Nombre:
Número de matrícula:

(sólo una respuesta es correcta; marca una sóla respuesta de modo claro sobre estas mismas hojas; no se tienen en cuenta preguntas con más de una marca) **50 min, 0.5 puntos cada pregunta**

1. Calcula la densidad de la variedad polimorfa del SiO2 (β-cristobalita, cúbica) que es estable termodinámicamente entre 1470ºC y el punto de fusión (1710ºC) cuya estructura está representada en la Fig. 10.22 y sabiendo que la arista de la celda unidad representada en esa figura es de $a = 0.712$ nm.

- 2311 kg/m^3
- 3201 kg/m^3
- 2212 kg/m^3
- 2019 kg/m^3
- 3120 kg/m^3
- ninguna de las anteriores

Sol: en la estructura de la b-cristobalita hay 8 átomos de Si y 16 de O. Su densidad es por tanto:

$$\frac{(8\cdot 28.09 + 16\cdot 16)\cdot 1.661\cdot 10^{-27}}{\left(a\cdot 10^{-9}\right)^3} = 2212 \quad \textbf{kg/m3.}$$

---

2. ¿Cuántos coeficientes o parámetros independientes (complianzas o rigideces elásticas) son precisos para describir el comportamiento elástico lineal de un material polimérico orgánico 100 % amorfo y no orientado?

- 2
- 3
- 5
- 6
- no hay suficiente información puesto que depende de la naturaleza química del polímero de que se trate
- ninguno de los anteriores respuestas es correcta

Sol: un polímero amorfo no orientado es isótropo, por tanto basta con 2 coeficientes, p.ej. E y n (ver 08_01_01)

---

3. Un material compuesto está constituido por láminas paralelas alternadas de Cu de espesor $h_1 = 0.001$ m y de teflón (PTFE) de espesor $h_2 = 0.0005$ m que se considera como aislante perfecto. Calcula la conductividad de este material compuesto a temperatura ambiente y en condiciones de isocorriente:

- 0 S/m
- 3.87×10^7 S/m
- 5.8×10^7m
- 2.2×10^{-1}m
- 7.2×10^6m
- ninguna de las anteriores

Sol: en condiciones de isocorriente (isoflujo) la corriente eléctrica atraviesa los dos componentes del material compuesto es la misma, es decir, éstos se encuentran en serie (ver 09_01_01). Al considerar el PTFE como un aislante perfecto, la conductividad del material compuesto es por tanto nula.

4. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para semiconductores elementales intrínsecos?
- los portadores mayoritarios son los electrones
- los portadores mayoritarios son los huecos
- los electrones y los huecos están en igual concentración
- las densidades de corriente que conducen los electrones y los huecos son iguales
- su conductividad eléctrica depende sólo ligeramente de la temperatura
- ninguna de las anteriores

Sol: los electrones y los huecos están en igual concentración (ver Eq. 13.12, pág 456)

5. Se difunde un gas en una oblea y se desea obtener un valor determinado del espesor de la capa límite. El tiempo de exposición necesario:
- será proporcional a $\sqrt{x_{capa\_límite}}$
- aumentará con la temperatura
- disminuirá con la presencia de defectos en la estructura del sólido
- aumentará con la constante de difusión
- aumentará con la concentración superficial, aunque el espesor de la capa límite sea el mismo
- ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Sol: el tiempo disminuirá con la presencia de defectos en la estructura del sólido, porque favorecen la difusión

6. ¿A qué sistema cristalino pertenecerá un material con los siguientes valores de los módulos piezoeléctricos: $d_{111} = 5.4$, $d_{122} = d_{212} = d_{221} = -5.4$, $d_{222} = 3.2$, $d_{211} = d_{112} = d_{121} = -3.2$?
- Tetragonal 422
- Hexagonal $\bar{6}$
- Hexagonal 622
- Trigonal 32
- Tetragonal $\bar{4}2m$
- ninguna de las anteriores

Sol: El material posee dos componentes independientes de los módulos piezoeléctricos, de forma que las estructuras tetragonal 422 y hexagonal 622 quedan descartadas. Las estructuras trigonal 32 y la otra tetragonal poseen módulo d_{22} (que corresponde al d_{222}) nulo, luego también quedan descartados. La estructura hexagonal $\bar{6}$ es la única que coincide con los valores propuestos

7. ¿Cuál es el peso molecular de la unidad repetitiva del nylon 6,9?
- 268 g/mol
- 272 g/mol
- 255 g/mol
- 294 g/mol
- 290 g/mol
- ninguno de los anteriores

Sol: el nylon 6,9 presenta una unidad repetitiva similar a la del nylon 6,6 (p. 211) pero con 7 unidades CH_2 en el segmento de diácido; -NH-$(CH_2)_6$-NH-CO-(CH_2)7-CO-. Eel peso molecular es: $15 \cdot 12 + (2 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 7) \cdot 1 + 2 \cdot 14 + 2 \cdot 16 = 268$ **g/mol.**

8. Indicar cuál de las siguientes afirmaciones es falsa:

- La transición vítrea no es un fenómeno exclusivo de los materiales poliméricos
- La transición vítrea es exclusiva de sistemas con una muy baja velocidad de relajación molecular
- Los polímeros termoestables no presentan transición vítrea
- La temperatura de transición vítrea de un polímero únicamente depende de la constitución química de la unidad repetitiva
- La temperatura de transición vítrea de un polímero es siempre inferior a la temperatura de fusión ninguna de las respuestas anteriores

Sol: La afirmación falsa es "La temperatura de transición vítrea de un polímero únicamente depende de la constitución química de la unidad repetitiva" (p. 185: también depende de factores como la cristalinidad, el peso molecular promedio, etc.)

Problema 1

El vidrio que se emplea para fabricar el tubo de los monitores CRT tiene un contenido elevado de plomo con el fin de absorber radiación de frenado de electrones. Uno de estos vidrios altos en plomo contiene SiO_2 (A), K_2O (B) y PbO (C) y debe cumplir las siguientes especificaciones:

- Relación (másica) A:B $S_1 = 5$ kg de SiO_2 /kg de K_2O
- Especificación para asegurar absorción de radiación: $S_2 = 6.4 \cdot 10^{27}$ átomos de Pb/m^3 de vidrio

Determinar
1. la composición de este vidrio (fracciones másicas de A, B y C),
2. la densidad de este vidrio.

Datos: densidades: $\rho_A = 2643$ kg/m^3, $\rho_B = 2300$ kg/m^3, $\rho_C = 9530$ kg/m^3. Calcular la densidad del vidrio suponiendo mezcla ideal de componentes, es decir los volúmenes son aditivos, sin pérdida ni ganancia al realizar mezclas.

(Este problema puede resolverse bien analíticamente o bien con ayuda de un diagrama triangular. En caso de usar el diagrama triangular, entregadlo junto con el resto de las hojas y poned nombre y nº de matrícula claramente en el mismo).

(3 puntos, 50 minutos)

Solución: $Mw_{Si} = 28.09$ $Mw_O = 16.00$, $Mw_K = 39.10$, $Mw_{Pb} = 207.020$

$Mw_A = Mw_{Si} + 2Mw_O$, $Mw_B = 2Mw_K + Mw_O$, $Mw_C = Mw_{Pb} + Mw_O$

$Mw_A = 60.09$ kg/kmol A $\quad$ $Mw_B = 94.2$ kg/kmol B $\quad$ $Mw_C = 223.02$ kg/kmol C

1ª variante (analítica):

La primera especificación fija la relación de fracciones másicas de A a B: $x_A = S_1 \cdot x_B$ (*)

La segunda especificación (número de átomos de Pb por m^3) implica:

$$S_2 = \rho_{vidrio} \cdot x_C \cdot \frac{1}{Mw_C} \cdot N_A \qquad (**) \qquad N_A = 6.023 \cdot 10^{26} \ \frac{\text{átomos de Pb}}{\text{kmol de C}}$$

donde cada uno de los términos en (**) corresponden a:

$$\frac{\text{atomos de Pb}}{\text{m}^3 \text{ de vidrio}} = \frac{\text{kg de vidrio}}{\text{m}^3 \text{ de vidrio}} \ \frac{\text{kg de C}}{\text{kg de vidrio}} \ \frac{\text{kmol de C}}{\text{kg de C}} \ \frac{\text{átomos de Pb}}{\text{kmol de C}}$$

y donde $\rho_{vidrio} = \dfrac{1}{\dfrac{x_A}{\rho_A} + \dfrac{x_B}{\rho_B} + \dfrac{1 - x_A - x_B}{\rho_C}}$

Resolviendo las ecuciones (*) y (**) se obtienen directamente los valores de las dos incógnitas x_A y x_B. P.ej. substituyendo (*) en (**) y despejando x_B

$$x_B = \frac{\rho_C \cdot N_A - S_2 \cdot Mw_C}{\rho_C \cdot Mw_C \cdot \left[S_2 \cdot \left(\frac{S_1}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B} - \frac{S_1 + 1}{\rho_C} \right) + \frac{S_1 + 1}{Mw_C} \cdot N_A \right]} \qquad x_B = 0.0750$$

$x_A = S_1 \cdot x_B$ $\qquad$ $x_C = 1 - x_A - x_B$ $\qquad$ $x_A = 0.3749$

$x_B = 0.0750$

$x_C = 0.5502$

$$\rho_{vidrio} = \frac{1}{\frac{x_A}{\rho_A} + \frac{x_B}{\rho_B} + \frac{x_C}{\rho_C}}$$

$\rho_{vidrio} = 4307$ kg/m^3

Podemos verificar que esta solución satisface las dos especificaciones:

$$S_1 = 5 \Leftrightarrow \frac{x_A}{x_B} = 5 \qquad \rho_{vidrio} \cdot x_C \cdot \frac{1}{Mw_C} \cdot N_A = 6.4 \times 10^{27} \Leftrightarrow S_2 = 6.4000 \times 10^{27}$$

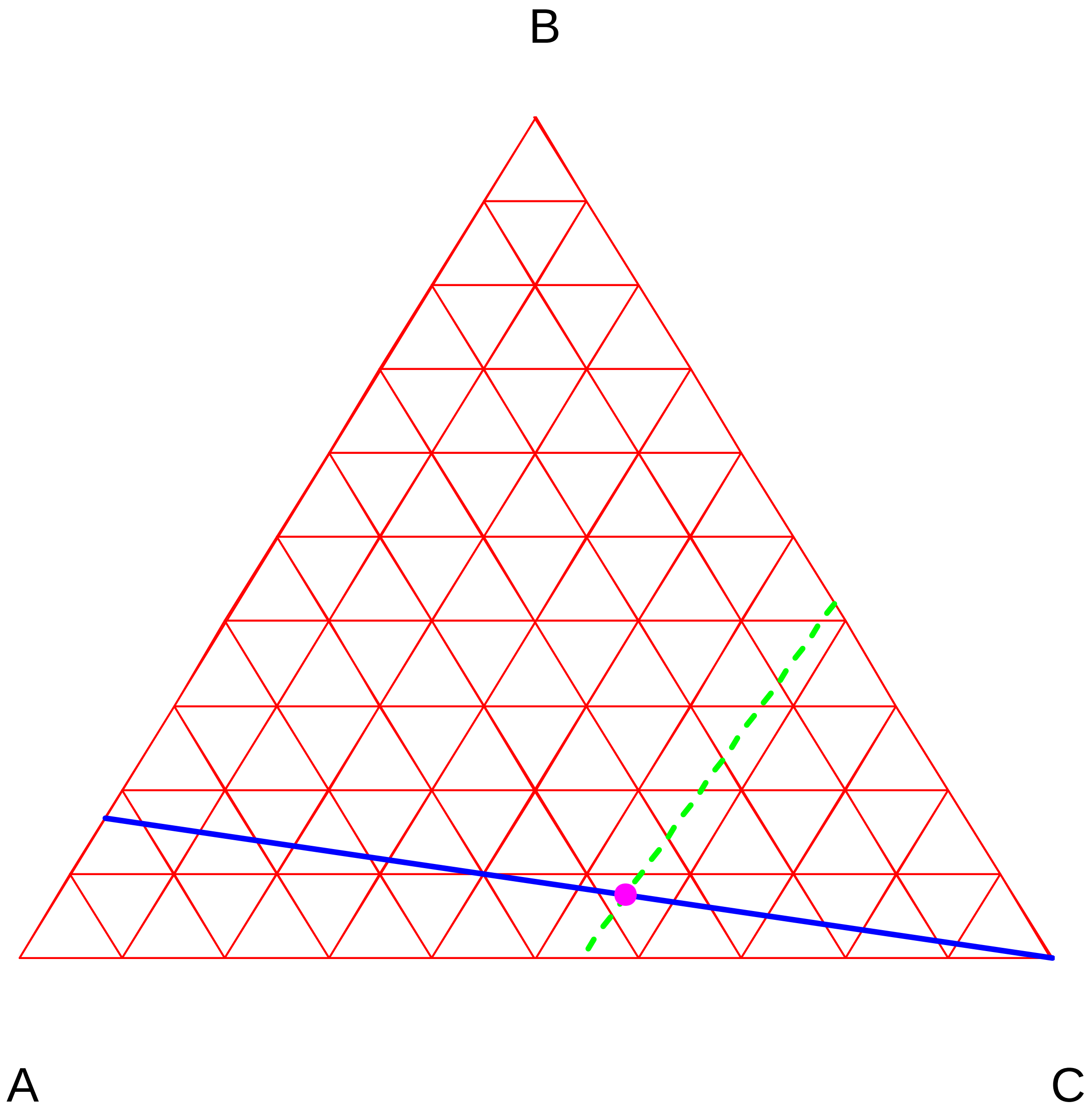
átomos Pb
----
m^3

2ª variante (gráfica): las dos relaciones (*) y (**) se pueden representar en el diagrama triangular como dos rectas cuyo punto de intersección es la solución buscada.

$x_A = S_1 \cdot x_B$ (*) (línea continua)

$$S_2 = \frac{1}{\frac{x_A}{\rho_A} + \frac{x_B}{\rho_B} + \frac{1 - x_A - x_B}{\rho_C}} \cdot (1 - x_A - x_B) \cdot \frac{1}{Mw_C} \cdot N_A$$ (**) (línea de trazos)

_



Leyendo la composición del punto de intersección de las dos rectas se obtiene gráficamente la misma solución:

$x_A = 0.3749$

$x_B = 0.0750$

$x_C = 0.5502$

3ª variante (analítica): partimos de la especificación S_2 y calculamos los kg de Pb y de PbO que debe haber en 1 m^3 de vidrio:

$$\frac{S_2 \cdot Mw_{Pb}}{N_A} = 2199.8$$ kg de Pb en 1 m^3 de vidrio. Por tanto:

$$m_C = \frac{S_2 \cdot Mw_{Pb}}{N_A} \cdot \frac{Mw_C}{Mw_{Pb}} \qquad m_C = 2369.8$$ kg de PbO (C) en 1 m^3 de vidrio.

Esta masa de C ocupa un volumen de: $V_C = \frac{m_C}{\rho_C}$ $V_C = 0.2487$ m^3, que es su fracción volumétrica.

La fracción volumétrica de A y B juntos es la diferencia: $V_{AB} = 1 - V_C$, $V_{AB} = 0.7513$. A su vez, de la primera especificación podemos obtener la relación volumétrica que debe haber entre A y B:

$$Rvol_{AB} = S_1 \cdot \frac{\frac{1}{\rho_A}}{\frac{1}{\rho_B}} \qquad Rvol_{AB} = 4.351$$ m^3 de A por m^3 de B en el vidrio.

Por tanto, las fracciones volumétricas de A, B en el vidrio son:

$$V_A = V_{AB} \cdot \frac{Rvol_{AB}}{Rvol_{AB} + 1} \qquad V_B = V_{AB} \cdot \frac{1}{Rvol_{AB} + 1}$$

$$V_A = 0.6109 \qquad V_B = 0.1404 \qquad V_C = 0.2487$$

Finalmente, conocidas las fracciones volumétricas y las densidades, podemos calcular las fracciones másicas:

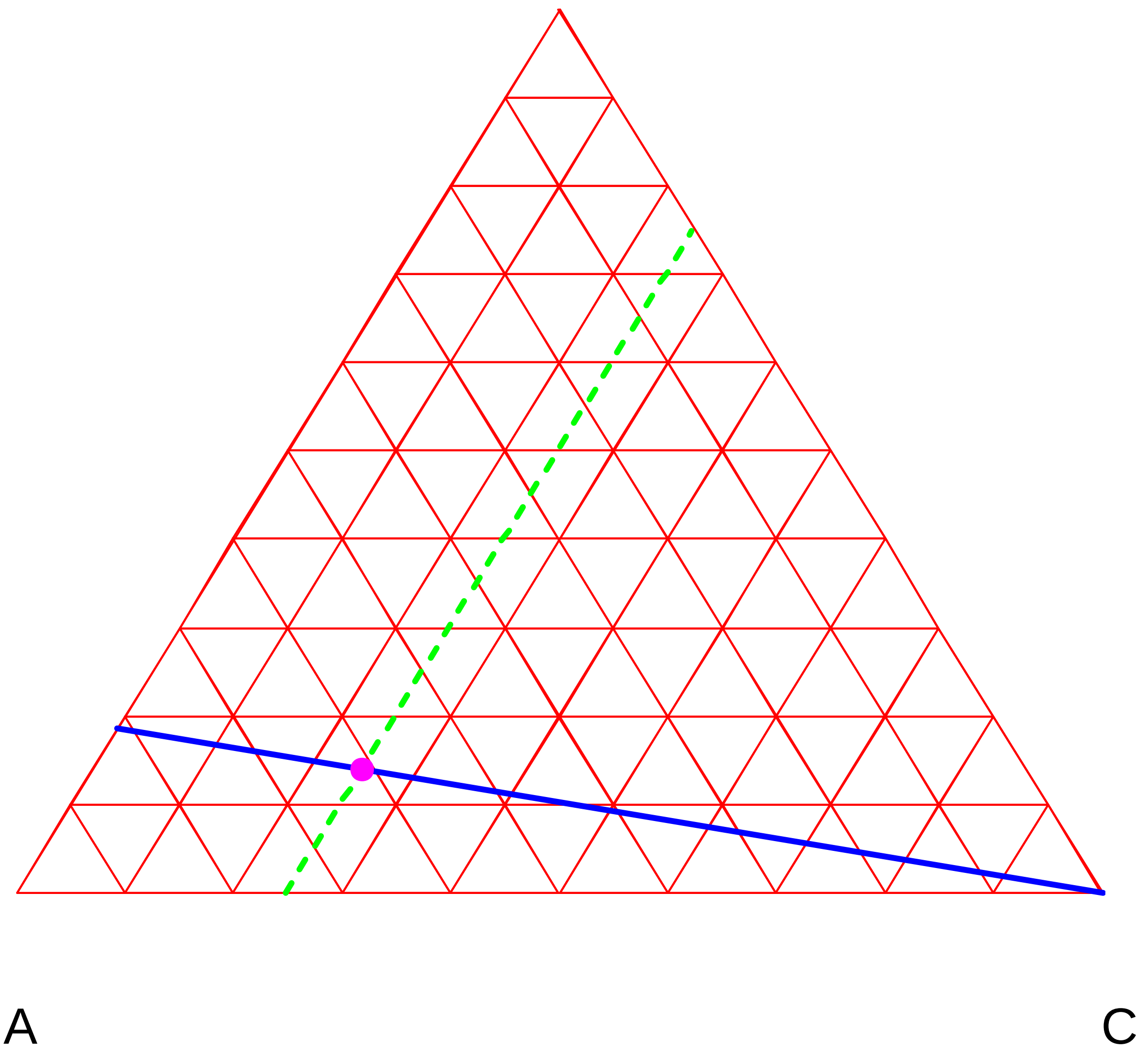
$$x_A = \frac{V_A \cdot \rho_A}{V_A \cdot \rho_A + V_B \cdot \rho_B + V_C \cdot \rho_C} \qquad x_A = 0.3749$$

$$x_B = \frac{V_B \cdot \rho_B}{V_A \cdot \rho_A + V_B \cdot \rho_B + V_C \cdot \rho_C} \qquad x_B = 0.075$$

$$x_C = \frac{V_C \cdot \rho_C}{V_A \cdot \rho_A + V_B \cdot \rho_B + V_C \cdot \rho_C} \qquad x_C = 0.5502$$

4ª variante (gráfica): una cuarta forma de resolver el problema es como la anterior, pero calculando las fracciones volumétricas por una construcción gráfica en un diagrama triangular de fracciones volumétricas: el punto de intersección de la recta que representa $V_C = 0.25$ con la recta que representa $Rvol_{AB} = 4.35$.

Diagrama triangular en fracciones volumétricas: B



Leyendo la composición del punto de intersección de las dos rectas se obtiene gráficamente la misma composición volumétrica que por el cálculo analítico:

$V_A = 0.6109$ $V_B = 0.1404$ $V_C = 0.2487$

el resto del problema se hace igual que en la tercera forma.

5ª variante (analítica): planteamos las ecuaciones que describen:

suma de fracciones igual a 1: $x_A + x_B + x_C = 1$

especificación S_1: $x_A = 5x_B$

densidad del vidrio: $\rho_{vidrio}^{-1} = x_A \cdot \rho_A^{-1} + x_B \cdot \rho_B^{-1} + x_C \cdot \rho_C^{-1}$

especificación S_2: $x_C = \dfrac{S_2}{N_A} \cdot Mw_C \cdot \rho_{vidrio}^{-1}$

Es un sistema de cuatro ecuaciones lineales en las cuatro incógnitas x_A, x_B, x_C y ρ_{vidrio}^{-1}.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -5 & 0 & 0 \\ \rho_A^{-1} & \rho_B^{-1} & \rho_C^{-1} & -1 \\ 0 & 0 & -1 & \dfrac{S_2}{N_A} \cdot Mw_C \end{pmatrix} \qquad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

El sistema se resuelve fácilmente por eliminación ya que tiene varios coeficientes y términos independientes nulos. La solución es nuevamente:

$x_A = 0.3749$ $x_B = 0.0750$ $x_C = 0.5502$ $\rho_{vidrio} = 4307$ kg/m^3

Problema 2

Se pretende fabricar una fibra óptica monomodo a partir de dos materiales A y B con índices de refracción desconocidos. Para determinar el índice de refracción, se hace pasar un haz de luz desde el aire a cada uno de los materiales, y se mide el ángulo de refracción para distintos ángulos de incidencia. Los resultados de las medidas son:

Ángulo de incidencia (º) ϕ_i	Angulo de refracción (º) ϕ_{rA}	Ángulo de refracción (º) ϕ_{rB}
0	0	0
10	6	8
20	11	18
30	17	25
40	22	33
50	26	41

1. Determinar cuál de los materiales podrá utilizarse como núcleo y cuál como recubrimiento de la fibra óptica.
2. Calcular la máxima desviación axial que puede tenerse en la fibra óptica para no perder la transmisión.

(3 puntos, 50 minutos)

El índice de refracción de los dos materiales puede obtenerse a partir de los datos de la tabla. Según la Ley de Snell:

$$n_i \sin f_i = n_r \sin f_r$$

que puede considerarse la ecuación de una recta $y = a + b \cdot x$ donde x se toma como $\sin(f_{aire})$

y como: $\sin(f_{material})$

y la pendiente como la relación:

$$n(aire) / n(material)$$

y la ordenada en el origen a se esperará que sea cero. Por lo tanto, realizando la correspondiente regresión lineal, y como $n(\text{aire}) = 1$ pueden determinarse los índices de refracción. Los resultados de las dos regresiones lineales son:

Para A: $b_A = 0.575$ $n_A = \frac{1}{b_A}$ $n_A = 1.739$

Para B: $b_B = 0.855$ $n_B = \frac{1}{b_B}$ $n_B = 1.170$

Los valores obtenidos para la ordenada en el origen en efecto son muy cercanos a cero. Como en una fibra óptica el núcleo debe poseer un índice de refracción mayor que el recubrimiento (para poder tener reflexión total interna), el material A corresponderá al núcleo y el material B al recubrimiento. Para la correspondiente fibra óptica, el valor del ángulo crítico será:

$$\phi_c = \text{asin}\left(\frac{n_B}{n_A}\right) \qquad \phi_c = 0.74 \quad \text{rad} \qquad \phi_c \cdot \frac{180}{\pi} = 42.3 \quad \text{grados}$$

Por lo tanto, la máxima desalineación axial será: $\theta = 90 - \phi_c \cdot \frac{180}{\pi}$ $\theta = 47.7$ grados