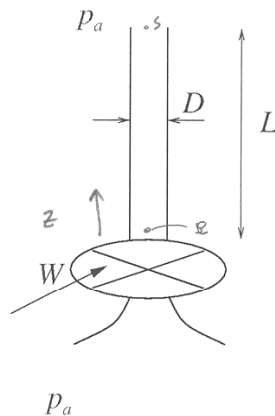


Se pide estudiar el movimiento de un líquido de densidad ρ a lo largo de un conducto vertical de longitud L y diámetro D que descarga a la atmósfera, donde la presión es p_a . El tubo se alimenta con una bomba ideal de potencia W que coge agua de un depósito a presión p_a . Se pide:

1. Obtener la velocidad del fluido cuando el sistema funciona en régimen estacionario. Explicar como se modificaría el resultado si se acopla a la salida del conducto una boquilla de diámetro de salida $d < D$.
2. Estudiar el proceso transitorio de puesta en movimiento del fluido suponiendo que el conducto se encuentra inicialmente vacío.



$$\textcircled{1} \quad W = G \left(\frac{p_e}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 - \frac{p_a}{\rho} \right) = \rho \frac{u \pi D^2}{4} \left(\frac{p_e}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 - \frac{p_a}{\rho} \right)$$

conducto $\frac{du}{dt} + \frac{d}{dz} \left(\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g z \right) = 0$ $\frac{u^2}{2} + \frac{p_a}{\rho} + g L = \frac{u^2}{2} + \frac{p_e}{\rho}$ $\textcircled{1}$

con boquilla $u_s \neq u$

$$u_s = \left(\frac{D}{d} \right)^2 u$$

$$\frac{u^2}{2} + g L = \frac{4W}{\rho \pi D^2 u}$$
 $\textcircled{1}$

$$\left(\frac{D}{d} \right)^4 \frac{u^2}{2} + \frac{p_a}{\rho} + g L = \frac{u^2}{2} + \frac{p_e}{\rho}$$

$$\left(\frac{D}{d} \right)^4 \frac{u^2}{2} + g L = \frac{4W}{\rho \pi D^2 u}$$
 $\textcircled{2}$

$$\textcircled{3} \quad h \frac{du}{dt} + \left(\frac{u^2}{2} + \frac{p_a}{\rho} + g h \right) - \left(\frac{u^2}{2} + \frac{p_e}{\rho} \right) = 0$$

$$h \frac{du}{dt} = \frac{p_e - p_a}{\rho} - g h = -\frac{u^2}{2} + \frac{4W}{\rho \pi D^2 u} - g h$$

$$\frac{dh}{dt} = u$$

$$\textcircled{1} \quad h u \frac{du}{dh} = \frac{4W}{\rho \pi D^2 u} - \frac{u^2}{2} - g h$$

$$h=0, u = \left(\frac{8W}{\rho \pi D^2} \right)^{1/3}$$

$$\textcircled{1} \quad h=L, u=u_1, t = \int_0^L u dh = t_1$$

$$\textcircled{3} \quad L \frac{du}{dt} = -\frac{u^2}{2} + \frac{4W}{\rho \pi D^2 u} - g L, \quad t=t_1, u=u_1$$

$\textcircled{1}$