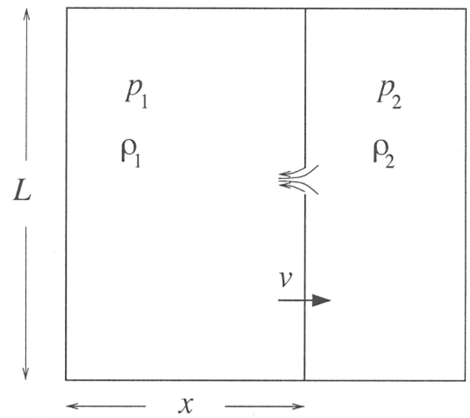
Un depósito cúbico de lado L se encuentra lleno de aire con presión y densidad p_o y ρ_o. El depósito se encuentra internamente dividido por una pared movil, situada inicialmente en la mitad del depósito, que comienza a moverse con velocidad v, conocida. Dicha pared consta de un orificio que conecta los dos lados del depósito, a través del que se forma un chorro de área mínima $A \ll L^2$. Sabiendo que todas las paredes pueden considerarse adiabáticas, se pide escribir las ecuaciones que determinan la evolución de la presión y la densidad a ambos lados del depósito, así como la potencia necesaria para mover la pared.



$$G: \begin{cases} \text{si } \dfrac{p_2}{p_1} > \left(\dfrac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow G = \rho_2 \sqrt{\gamma \dfrac{p_2}{\rho_2}}\, A \left(\dfrac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \\ \text{si } \dfrac{p_2}{p_1} < \left(\dfrac{\gamma+1}{2}\right)^{\gamma/\gamma-1} \Rightarrow G = \rho_2 \sqrt{\gamma \dfrac{p_2}{\rho_2}}\, A \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2\gamma}} \left(\dfrac{2}{\gamma-1}\right)^{1/2} \left[\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]^{1/2} \end{cases}$$ 4

$\boxed{\text{DEPOSITO 1}}$

1 $$L^2 \frac{d}{dt}(\rho_1 x) = G$$ 2

2 $$\frac{L^2}{\gamma-1} \frac{d}{dt}(p_1 x) = G \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_2} - p_1 \frac{dx}{dt} L^2$$ 2

$\boxed{\text{DEPOSITO 2}}$

3 $$L^2 \frac{d}{dt}(L-x)\rho_2 = -G$$ 2

4 $$\frac{L^2}{\gamma-1} \frac{d}{dt}\left[(L-x) p_2\right] = -G \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_2} + p_2 \frac{dx}{dt} L^2$$ 2

1 $$\frac{dx}{dt} = v$$

$$t=0 \begin{cases} x = L/2, \; p_1 = p_2 = p_0 \\ \rho_1 = \rho_2 = \rho_0 \end{cases}$$

1+3 $\rightarrow$ $$\boxed{\rho_1 x + (L-x)\rho_2 = \rho_0 L}$$

2+4 $\rightarrow$ $$\boxed{\frac{L^2}{\gamma-1} \frac{d}{dt}\left[p_1 x + (L-x) p_2\right] = \underbrace{(p_2 - p_1) v L^2}_{W}}$$ 1

4 $\rightarrow$ $$\boxed{\frac{p_2}{\rho_2^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma}}$$