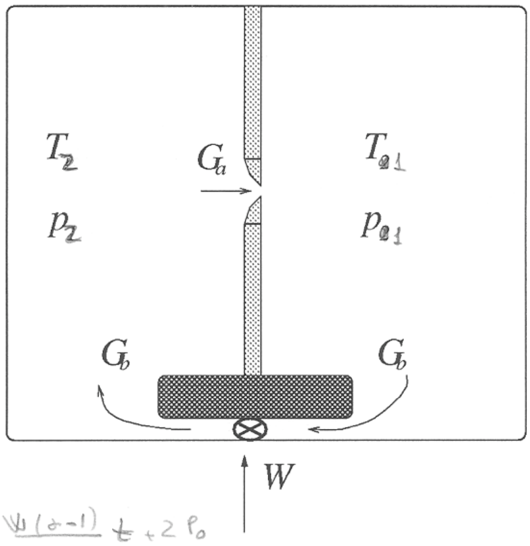
Dos depósitos de igual volumen V están conectados por un orificio que inicialmente aparece cerrado por un diafragma. El orificio tiene su sección mínima A en el depósito 2. Estando inicialmente los dos depósitos a la misma presión p_a y temperatura T_a, un compresor de potencia W toma aire del depósito 2 para llevarlo al depósito 1. Escribir las ecuaciones y condiciones iniciales que permiten calcular la evolución de las presiones y temperaturas en los dos depósitos. Cuando la diferencia de presiones en los dos depósitos supera un cierto valor p_d se rompe el diafragma y se modifica la evolución posterior de las presiones y temperaturas en los dos depósitos. ~~Describir analíticamente esta evolución.~~ Los dos depósitos se pueden suponer aislados térmicamente a lo largo de todo el análisis. → Escribir las ecuaciones para esta evolución.



1ª Etapa : $G_a = 0$

$$V\frac{dp_1}{dt} = -G_b \quad (1)$$

$$V\frac{dp_2}{dt} = G_b \quad (2)$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (3)$$

$$W = G_b(h_e - h_1) = G_b h_1\left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) \quad (4)$$

$$W = V\frac{d(\rho_2 e_2)}{dt} + \frac{V\,d(\rho_1 e_1)}{dt} \quad (5)$$

de la ecuación 5:

$$W = \frac{V}{\gamma-1}\frac{d}{dt}(p_2 + p_1) \quad (6) \Rightarrow p_2 + p_1 = \frac{W(\gamma-1)}{V}t + 2p_0$$

Escribimos la ec (4) en función de solo p_2 y p_1

$$G h_1 = -\frac{V}{\gamma-1}\frac{dp_1}{dt} \Rightarrow W = -\frac{V}{\gamma-1}\left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\cdot\frac{dp_1}{dt} \quad (7)$$

Dividiendo (6) por (7) :

$$\frac{dp_2}{dp_1} = -\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow p_2^{1/\gamma} = -p_1^{1/\gamma} + 2p_0^{1/\gamma}$$

$$p_2 - p_1 = p_d \Rightarrow p_1^* = p_2^* - p_d$$

$$(p_d + p_1^*)^{1/\gamma} = -p_1^{*\,1/\gamma} + 2p_0^{1/\gamma}$$

2ª Etapa . (Ninguno de los depósitos es isentrópico).

$$V\frac{dp_1}{dt} = -G_b + G_a$$

$$V\frac{dp_2}{dt} = G_b - G_a$$

$$W = V\frac{d(\rho_2 e_2)}{dt} + V\frac{d(\rho_1 e_1)}{dt}$$

$$W = G(h_e - h_1) = G h_1\left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

$$\frac{d(\rho_1 e_1)}{dt} = G_a h_2 - G_b h_1$$

$$G_a = A_d \cdot \rho_2 a_2 \left\{\frac{2}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\}^{1/2}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}$$