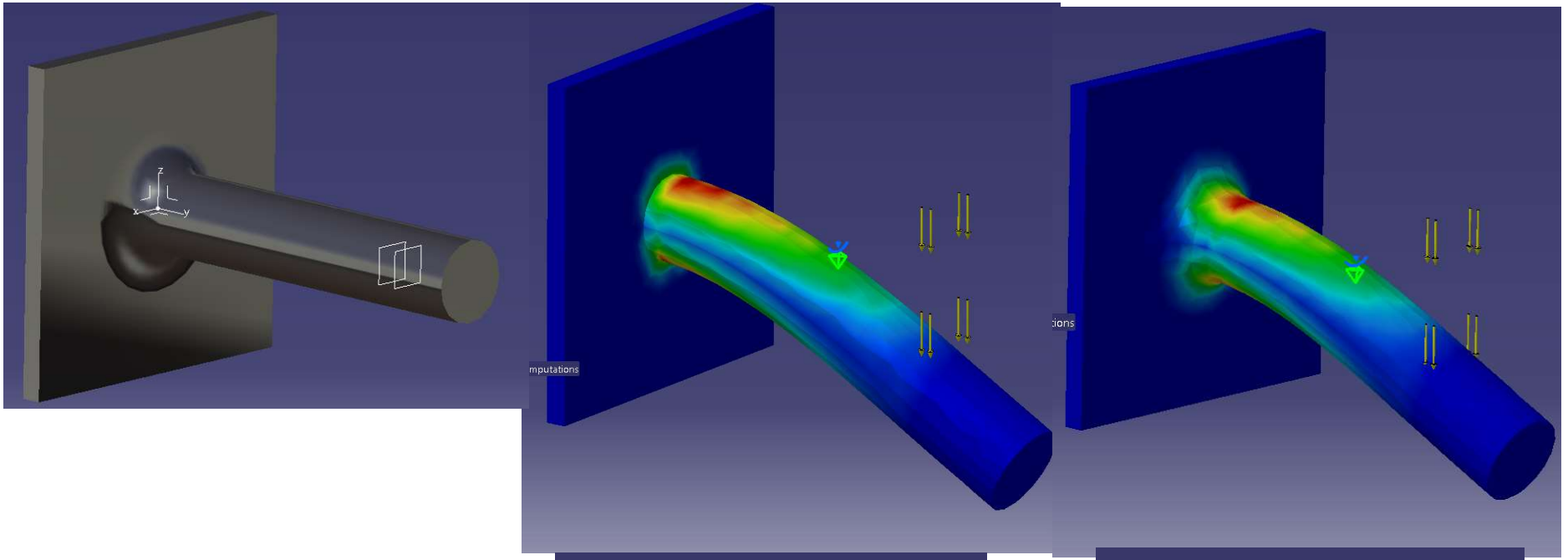
$$\sigma_{mín} = 0.198\sigma_{prom}$$
$$\sigma_{máx} = 2.575\sigma_{prom}$$

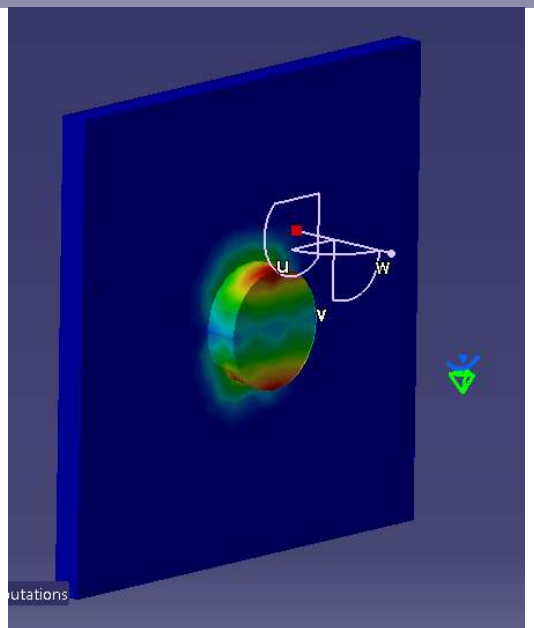
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

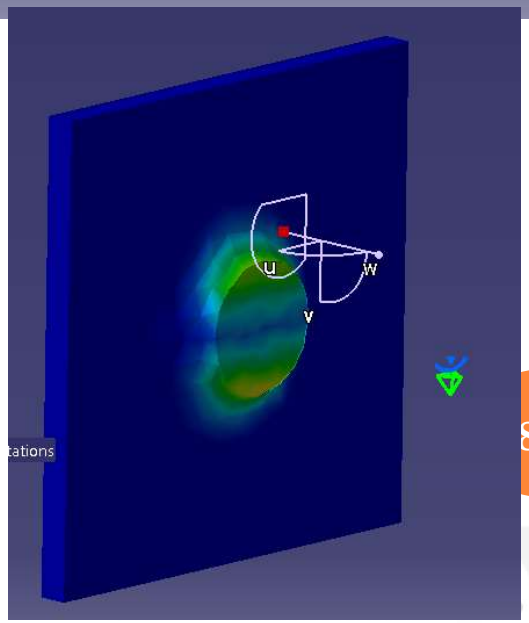

Distributed Force
Name Distributed Force.1
Supports 1 Face
Axis System
Type Global
Display locally
Force Vector
Norm 223,607N
X 200N
Y 0N
Z 100N
Handler No selection
OK
Cancel
Properties
Current selection : Aluminium
Rendering
Inheritance
Feature Properti
Material Isotropic Material
Structural Properties
Young Modulus 7e+010N_m2
Poisson Ratio 0,346
Density 2710kg_m3
Thermal Expansion 2,36e-005_Kdeg
Yield Strength 9,5e+007N_m2
Von Mises stress (nodal values).1
N_m2
7,03e+007
6,34e+007
5,64e+007
4,95e+007
4,26e+007
3,57e+007
2,88e+007
2,18e+007
1,49e+007
8,01e+006
1,09e+006
On Boundary
1,06e+008
9,41e+007
8,25e+007
7,1e+007
5,95e+007
4,79e+007
3,64e+007
2,49e+007
1,34e+007
1,82e+006
On Boundary


Von Mises stress (nodal values).1
N_m2
4,62e+007
4,16e+007
3,71e+007
3,25e+007
2,8e+007
2,34e+007
1,88e+007
1,43e+007
9,73e+006
5,17e+006
6,09e+005
On Boundary
Translational displacement vector.1
mm
0,46
0,414
0,368
0,322
0,276
0,23
0,184
0,138
0,0921
0,046
0
On Boundary

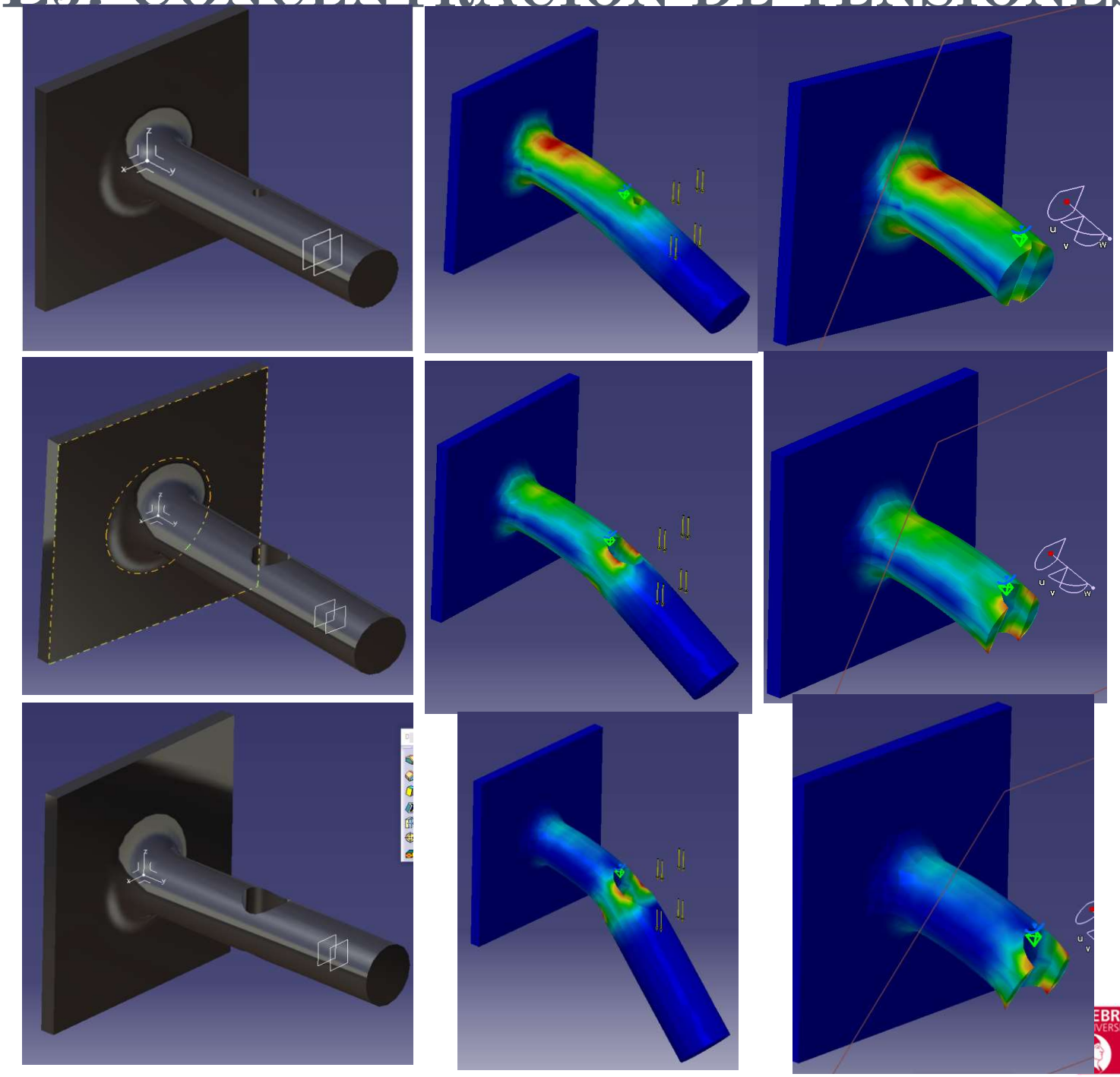
Ej. Concentración de tensiones.







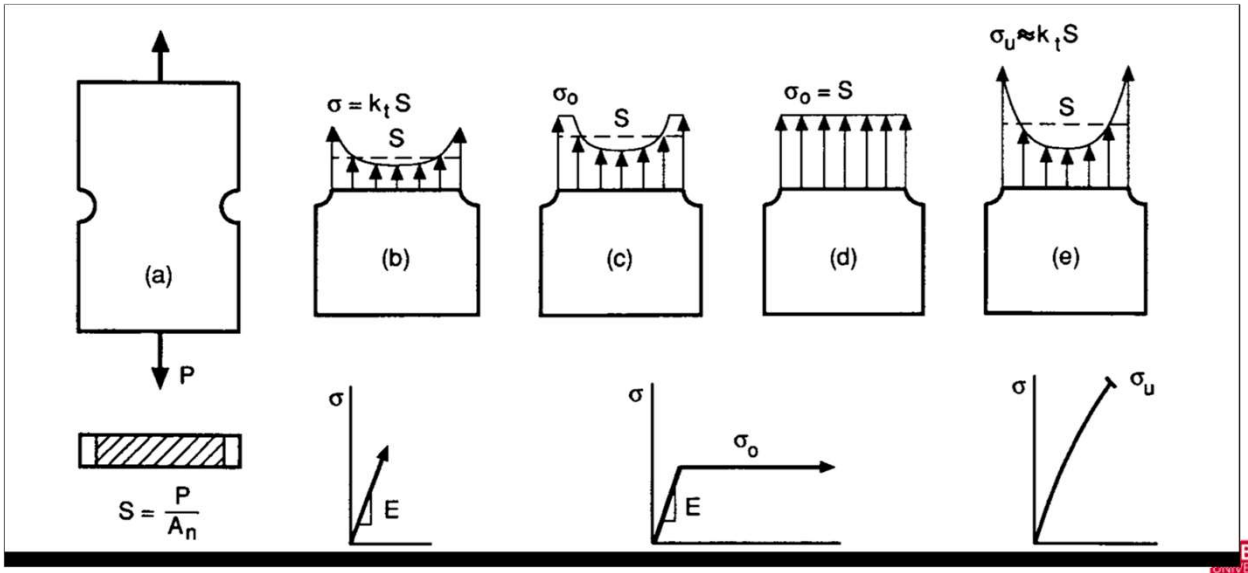
EJ. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES.



Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

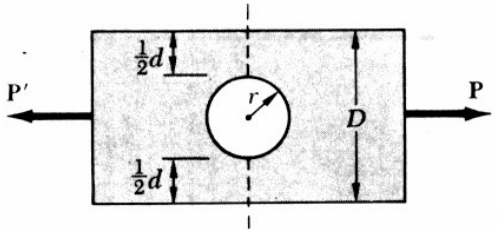
- Concentradores de tensiones = discontinuidades geométricas (agujeros, radios de acuerdo, etc)
- Una de las hipótesis en el estudio del fallo estático es suponer que la sección transversal del sólido elástico es constante. Sin embargo, la experiencia demuestra que cuando aparecen cambios de sección, las tensiones que se producen las inmediaciones de dichas zonas son muy superiores a las que correspondería a la sección sin cambios.



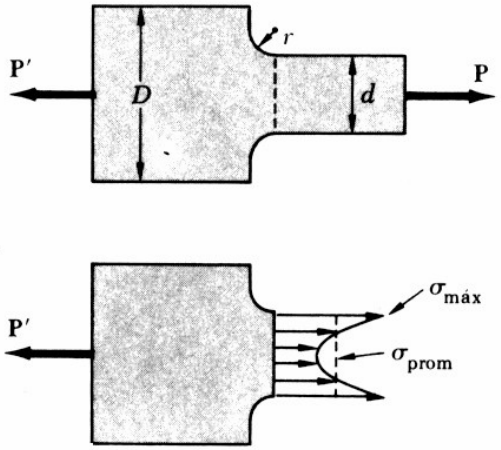
Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

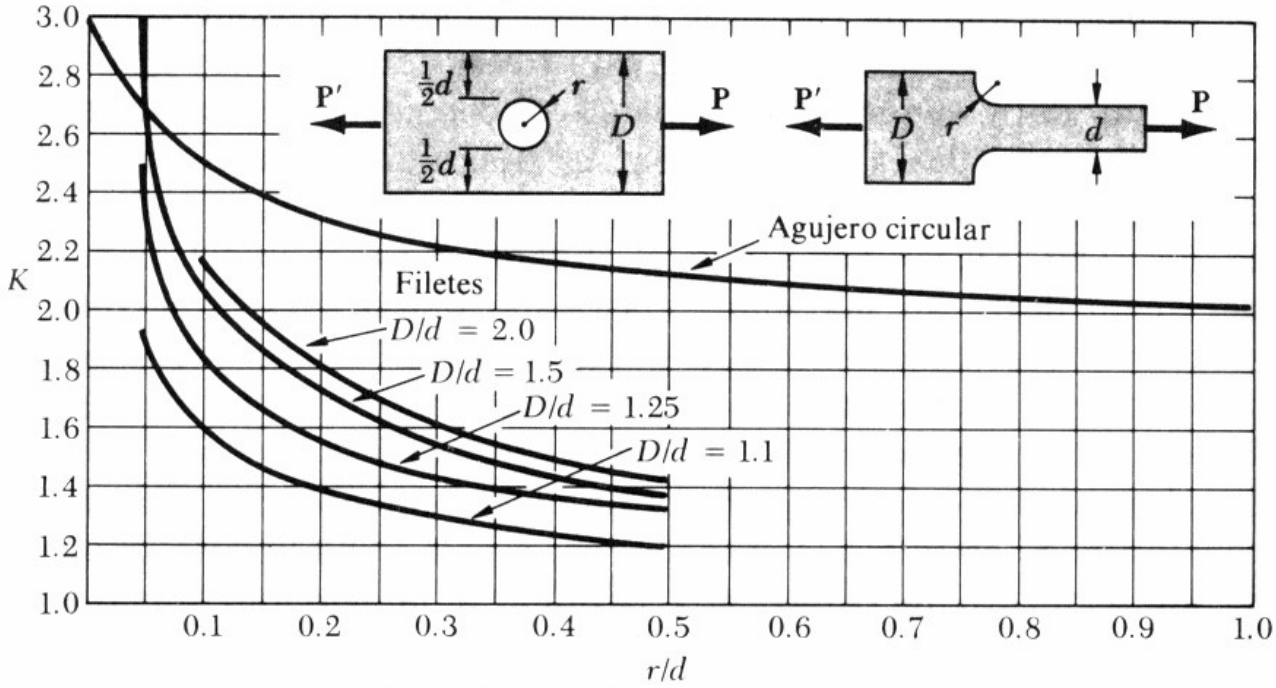


Distribución de esfuerzos cerca de un agujero circular en una varilla plana bajo carga axial.



Distribución de esfuerzos cerca de los filetes en una varilla plana bajo carga axial.

- Concentración de esfuerzos por discontinuidades geométricas



$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{prom}}$$

σ_{max} esfuerzo máximo en la sección

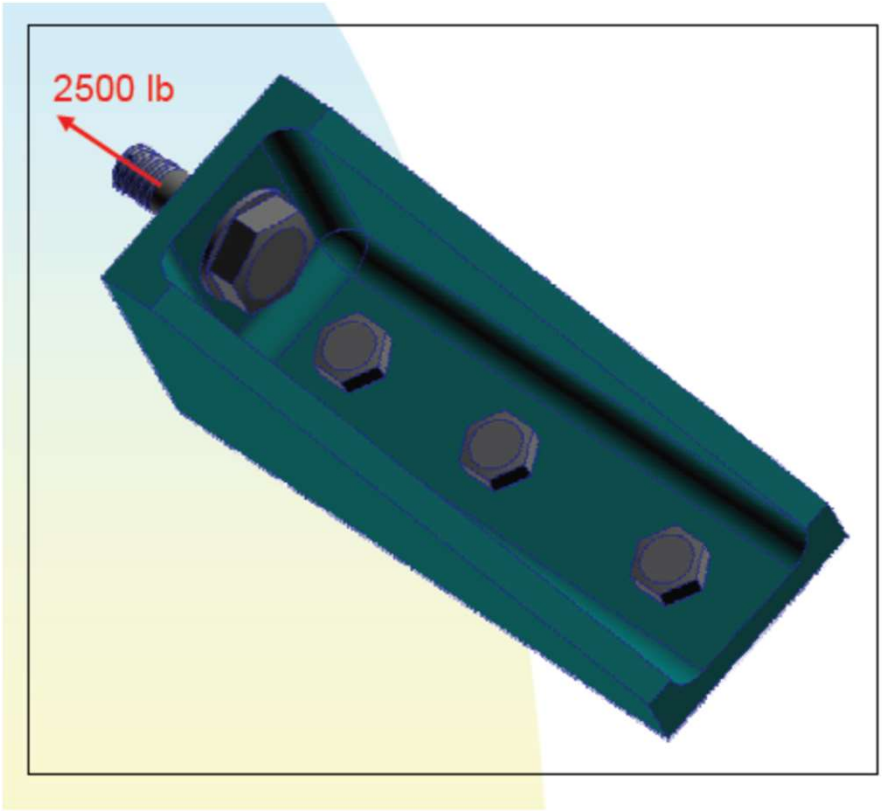
σ_{prom} esfuerzo promedio en la sección

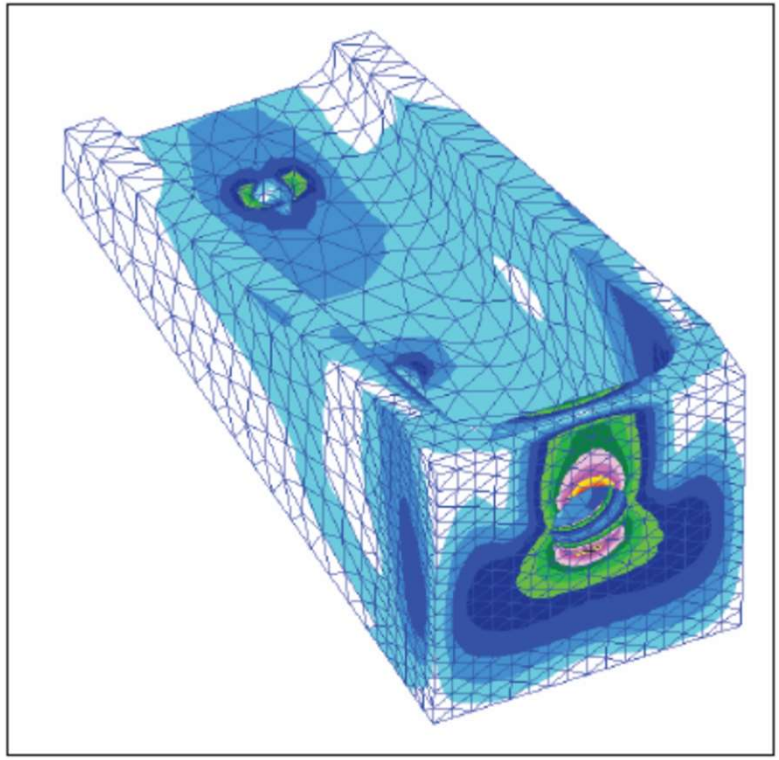
k_t factor de concentración de esfuerzos

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

- Ejemplo FEM





NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

- La **tensión máxima depende de**:
  - La forma de la discontinuidad
  - Del material de que se trate
  - **Por lo tanto el factor de concentración de esfuerzos teórico k_t debe ser corregido por el real (k_f)**

$$\sigma = k_f \, \sigma^{nom} \qquad k_t \geq k_f$$

  - Para determinar k_f se introduce el concepto de "**sensibilidad a la entalladura**", llamado "**q**".
    - Este parámetro **será constante para cada material y tipo de carga**
    - **No depende de la forma del sólido ni de la carga que actúa**

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

- Los valores de "q" están tabulados
  - **En hierros el valor es 0,2, para normales y cortantes**:

$$\frac{k_f - 1}{k_t - 1} = q$$

- Pasos a seguir para hallar la tensión máxima en la zona con concentración de esfuerzo
  - **Calcular k_t en función de la geometría de la pieza y la carga**
  - **Calcular q en las tablas**
  - **Calcular k_f.**

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

- Materiales dúctiles
  - Si tensión real supera a la fluencia en una zona de concentración de tensiones es un fenómeno local .
  - La deformación plástica afecta sólo a pequeñas zonas
  - En vez de producirse la fluencia en todo el sólido y deformación permanente en el mismo se producen endurecimientos por deformación.

Material dúctil + Cargas estáticas ⇒ **No** es necesario incluir efecto de *concentración de esfuerzos (q =0)*

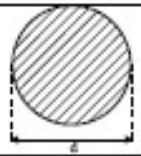
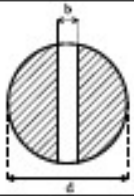
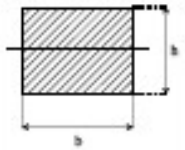
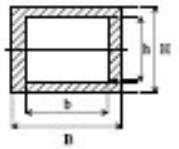
Material frágil + Cargas estáticas ⇒ **Sí** es necesario incluir efecto de concentración de esfuerzos

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

Tensiones máximas para diferentes secciones

Sección	Axial	Flexión	Cortante	Torsión
	$\sigma_{max} = \frac{F}{A}$	$\sigma_{max} = \frac{M}{W}$	$\tau_{max} = k\frac{V}{A}$	$\tau_{max} = \frac{T}{W_P}$
	A	W	k	W_P
	$\frac{\pi d^2}{4}$	$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
	$\frac{\pi\left(d^2 - d_i^2\right)}{4}$	$\frac{\pi d^3\left(1-n^4\right)}{32}$ $n=d_i/d$	$\frac{4\left(1+n+n^2\right)}{3\left(1+n^2\right)}$	$\frac{\pi d^3\left(1-n^4\right)}{16}$
	-	$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bd^2}{6}$	-	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bd^2}{3}$
	bh	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{bh^2}{3+1,8n}$ $n = b/h \le 1$
	$BH - bh$	$\frac{BH^3 - bh^3}{6H}$	$\tau_{max} = \frac{V}{A_{alma}}$	$2b_m h_m t_{min}$ $b_m = (b+B)/2$ $h_m = (h+H)/2$ t_{min}=espesor min

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

Factor de seguridad

$$n_s = \frac{\sigma_y}{\sigma_d}$$

donde: σ_y es el esfuerzo normal permisible y σ_d es el esfuerzo normal obtenido en el diseño.

El factor de seguridad existen muchos métodos para su determinación, uno de los más extendido es el método Pugsley:

$$n_s = n_{sx} n_{sy}$$

donde:

n_{sx} depende de las carácterísticas A, B y C

- A: Calidad de los materiales, destreza, mantenimiento e inspección
- B: Control sobre la carga aplicada
- C: Exactitud del análisis del esfuerzo, información experimental o dispositivos similares

n_{sy} depende de las carácterísticas D y E

- D: Peligro para personas
- E: Impacto económico

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

$n_s = n_{sx} n_{sy}$ Factor de seguridad

Característica		B=			
		mb	b	R	p
A=mb	C=mb	1.1	1.3	1.5	1.7
	C=b	1.2	1.45	1.7	1.95
	C=r	1.3	1.6	1.9	2.2
	C=p	1.4	1.75	2.1	2.45
A=b	C=mb	1.3	1.55	1.8	2.05
	C=b	1.45	1.75	2.05	2.35
	C=r	1.6	1.95	2.3	2.65
	C=p	1.75	2.15	2.55	2.95
A=r	C=mb	1.5	1.8	2.1	2.4
	C=b	1.7	2.05	2.4	2.75
	C=r	1.9	2.3	2.7	3.1
	C=p	2.1	2.55	3.0	3.45
A=p	C=mb	1.7	2.15	2.4	2.75
	C=b	1.95	2.35	2.75	3.15
	C=r	2.2	2.65	3.1	3.55
	C=p	2.45	2.95	3.45	3.95

mb=muy bien, b=bien, r=regular y p=pobre

Caract.	D=		
E=	ns	s	ms
ns	1.0	1.2	1.4
s	1.0	1.3	1.5
ms	1.2	1.4	1.6

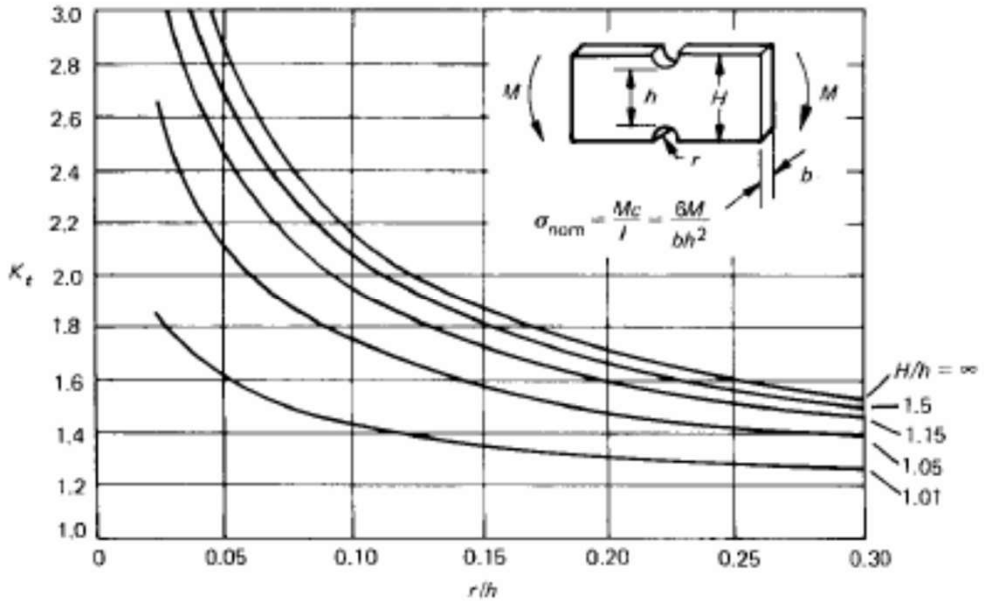
ms=muy serio, s=serio y ns=no serio

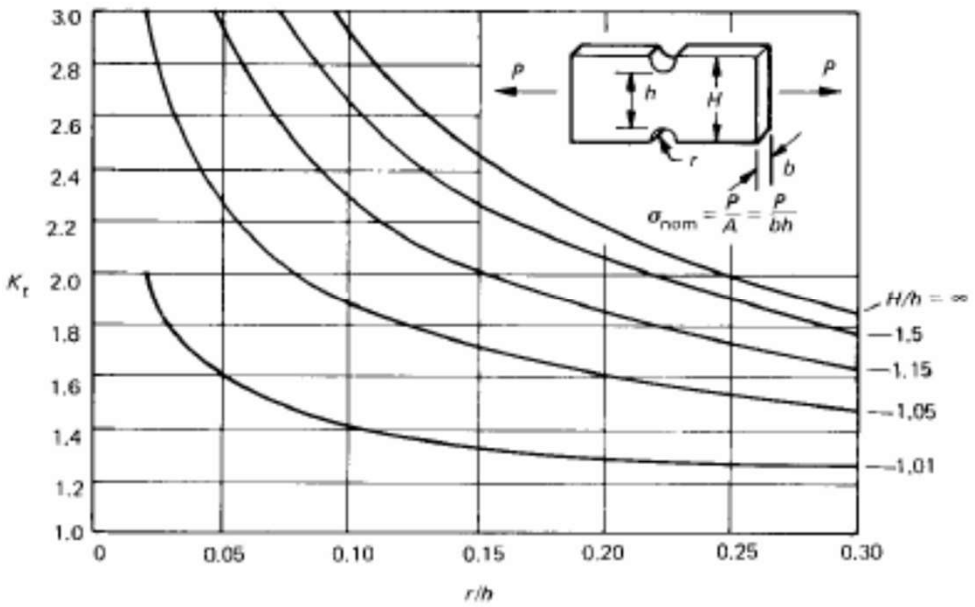
¿Qué factor de seguridad tendríamos en el diseño del siguiente producto? Pieza mecanismo escaleras mecánicas metro.

- (A) El material que empleamos viene de un proveedor con una confiabilidad R=80%, pero nuestro sistema de calidad tiene una R=90%
- (B) La carga aplicada sobre la pieza es desconocida (depende del número de usuarios) y depende de la aplicación final donde se use, que desconocemos.
- (C) Nuestros métodos de cálculo incluyen personal muy bien cualificado y los mejores programas de cálculo mecánico.
- (D) No existe peligro para el usuario final, aunque el personal de mantenimiento debe tener cuidado de seguir las instrucciones para no tener un accidente.
- (E) En caso de fallo facilitamos un servicio al cliente de recambio y puesta en funcionamiento de menos de 1 día desde su llamada. El 70% de nuestros clientes tienen garantía, por lo que el gasto nos repercute.

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

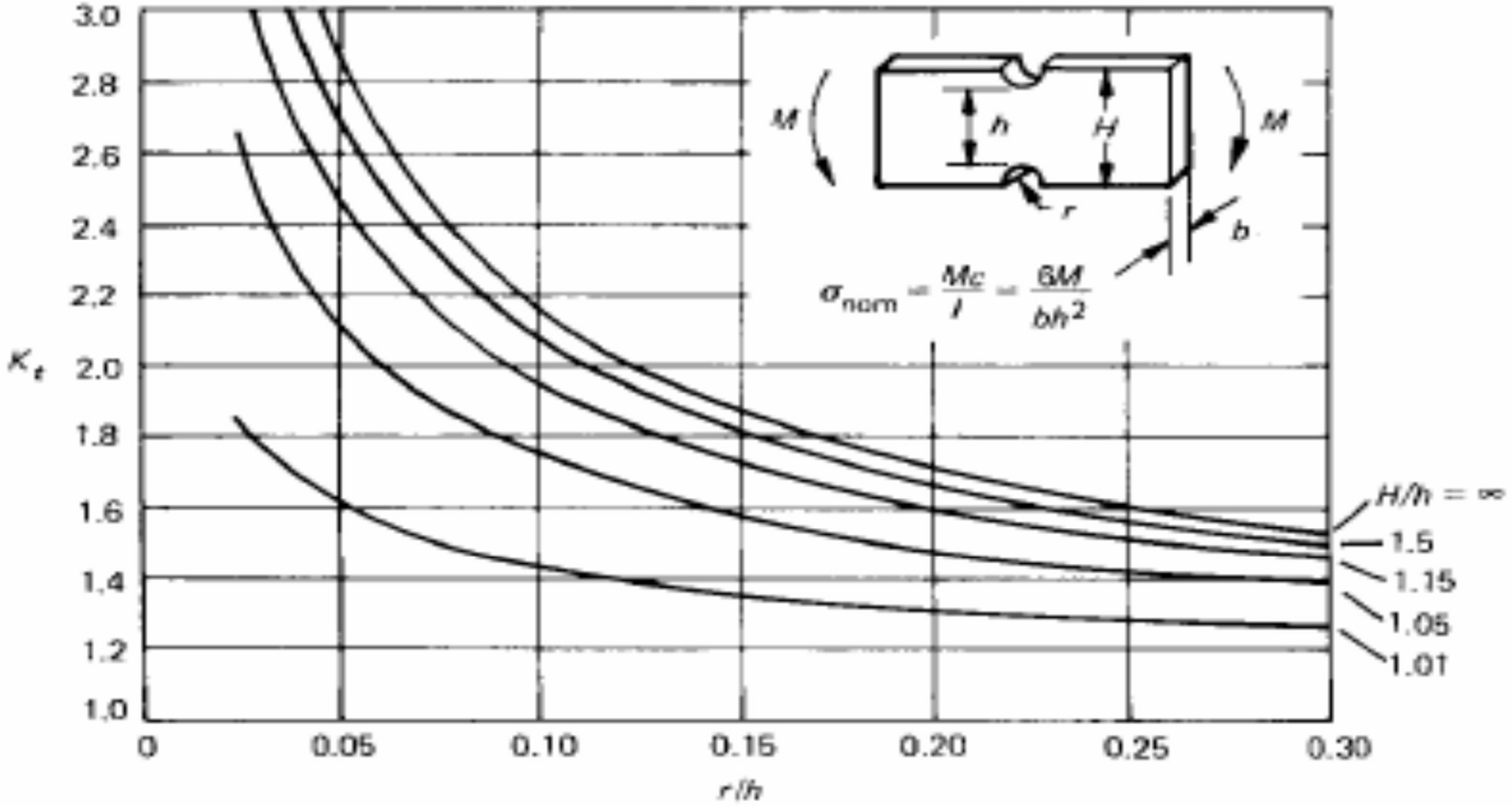




¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en los siguientes casos?

- Momento flector: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm
- Carga axial: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm

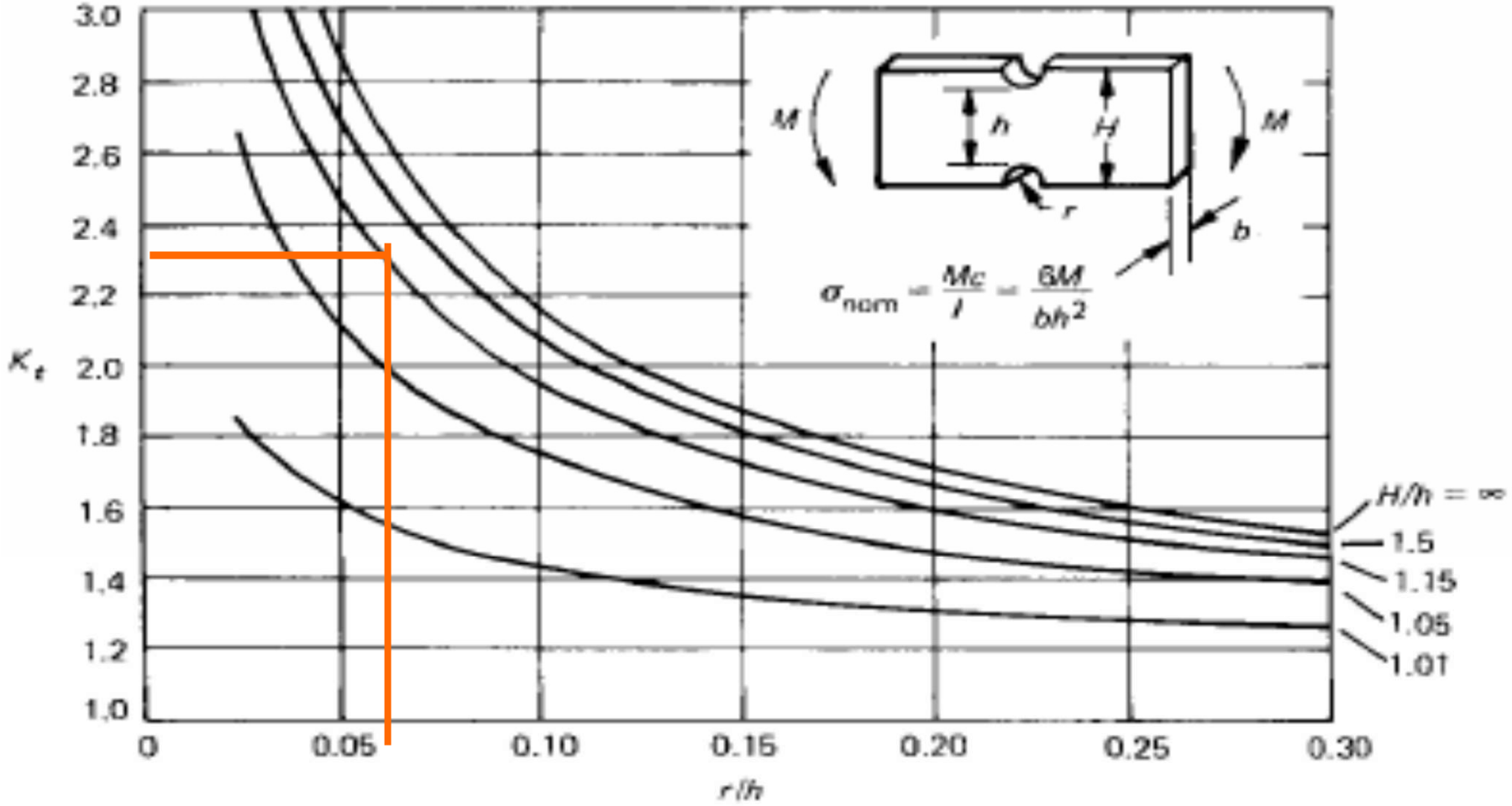
NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID



¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en los siguientes casos?

- Momento flector: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm
- Carga axial: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

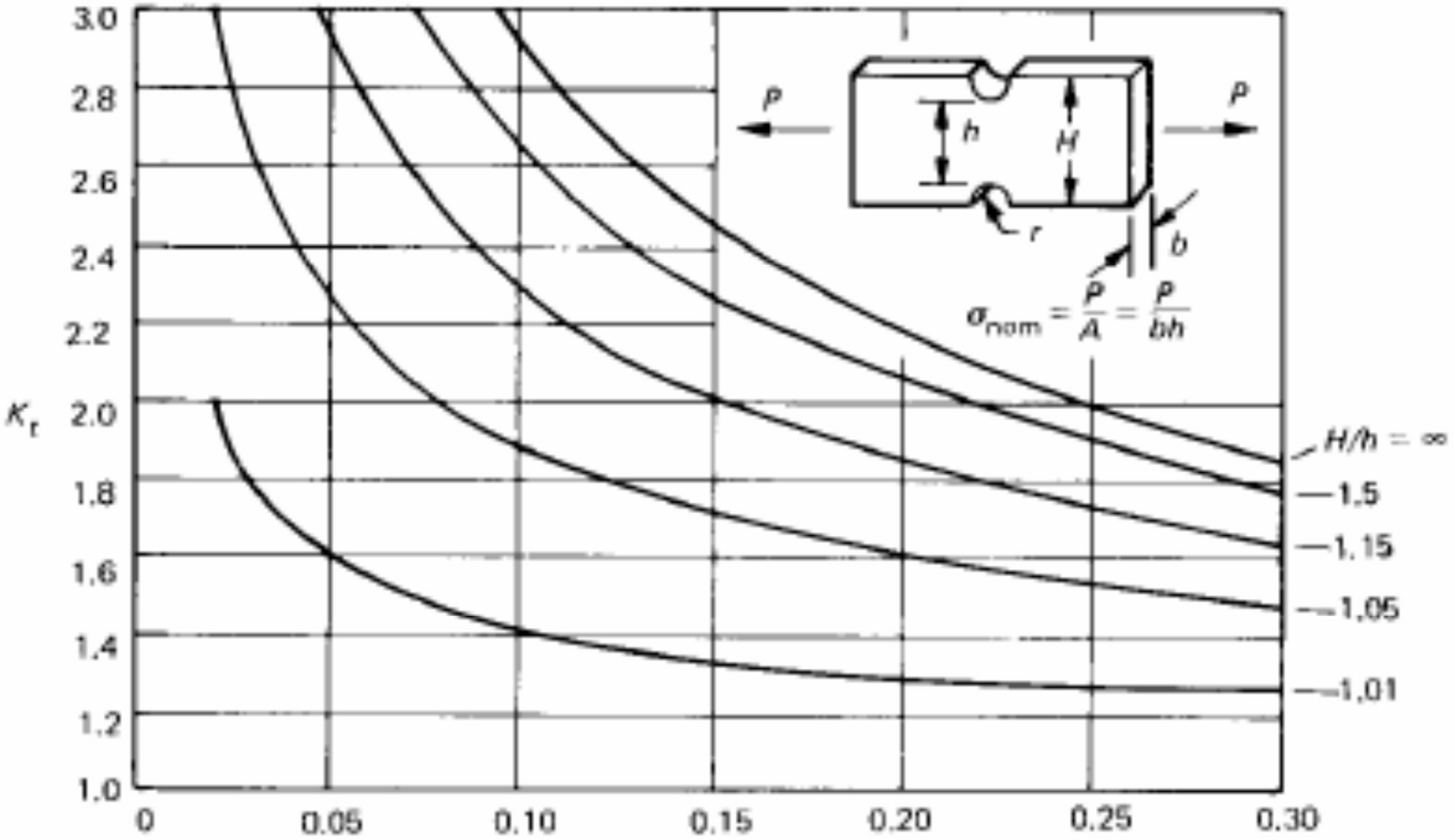


¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en los siguientes casos?

- Momento flector: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm
- Carga axial: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm

H	20
h	18
r	1
r/h	0,06
H/h	1,11
Kt	**2,3**

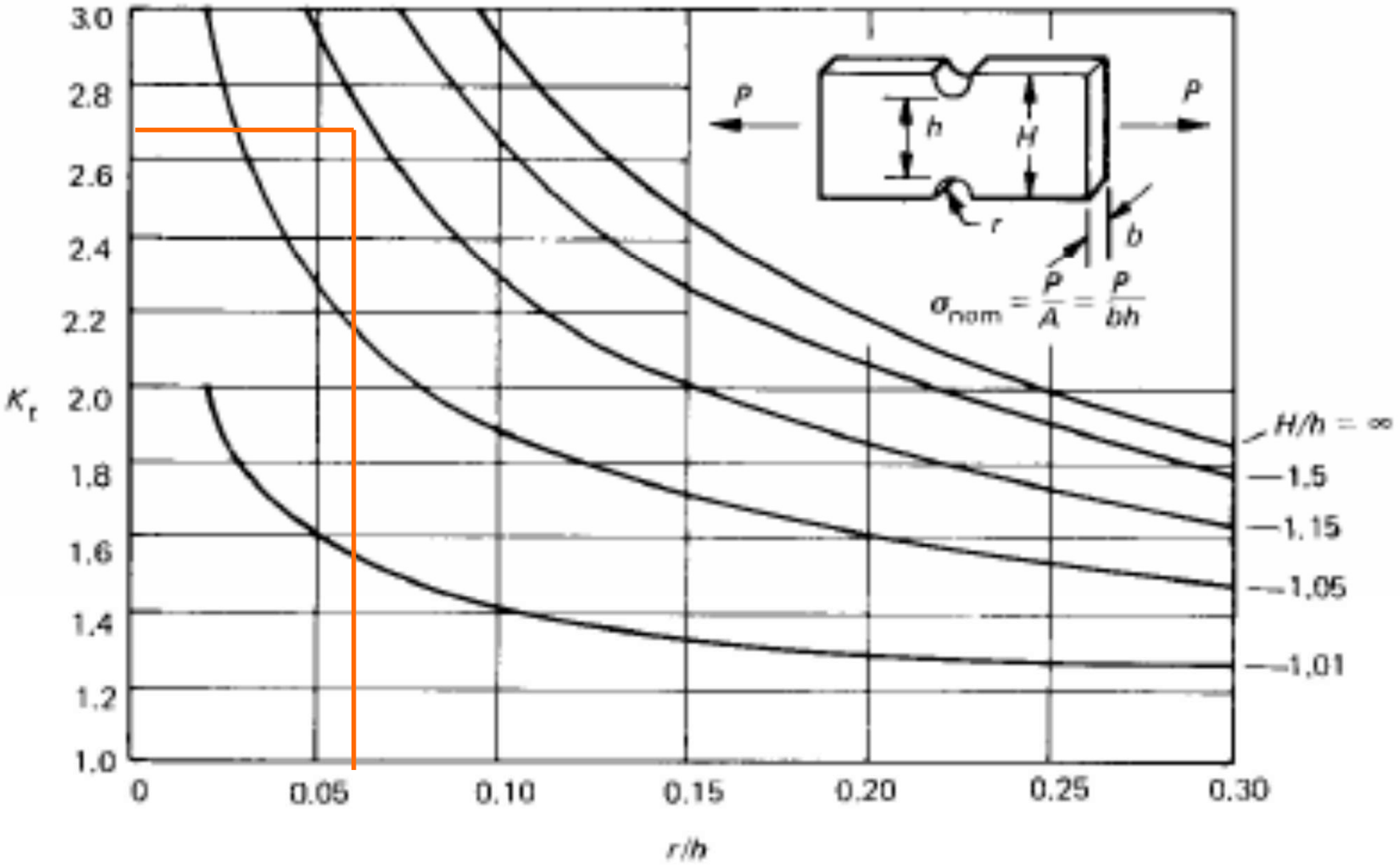
Universidad MADRID



¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en los siguientes casos?

- Momento flector: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm
- Carga axial: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm

Nebrija Universidad MADRID



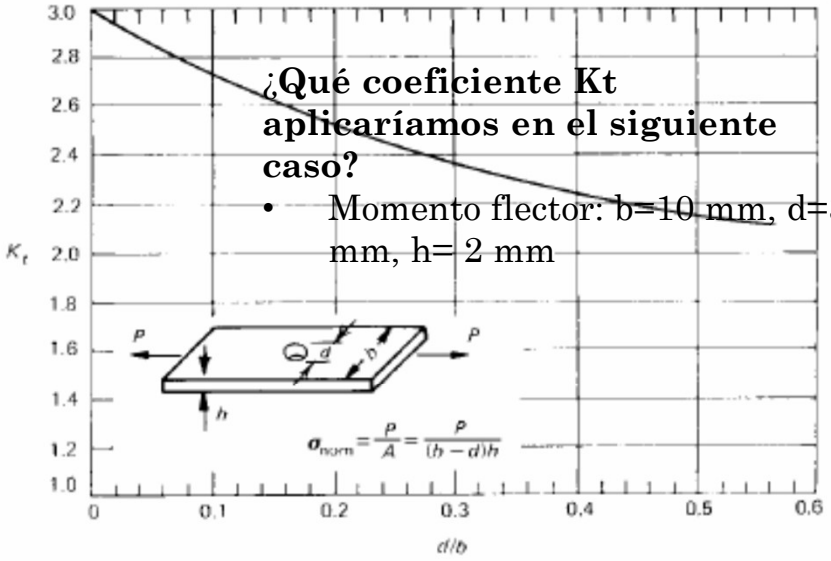
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en los siguientes casos?

- Momento flector: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm
- Carga axial: H=20 mm, h=18 mm, r= 1mm

	20
h	18
r	1
r/h	0,06
H/h	1,11
Kt	**2,7**

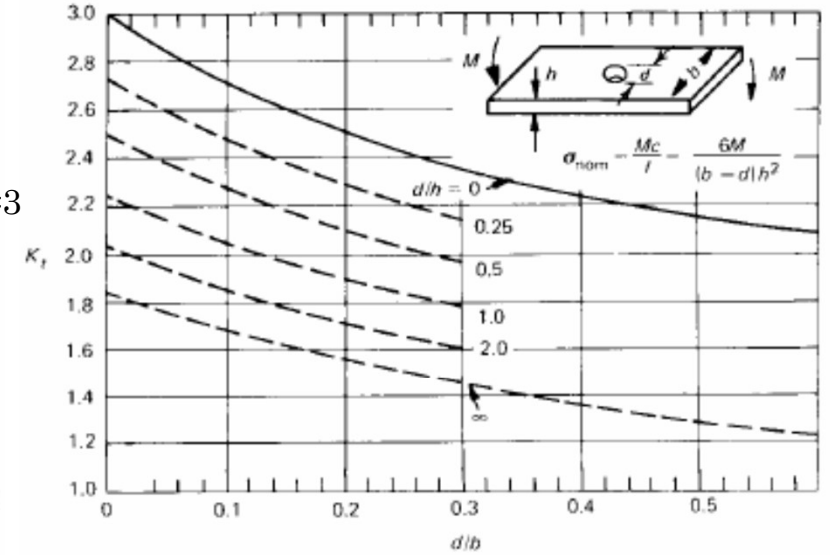
RESISTENCIA ESTÁTICA

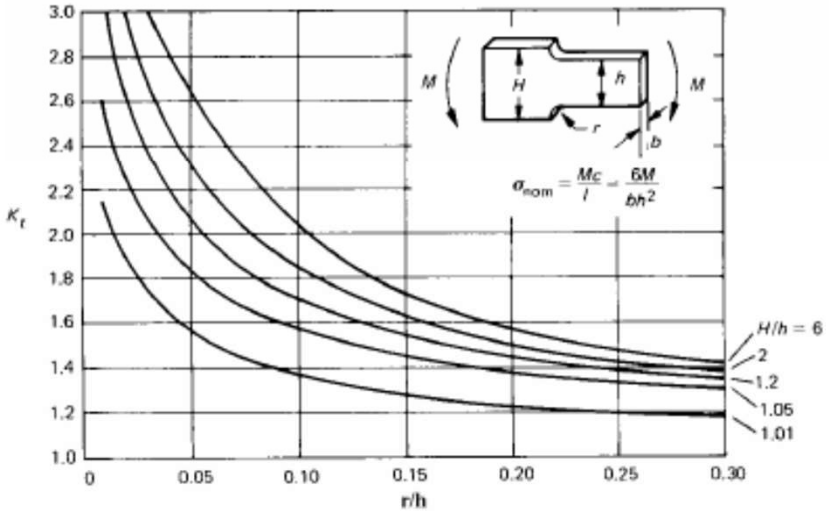
9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

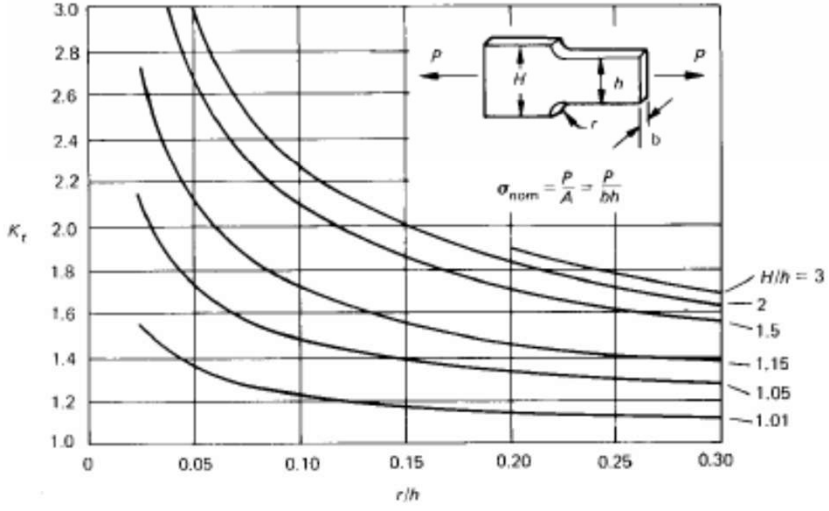


¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

- Momento flector: b=10 mm, d=3 mm, h= 2 mm







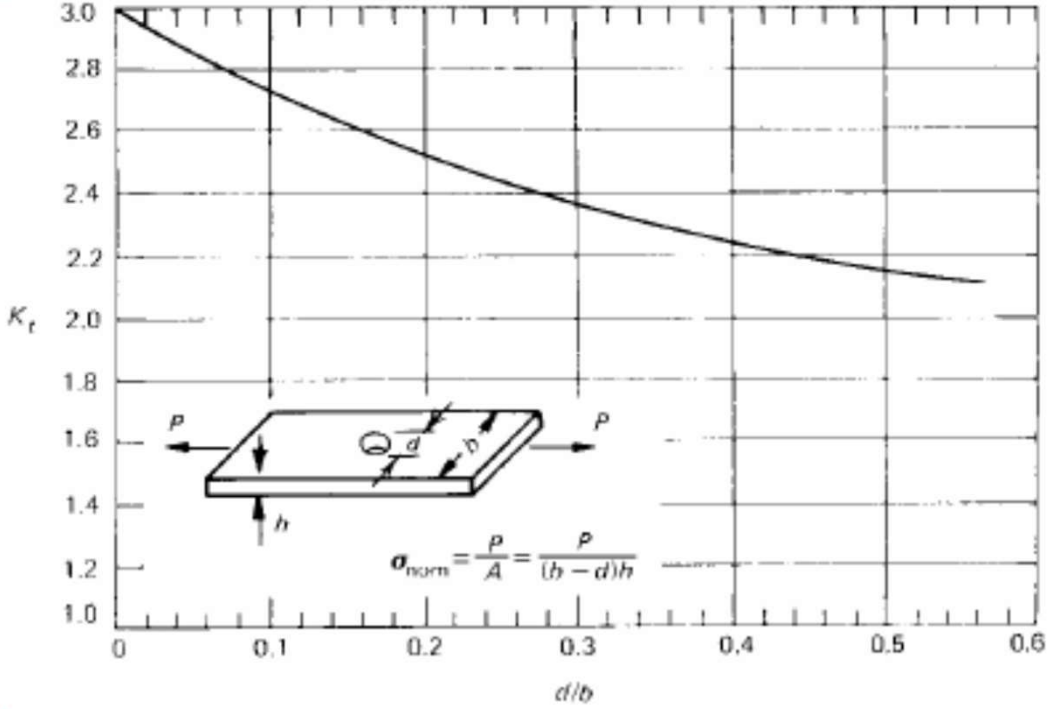
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

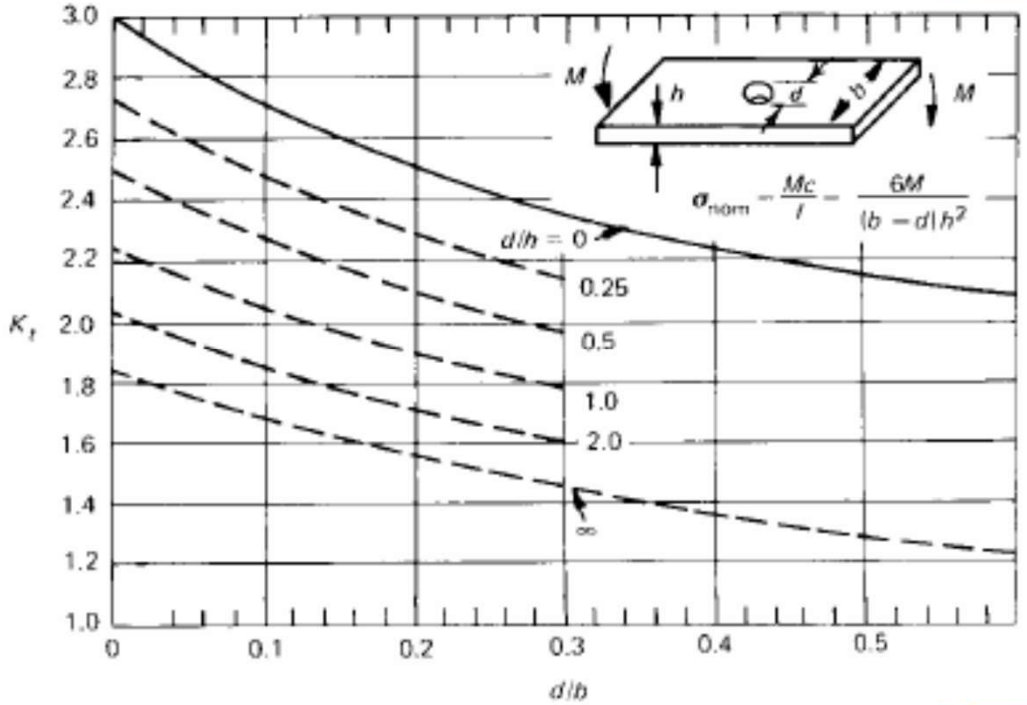
- Axial: H=10 mm, h=6 mm, r= 2mm

Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES





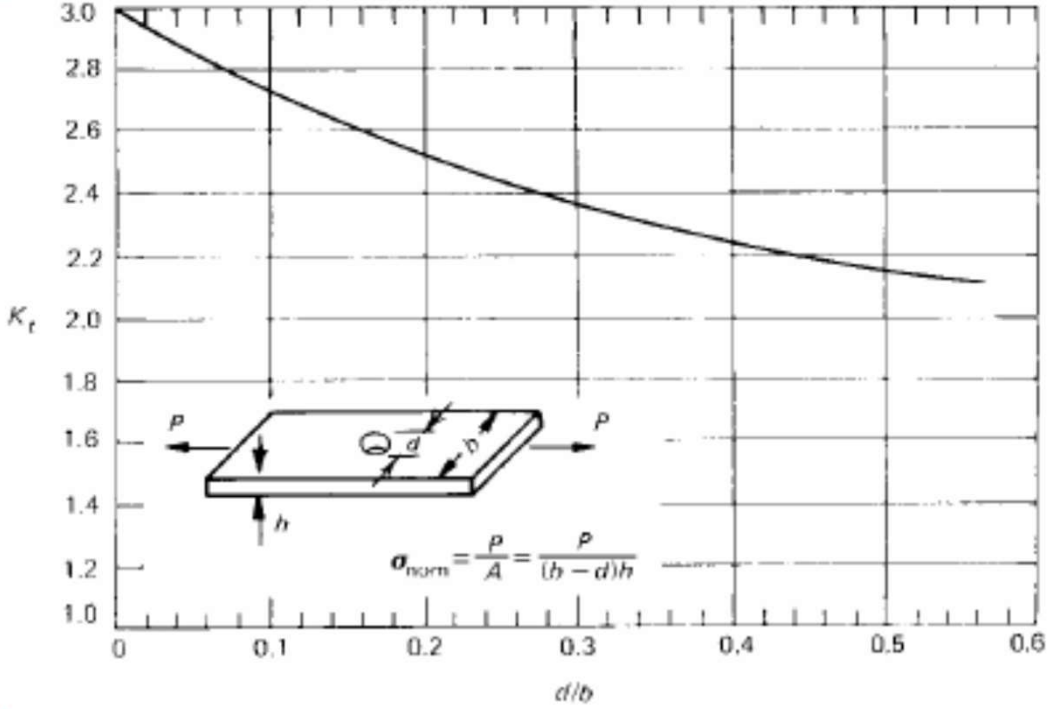
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

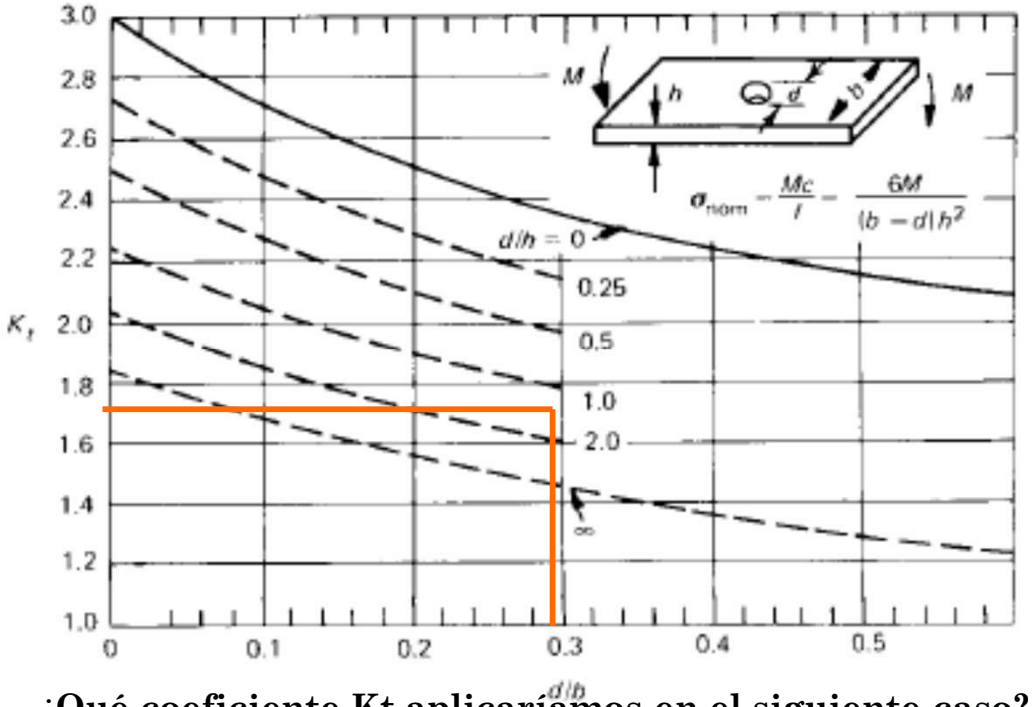
- Momento flector: b=10 mm, d=3 mm, h= 2 mm

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES





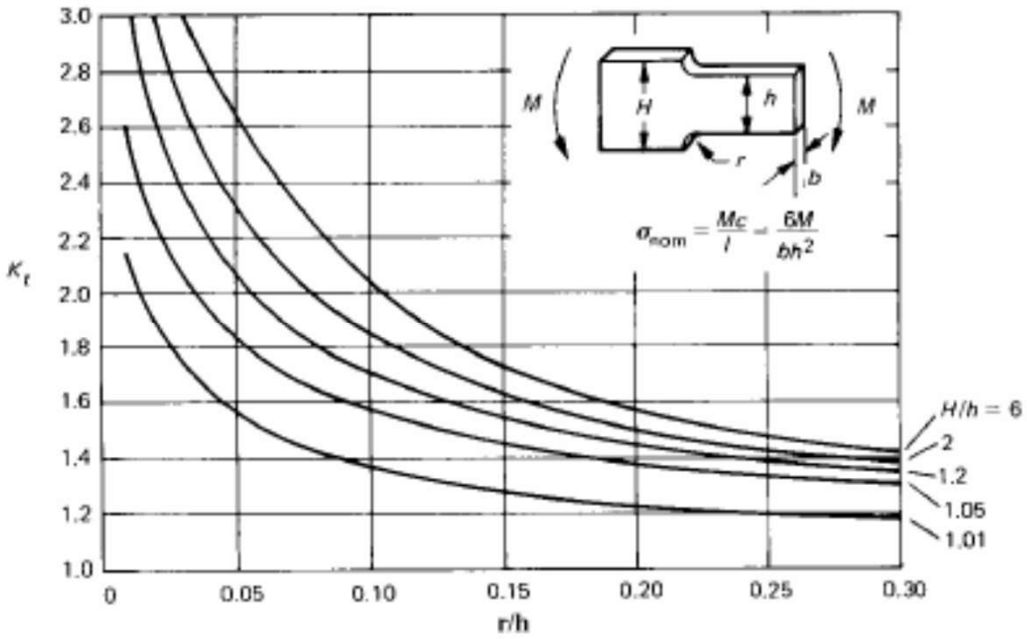
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

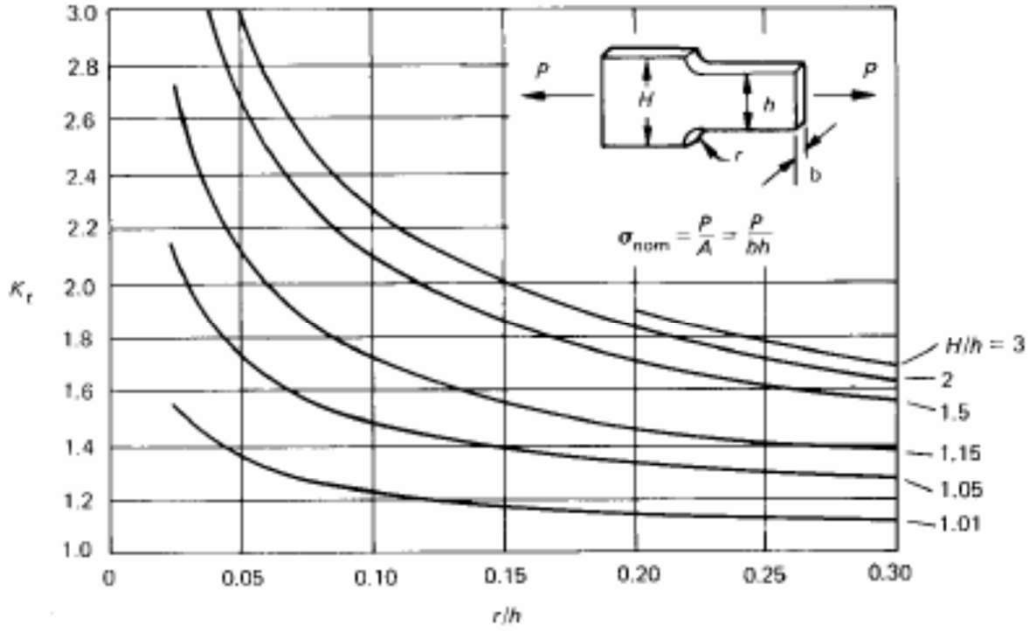
- Momento flector: b=10 mm, d=3 mm, h= 2 mm

b	10
d	3
h	2
d/b	0,30
d/h	1,50
Kt	**1,7**

Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



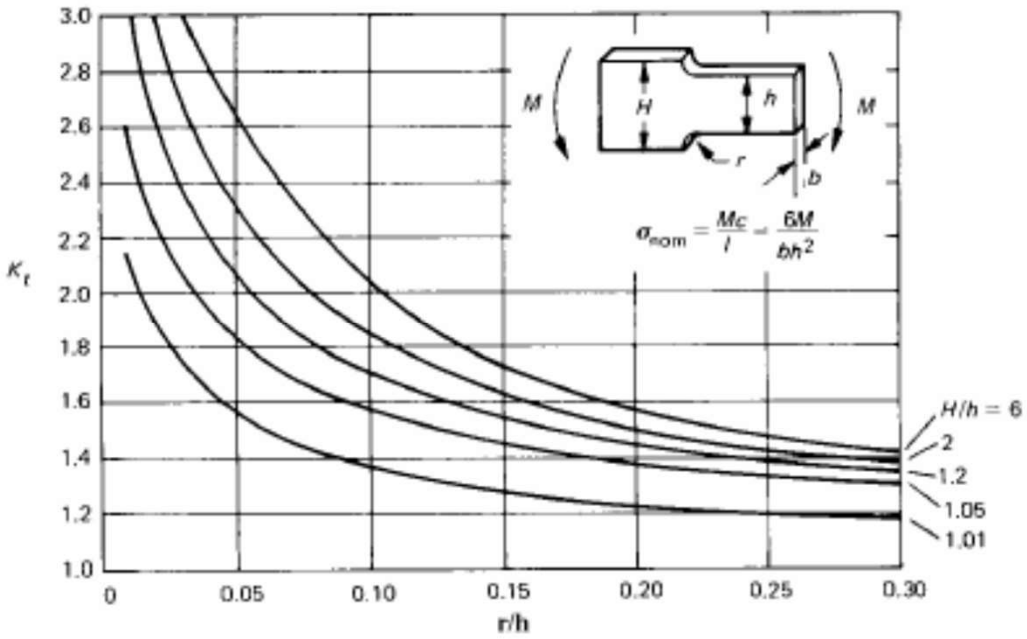


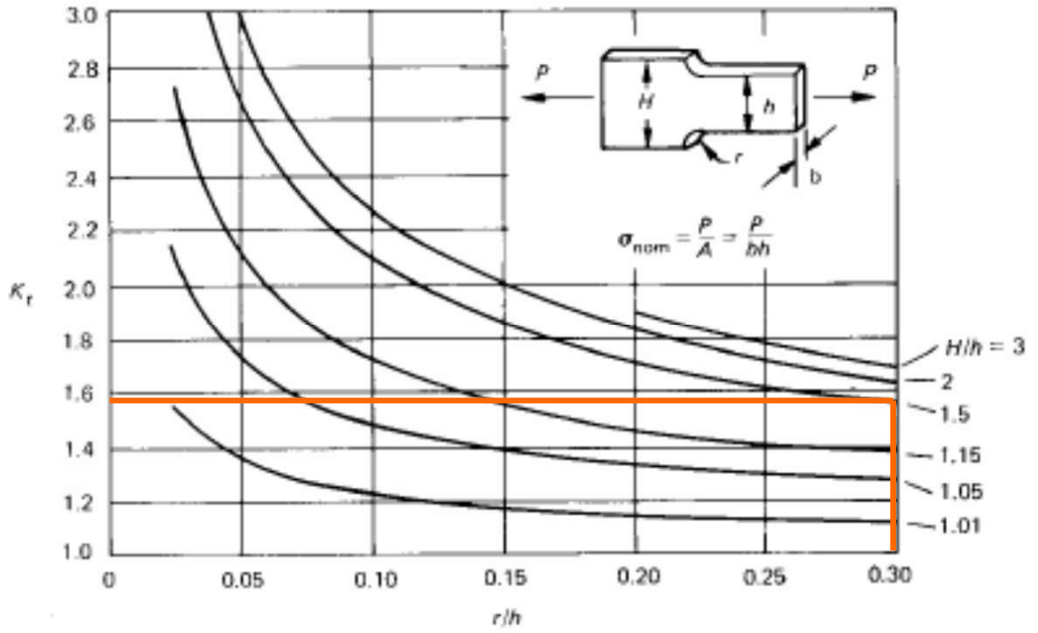
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

- Axial: H=10 mm, h=6 mm, r= 2mm

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA
9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



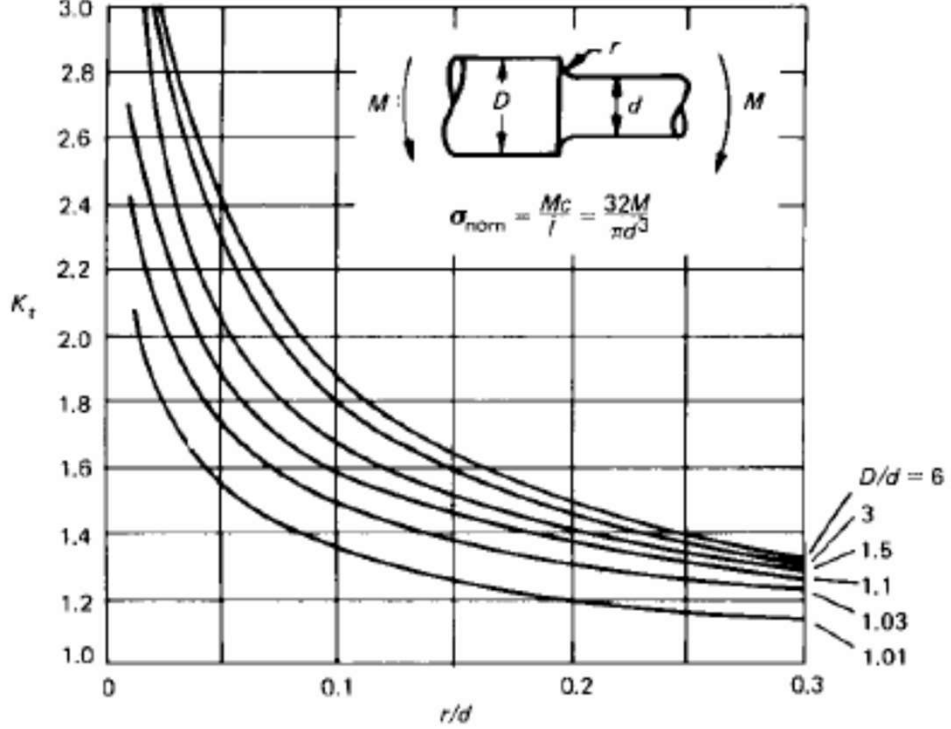


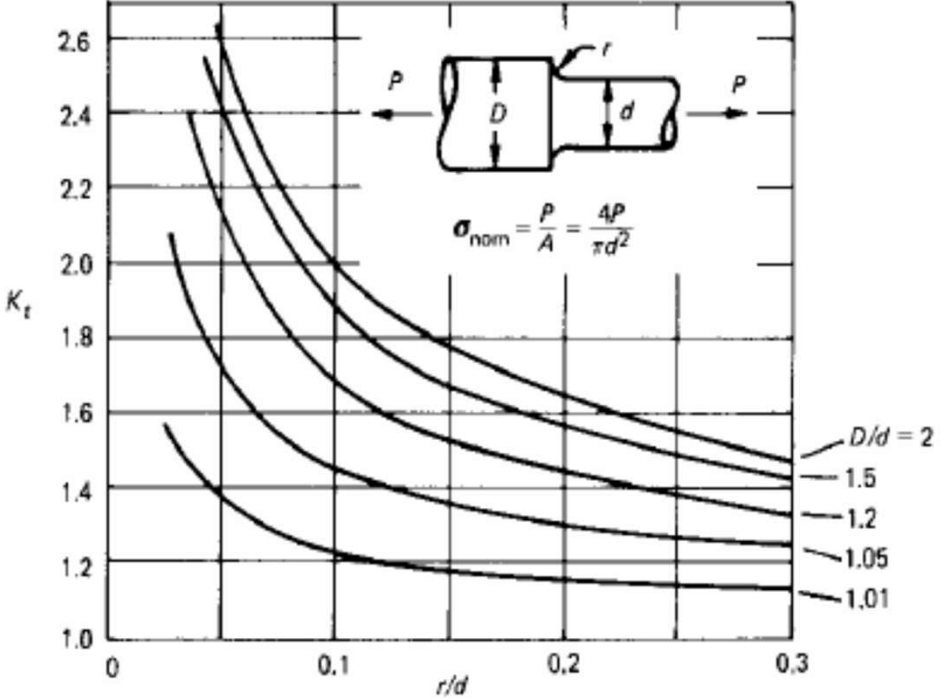
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

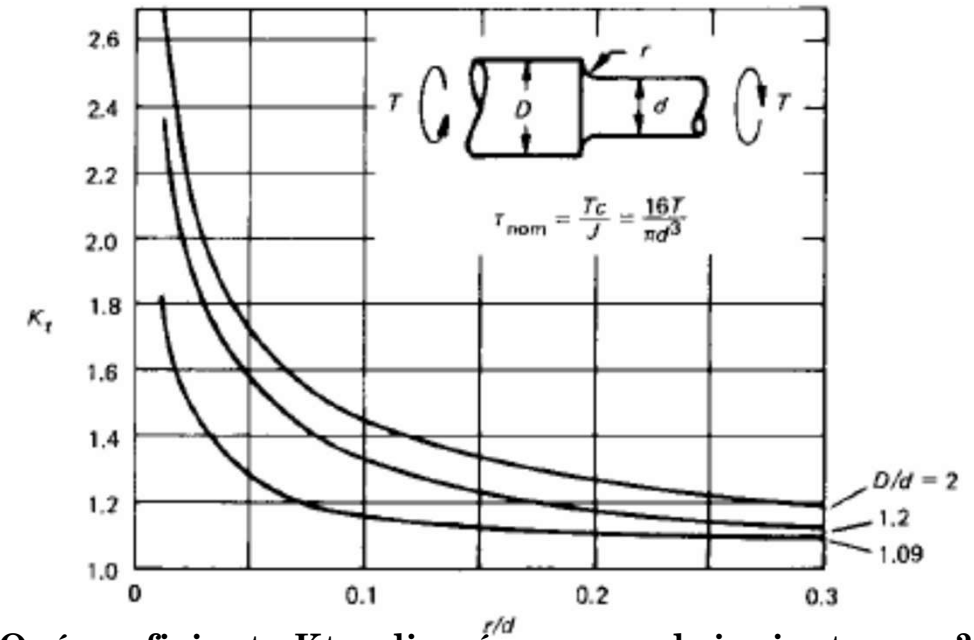
- Axial: H=10 mm, h=6 mm, r= 2mm

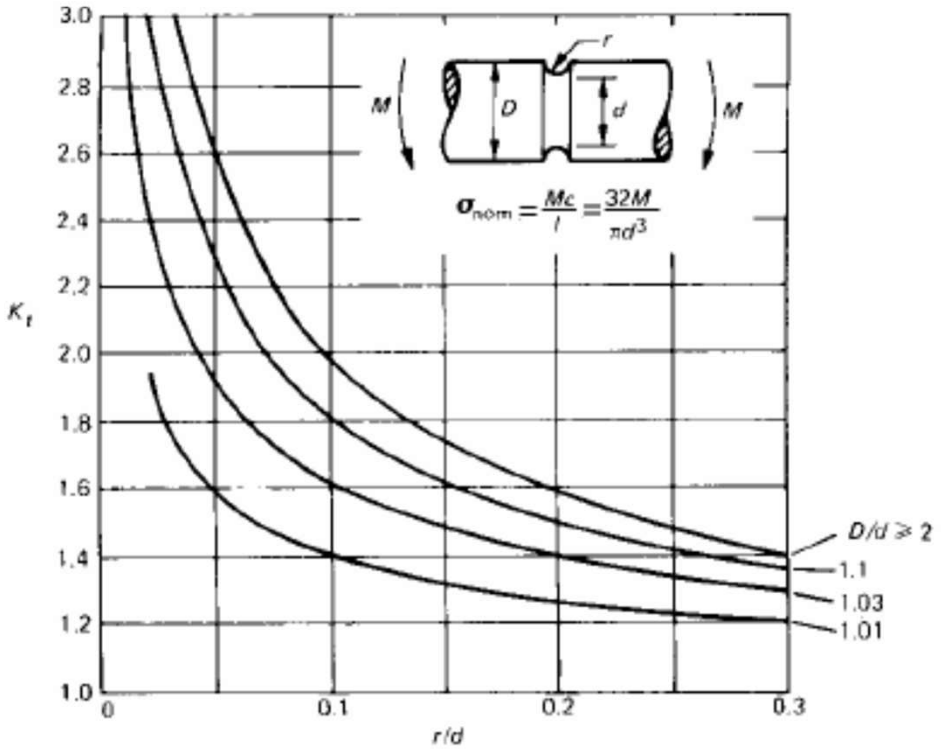
H	10
h	6
r	2
r/h	0,33
H/h	1,67
Kt	**1,6**

Nebrija Universidad MADRID



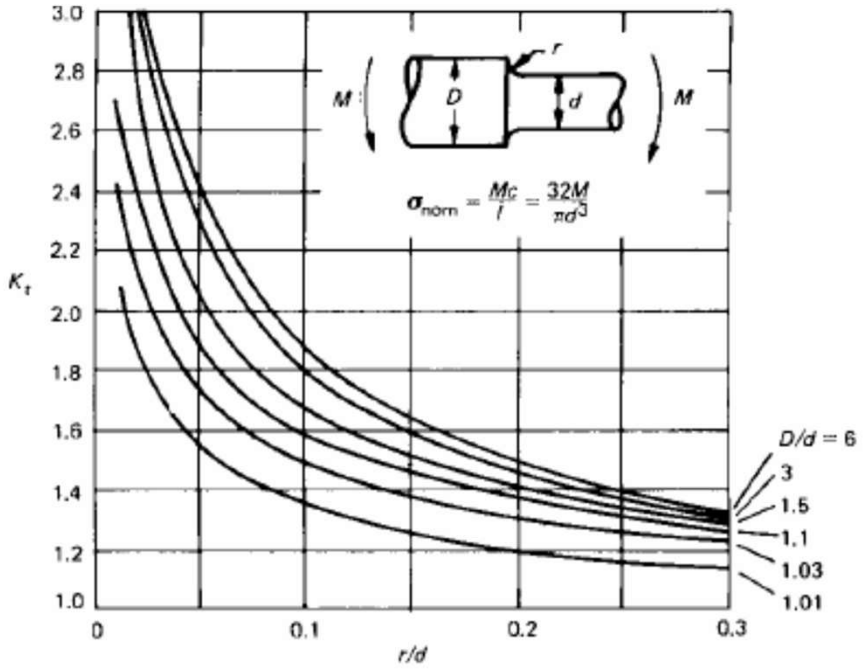


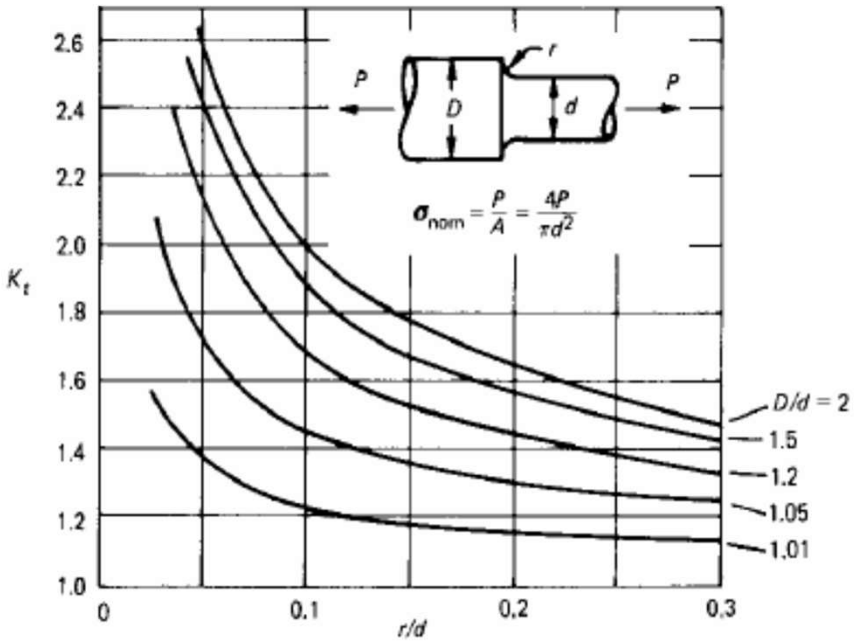


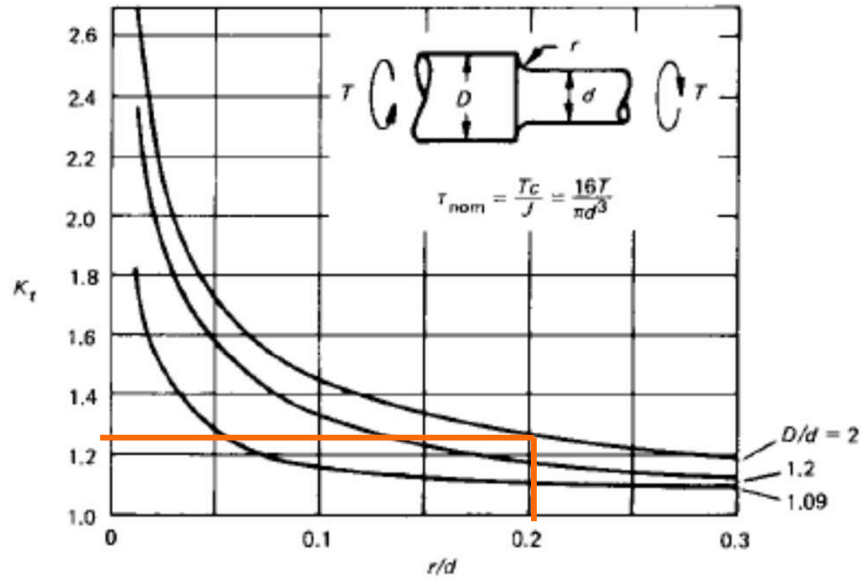


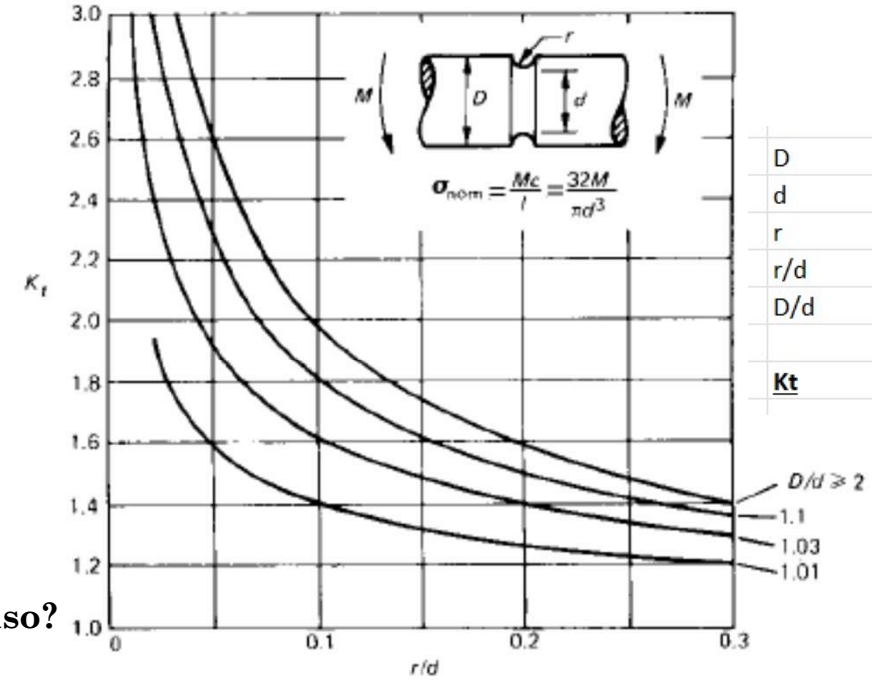
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

- Torsión: D=100 mm, d=70 mm, r= 15mm









D	100
d	70
r	15
r/d	0,21
D/d	1,43
Kt	**1,3**

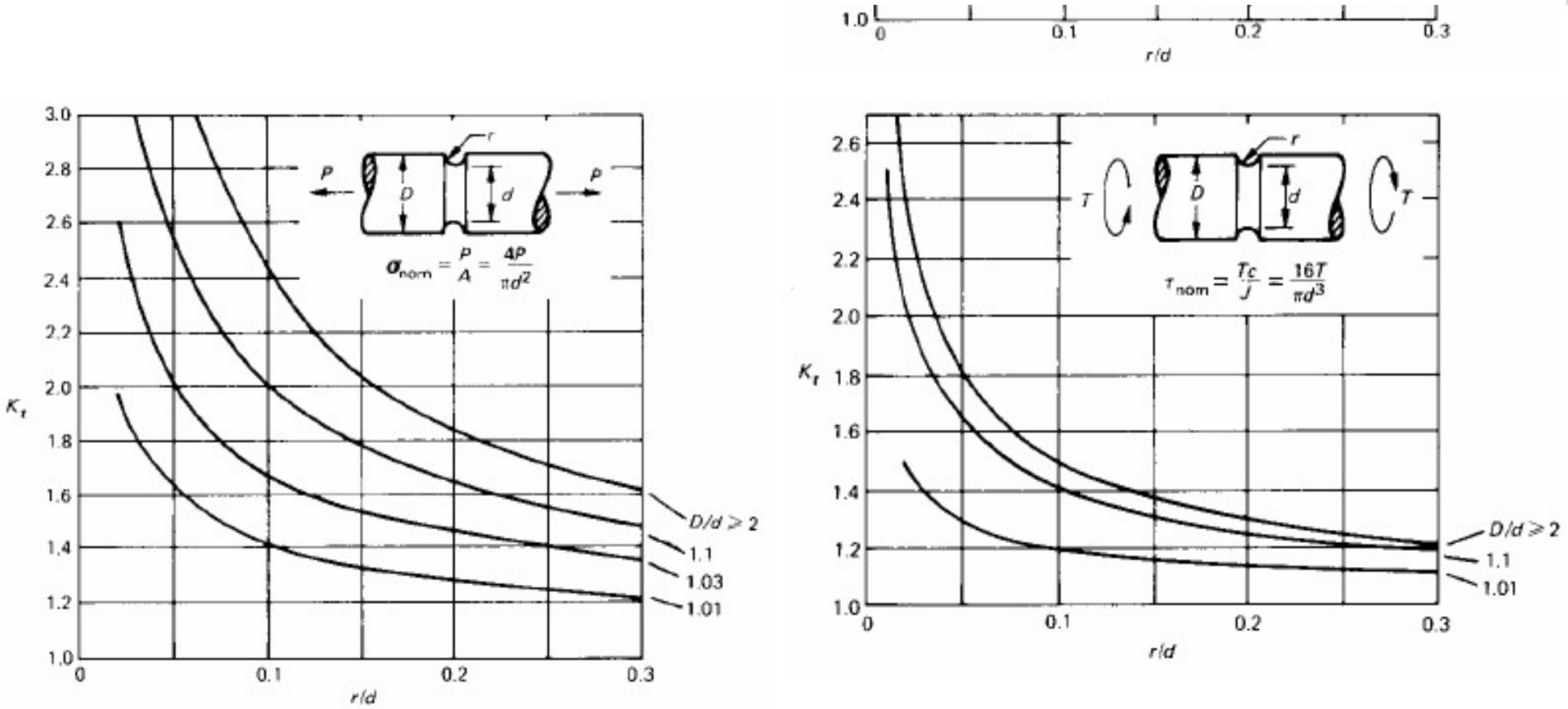
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

- Torsión: D=100 mm, d=70 mm, r= 15mm

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



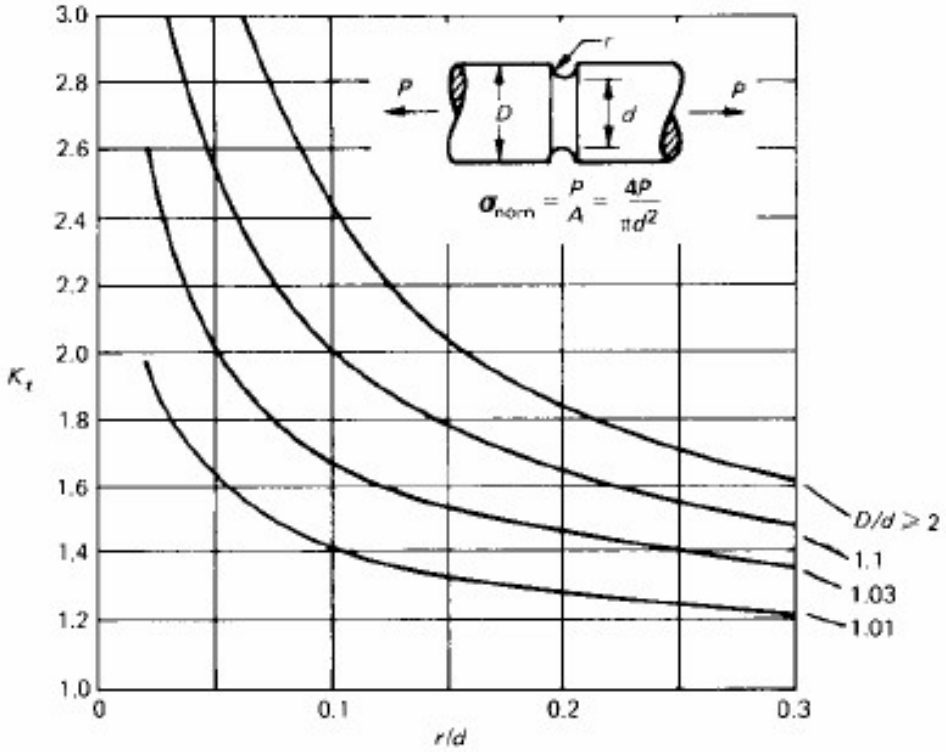
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

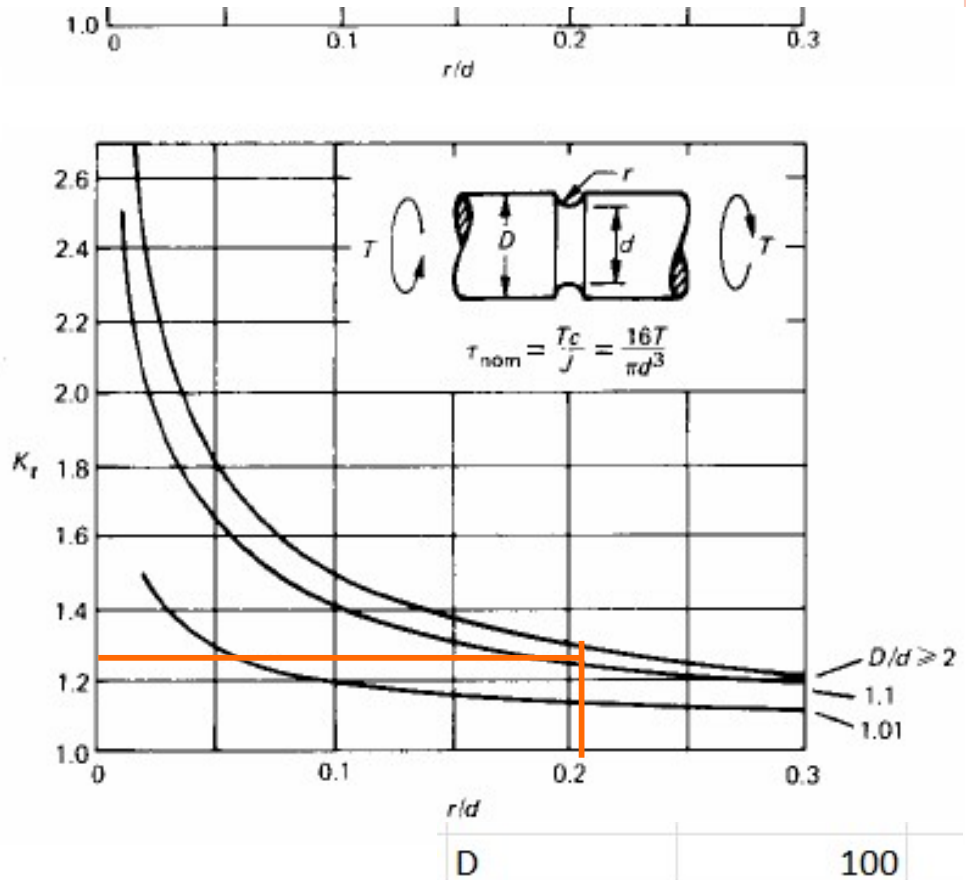
- Torsión: D=100 mm, d=70 mm, r= 15mm

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES





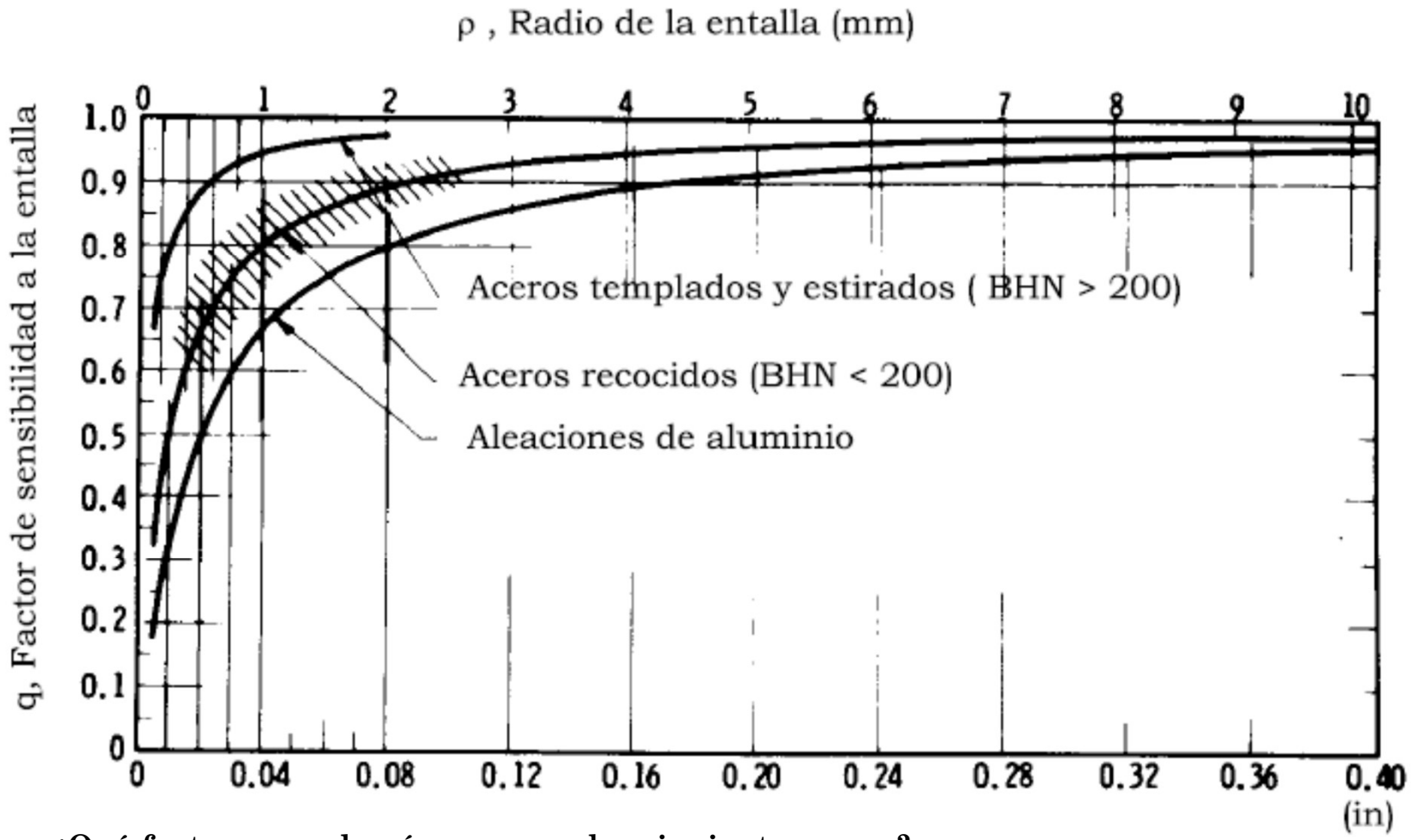
¿Qué coeficiente Kt aplicaríamos en el siguiente caso?

- Torsión: D=100 mm, d=70 mm, r= 15mm

D	100
d	70
r	15
r/d	0,21
D/d	1,43
Similar anterior	
Kt	**1,3**

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



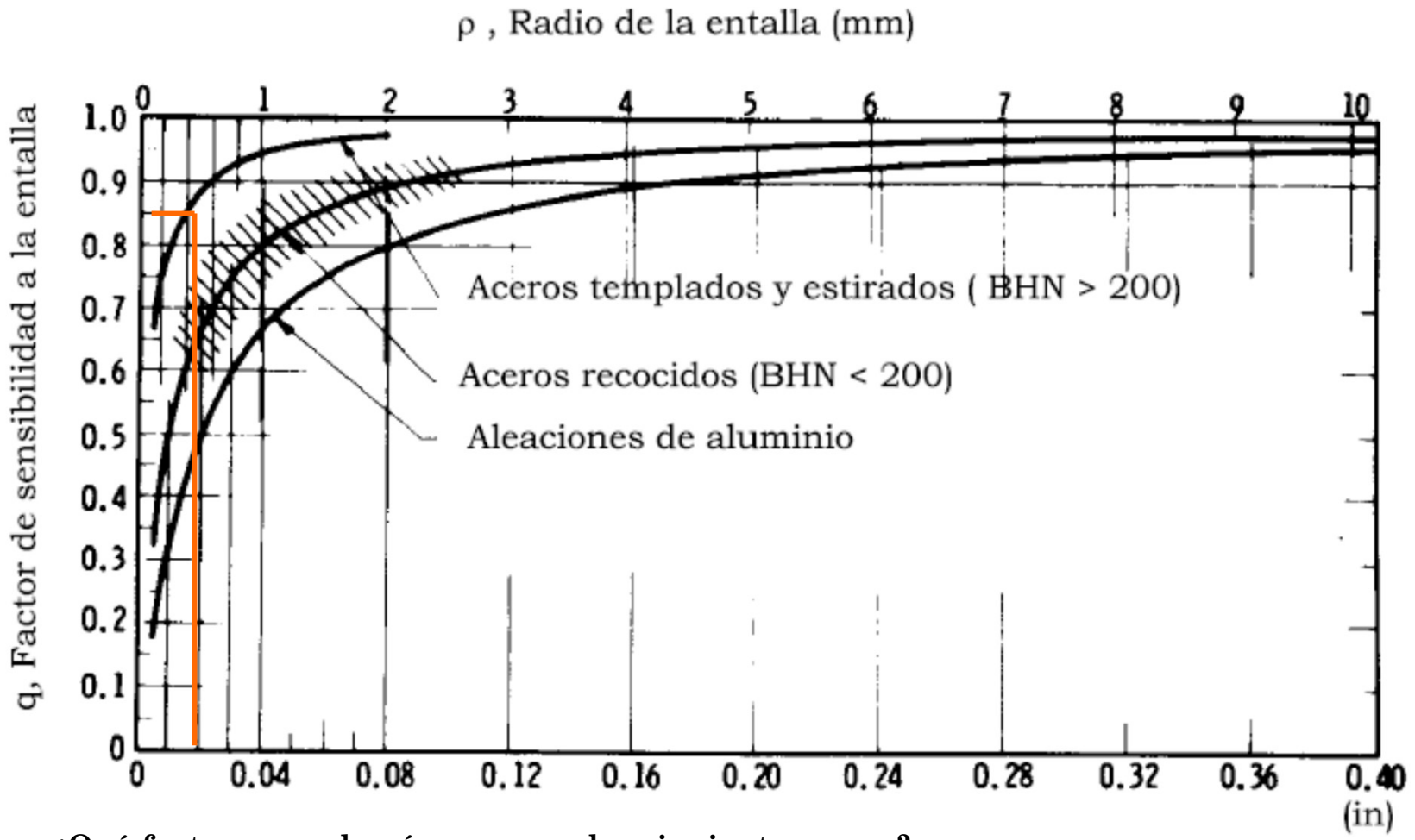
¿Qué factor q emplearíamos para los siguientes casos?

- Acero templado y estirado con radio de entalla 0.4 mm
- Aleación de aluminio con radio de entalla 2 mm

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



¿Qué factor q emplearíamos para los siguientes casos?

- Acero templado y estirado con radio de entalla 0.4 mm
- Aleación de aluminio con radio de entalla 2 mm

25,4	mm	1	pulgadas
0,4	mm	0,02	pulgadas
	q=	**0,85**	

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. FACTOR DE SEGURIDAD

$$n_s = n_{sx} n_{sy}$$ Factor de seguridad

Característica		B=			
		mb	b	R	p
A=mb	C=mb	1.1	1.3	1.5	1.7
	C=b	1.2	1.45	1.7	1.95
	C=r	1.3	1.6	1.9	2.2
	C=p	1.4	1.75	2.1	2.45
A=b	C=mb	1.3	1.55	1.8	2.05
	C=b	1.45	1.75	2.05	2.35
	C=r	1.6	1.95	2.3	2.65
	C=p	1.75	2.15	2.55	2.95
A=r	C=mb	1.5	1.8	2.1	2.4
	C=b	1.7	2.05	2.4	2.75
	C=r	1.9	2.3	2.7	3.1
	C=p	2.1	2.55	3.0	3.45
A=p	C=mb	1.7	2.15	2.4	2.75
	C=b	1.95	2.35	2.75	3.15
	C=r	2.2	2.65	3.1	3.55
	C=p	2.45	2.95	3.45	3.95

mb=muy bien, b=bien, r=regular y p=pobre

Caract.	D=		
E=	ns	s	ms
ns	1.0	1.2	1.4
s	1.0	1.3	1.5
ms	1.2	1.4	1.6

ms=muy serio, s=serio y ns=no serio

Caso practico bombonas cloro-gas.

- (A) El material que empleamos viene de un proveedor con una confiabilidad.
- (B) La carga aplicada sobre la pieza es desconocida.
- (C) Nuestros métodos de cálculo incluyen personal muy bien cualificado y los mejores programas de cálculo mecánico.
- (D) No existe peligro para el usuario final
- (E) En caso de fallo facilitamos un servicio al cliente de recambio y puesta en funcionamiento de menos de 1 día desde su llamada.

donde:

n_{sx} depende de las características A, B y C

- A: Calidad de los materiales, destreza, mantenimiento e inspección
- B: Control sobre la carga aplicada
- C: Exactitud del análisis del esfuerzo, información experimental o dispositivos similares

n_{sy} depende de las características D y E

- D: Peligro para personas
- E: Impacto económico

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. FACTOR DE SEGURIDAD

$$n_s = n_{sx} n_{sy}$$ Factor de seguridad

Característica		B= mb	b	R	p
A=mb	C=mb	1.1	1.3	1.5	1.7
	C=b	1.2	1.45	1.7	1.95
	C=r	1.3	1.6	1.9	2.2
	C=p	1.4	1.75	2.1	2.45
A=b	C=mb	1.3	1.55	1.8	2.05
	C=b	1.45	1.75	2.05	2.35
	C=r	1.6	1.95	2.3	2.65
	C=p	1.75	2.15	2.55	2.95
A=r	C=mb	1.5	1.8	2.1	2.4
	C=b	1.7	2.05	2.4	2.75
	C=r	1.9	2.3	2.7	3.1
	C=p	2.1	2.55	3.0	3.45
A=p	C=mb	1.7	2.15	2.4	2.75
	C=b	1.95	2.35	2.75	3.15
	C=r	2.2	2.65	3.1	3.55
	C=p	2.45	2.95	3.45	3.95

mb=muy bien, b=bien, r=regular y p=pobre

Caract.	D=		
E=	ns	s	ms
ns	1.0	1.2	1.4
s	1.0	1.3	1.5
ms	1.2	1.4	1.6

ms=muy serio, s=serio y ns=no serio

Caso practico bombonas cloro-gas.

- (A) El material que empleamos viene de un proveedor con una confiabilidad. MB
- (B) La carga aplicada sobre la pieza es desconocida. MB.
- (C) Nuestros métodos de cálculo incluyen personal muy bien cualificado y los mejores programas de cálculo mecánico. R.
- (D) No existe peligro para el usuario final. MS.
- (E) En caso de fallo facilitamos un servicio al cliente de recambio y puesta en funcionamiento de menos de 1 día desde su llamada. MS

nxx	1,3
nsy	1,6
ns	2,1

NEBRIJA UNIVERSIDAD Nebrija Universidad MADRID