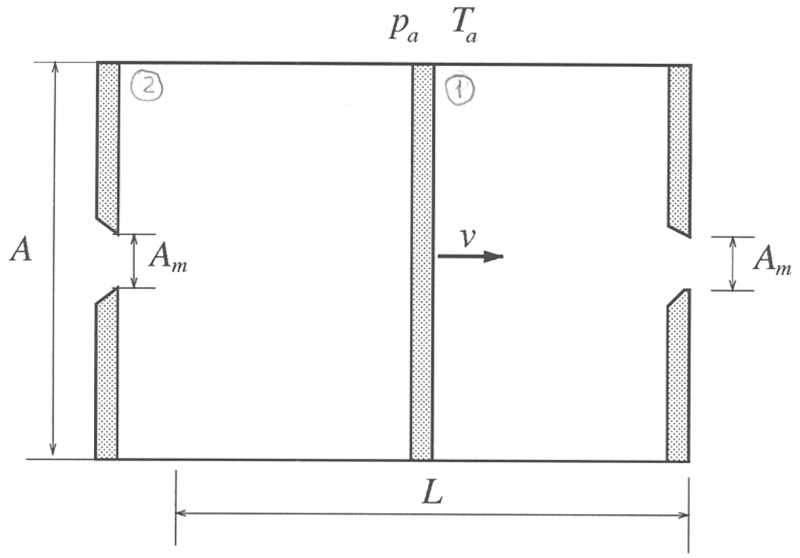
Considere un depósito de forma cilíndrica, de sección recta A y longitud L, que está aislado termicamente y en el que inicialmente la presión y temperatura son las ambientes, p_a y T_a. Este depósito tiene como muestra la figura dos orificios, el de la derecha con sección mínima en la cara exterior y el de la izquierda con sección mínima en la cara interior. Inicialmente en el centro del depósito hay un pistón que separa las dos mitades de aquel y que también es aislante térmico perfecto. El pistón comienza en el instante inicial a moverse hacia la derecha con una velocidad, v constante. Indicar cómo se calcularían la presión y temperatura en las dos mitades como función del tiempo y la fuerza sobre el pistón.



Depósito 1:

$$\begin{cases} \dfrac{d(\rho_1 V_1)}{dt} = -G_1 & (1) \\ \dfrac{p_1}{\rho_1^{\gamma}} = \dfrac{p_a}{\rho_a^{\gamma}} & (2) \\ G_1 = A_m \rho_1 a_1 \left\{ \dfrac{2}{\gamma-1}\left[\left(\dfrac{p_1}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\}^{1/2} \left(\dfrac{p_a}{p_1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} & \end{cases}$$

de las ecuaciones (1) y (3)

$$(V_0 - Avt)\frac{d}{dt}\rho_1 - Av\rho_1 = -A_m \rho_1 a_1 \left\{\frac{2}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_1}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\}^{1/2}\left(\frac{p_a}{p_1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}$$

sustituyendo $p_1 = \dfrac{p_a \cdot \rho_1^{\gamma}}{\rho_a^{\gamma}}$ y $a_1 = a_a \cdot \left(\dfrac{p_1}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}$

nos queda:

$$(V_0 - Avt)\frac{d\rho_1}{dt} - Av\rho_1 = -A_m \rho_1 a_a \left(\frac{\rho_1}{\rho_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}\left\{\frac{2}{\gamma-1}\left[\left(\frac{\rho_1}{\rho_a}\right)^{\gamma-1} - 1\right]\right\}^{1/2}\left(\frac{\rho_a}{\rho_1}\right)^{\gamma+1}$$

integrando esta ecuación para ρ_1, tenemos con (2) $p_1(t)$

Depósito 2

$$\begin{cases} \dfrac{d(\rho_2 V_2)}{dt} = G_2 & (1) \\ \dfrac{d}{dt}(\rho_2 c_v T_2)V_2 - G\left(e_T + \tfrac{1}{2}v_T^2\right) + v\rho_2 c_v T_2 A = p_2 v_T A_m - p_2 v A & \\ G_2 = A_m \cdot \rho_a a_a \left\{\dfrac{2}{\gamma-1}\left[\left(\dfrac{p_a}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\}^{1/2}\left(\dfrac{p_2}{p_a}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} & (3) \end{cases}$$

De (2) se deduce que:

$$\frac{V_2}{\gamma-1}\frac{dp_2}{dt} = G_2 h_a - p_2 v A - \frac{vA}{\gamma-1}p_2$$

$$\frac{(V_0 + Avt)}{\gamma-1}\frac{dp_2}{dt} = A_m \rho_a a_a h_a \left\{\frac{2}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_a}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\}^{1/2}\left(\frac{p_2}{p_a}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} - p_2 v A\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right.$$

Integrando esta ecuación obtenemos $p_2(t)$.

$$F = (p_2 - p_1)A.$$