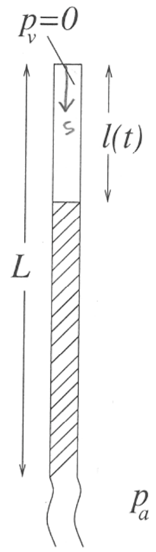
Un conducto vertical de longitud $L > p_a/(\rho g)$, cerrado en ambos extremos, se encuentra inicialmente lleno de un líquido ideal de densidad ρ. Se pide estudiar el proceso de descarga al exterior, a presión p_a, que tiene lugar tras la apertura instantánea del extremo inferior del conducto. Para el cálculo, considere que la presión de vapor del líquido es despreciable. En particular, se pide determinar el tiempo que tarda la columna de líquido en pararse por primera vez, así como la longitud de la columna de agua que permanece en el interior del conducto. Hacer aplicación al caso $\boxed{\frac{p_a}{\rho g L} = 0.5}$



$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho} - g s\right) = 0$$

$$(L-l)\frac{du}{dt} + \frac{p_a}{\rho} - gL + gl = 0$$

$$\boxed{(L-l)\frac{du}{dt} = g(L-l) - \frac{p_a}{\rho}}$$

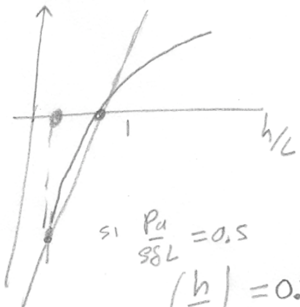
$$u = \frac{dl}{dt} = -\frac{d(L-l)}{dt}$$

$$L - l = h$$

$$\boxed{-h\frac{d}{dh}\frac{u^2}{2} = gh - \frac{p_a}{\rho}}, \quad h = L, \ \frac{u^2}{2} = 0$$

$$\frac{u^2}{2\,p_a/\rho} = \ln\left(\frac{h}{L}\right) - \frac{\frac{h}{L} - 1}{p_a/\rho g L}$$

$$dt = -\frac{dh}{u} \Rightarrow \boxed{t = \int_{h_f}^{L} \frac{dh}{\sqrt{2\frac{p_a}{\rho}\left[\ln\frac{h}{L} - \frac{h/L - 1}{p_a/\rho g L}\right]}}}$$



si $\frac{p_a}{\rho g L} = 0.5$

$$\left(\frac{h}{L}\right)_{final} = 0.203$$