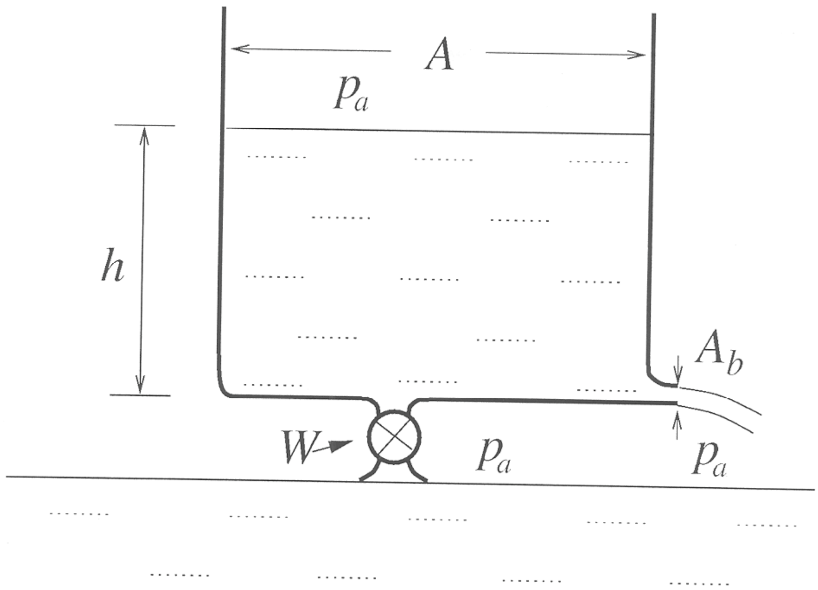
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

INGENIERÍA DE FLUIDOS

12-9-01

El depósito cilíndrico de área transversal A de la figura adjunta comienza a llenarse a partir del instante inicial mediante una bomba ideal de potencia W que conecta el depósito con un contenedor de agua abierto al ambiente. En la base del depósito existe una boquilla de área mínima A_b a través de la cual el deposito descarga al ambiente. Suponiendo que el agua se comporta como un fluido ideal, se pide:

1. Escribir las ecuaciones con condiciones iniciales que determinan la evolución temporal del caudal que circula por la bomba $Q(t)$, la velocidad a la salida de la boquilla $u(t)$ y la altura del agua en el depósito $h(t)$. Suponga que la energía cinética a la salida de la bomba es despreciable.
2. Reducir la solución del problema a una cuadratura para la variable h.
3. Obtener los valores de h, Q y u correspondientes al régimen estacionario que se alcanza para tiempos largos.



1) PARA LA BOMBA

$$\boxed{W = G\left[\left(\underbrace{h_s}_{\frac{P_s}{\rho}+cT_a}+\cancel{\frac{u_s^2}{2}}\right)-\underbrace{\left(h_e+\frac{u_e^2}{2}\right)}_{\frac{P_a}{\rho}+cT_a}\right] = \rho Q\,\frac{P_s-P_a}{\rho} = \rho g h Q}$$

$P_s = P_a + \rho g h$

PARA EL DEPOSITO:

$$A\frac{dh}{dt} = Q - u A_b$$

$$\boxed{t=0 \quad h=0}$$

PARA LA BOQUILLA:

$$\cancel{P_a} + \rho g h = \cancel{P_a} + \frac{1}{2}\rho u^2$$

2)

$$A\frac{dh}{dt} = \frac{W}{\rho g h} - A_b\sqrt{2gh}$$

$$\boxed{\int_0^h \frac{A\,dh}{\frac{W}{\rho g h} - A_b\sqrt{2gh}} = t}$$

3) SOL. ESTACIONARIA

$$h = \left(\frac{W}{\rho g A_b (2g)^{1/2}}\right)^{2/3}, \quad Q = \frac{W}{\rho g \left(\frac{W}{\rho g A_b (2g)^{1/2}}\right)^{2/3}} = \left(\frac{2A_b^2 W}{\rho}\right)^{1/3}$$

$$u = \left(\frac{2W}{\rho A_b}\right)^{1/3}$$