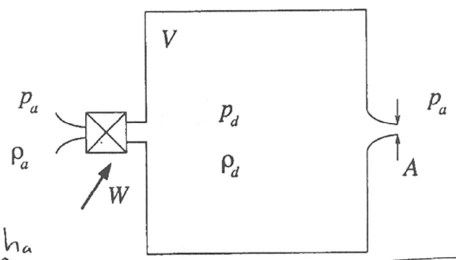
Se considera el llenado de un depósito de volumen V que se encuentra conectado a la atmósfera a través de un compresor de potencia W y a través de una boquilla de área mínima A. Las paredes del depósito están aisladas térmicamente. En el instante inicial, los valores de la densidad y presión en el depósito son iguales a los valores atmosféricos, ρ_a y p_a. Suponiendo que el número de Mach a la salida del compresor es pequeño, se pide:

1. Escribir las ecuaciones con condiciones iniciales que permiten determinar la evolución de la presión y densidad en el depósito p_d y ρ_d.

Cuando se alcanza el estado estacionario, se pide:

2. Obtener las ecuaciones que determinan p_d y ρ_d, demostrando en particular que se cumple $p_d/\rho_d^\gamma = p_a/\rho_a^\gamma$.
3. Reducir la solución a una ecuación para la variable p_d/p_a, que puede resolverse de forma explícita cuando la boquilla no se encuentra bloqueada.
4. Determinar el valor de $W/[h_a A(\gamma p_a \rho_a)^{1/2}]$ por encima del cual la boquilla se encuentra bloqueada.



1) $$\boxed{W = G_c\left[\left(h+\cancel{\tfrac{v^2}{2}}^{\,M_{sc}\ll 1}\right)_{sc} - \underbrace{\left(h+\tfrac{v^2}{2}\right)_{ec}}_{h_a}\right] = G_c h_a\left[\left(\frac{p_{sc}}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right] = G_c h_a\left[\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]}$$ (1)

$$\boxed{G_B = \sqrt{\gamma p_d \rho_d}\,A} \times \begin{cases} \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{1/2}\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2\gamma}}\left[\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]^{1/2} & \to \text{si } \frac{p_d}{p_a} < \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} & \longrightarrow \text{si } \frac{p_d}{p_a} > \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{cases}$$ (1)

$$\boxed{V\frac{d\rho_d}{dt} = G_c - G_B},\quad \boxed{\frac{V}{\gamma-1}\frac{dp_d}{dt} = G_c\left(h_{sc}+\cancel{\tfrac{v_{sc}^2}{2}}\right) - G_B h_d = W + G_c h_a - G_B h_d}$$ (1) (1)

$t=0$
$\rho_d = \rho_a$
$p_d = p_a$

2) $G_c = G_B = G$, $G(h_{sc}-h_d)=0 \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} T_{sc}=T_d \\ \rho_{sc}=\rho_d \end{matrix}}$ (2) $\boxed{\frac{p_d}{p_a} = \left(\frac{\rho_d}{\rho_a}\right)^\gamma}$

3) $$G_c = \frac{W}{h_a\left[\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]} = \sqrt{\gamma p_a \rho_a}\,A\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} \begin{cases} \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{1/2}\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2\gamma}}\left[\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]^{1/2} & \to \text{si } \frac{p_d}{p_a} < \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} & \to \text{si } \frac{p_d}{p_a} > \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\gamma/\gamma-1} \end{cases}$$

SI NO HAY BLOQUEO → $\boxed{\frac{p_d}{p_a} = \left[\left(\frac{W}{h_a\sqrt{\gamma p_a \rho_a}\,A}\right)^{2/3}\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)^{1/3}+1\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$ (1) BLOQUEO SI $\boxed{\frac{W}{h_a\sqrt{\gamma p_a\rho_a}\,A} \geq \frac{\gamma-1}{2}}$ (2)

SI HAY BLOQUEO $\boxed{\frac{W}{h_a\sqrt{\gamma p_a \rho_a}\,A} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}}\left[\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]}$ (1)