6. La integración de las cinco ecuaciones anteriores con condiciones iniciales apropiadas (que se piden) determina la evolución temporal de Q, G, ρ_d, p_d y h. Demuestre mediante la introducción de las variables adimensionales $\pi = \rho_d/\rho_a$, $\eta = h/L$ y $\tau = Wt/(p_a L^3)$ que el problema se reduce a integrar las dos ecuaciones diferenciales

$$\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}\tau} = \frac{1}{\pi^\gamma - 1 + \Lambda\eta} \quad \text{y} \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}[\pi(1-\eta)] = -\Delta f(\gamma,\pi), \qquad (\eta(0) = 0,\ \pi(0) = 1)$$

donde

$$f(\gamma,\pi) = \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{1/2} (\pi^{\gamma-1} - 1)^{1/2} \quad \text{si} \quad \pi \leq \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{1/(\gamma-1)}$$

$$f(\gamma,\pi) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-(\gamma+1)/2/(\gamma-1)} \pi^{(\gamma+1)/2} \quad \text{si} \quad \pi > \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{1/(\gamma-1)}$$

y $\Lambda = \rho g L/p_a$ y $\Delta = p_a A\sqrt{\gamma p_a/\rho_a}/W$.

7. Se pide estudiar la solución del problema planteado en el apartado anterior en el límite $\Delta \ll 1$ con Λ de orden unidad. Reduzca la solución a una integral y explique en términos físicos los resultados que se obtienen.

8. Se pide también estudiar la solución en el límite $\Delta \gg 1$ con Λ de orden unidad. Obtenga la evolución de la altura con el tiempo y explique en términos físicos los resultados.