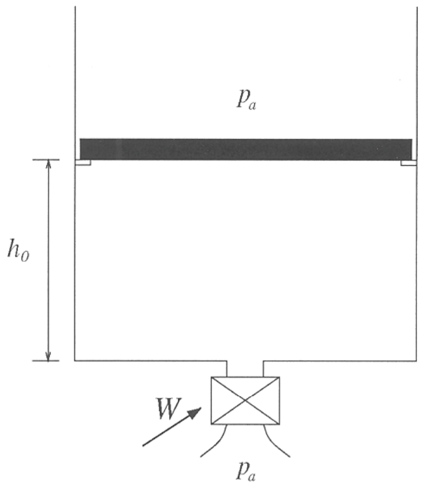
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

MECÁNICA DE FLUIDOS

Para elevar una loseta cilíndrica de área A y masa M inicialmente apoyada a una altura h_0 se propone la instalación neumática de la figura adjunta. Mediante un compresor ideal de potencia W se introduce aire de la atmósfera, que se encuentra a presión y temperatura p_a y T_a, en el interior de la camara situada debajo de la loseta, donde la presión y temperatura iniciales son p_a y T_a. Sabiendo que las paredes de la cámara pueden considerarse adiabáticas en el proceso, se pide determinar el instante t_o en el que la loseta comienza a elevarse, así como la evolución de la altura $h(t)$ a partir de dicho instante.



1ª ETAPA

COMPRESOR: $W = G h_a \left(\left(\frac{p}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$ (1)

CONTINUIDAD: $h_0 A \frac{d\rho}{dt} = +G$ (2)

EC. ENERGIA: $\frac{A h_0}{\gamma-1} \frac{dp}{dt} = G h_e = G h_a + W$ (3)

COMBINANDO (1) y (3) $\rightarrow$ $\frac{A h_0}{\gamma-1} \frac{dp}{dt} = W \left(\frac{G h_a}{W} + 1 \right) = W \left(\frac{1}{\left(\frac{p}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1} + 1 \right)$

DEFINIENDO $\Pi = p/p_a$ y $\frac{(\gamma-1) W}{A h_0 p_a} t = \tau$ $\longrightarrow$ $\frac{d\Pi}{d\tau} = \frac{\Pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\Pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}$ $\rightarrow$ $\int_0^\tau d\tau = \int_1^\Pi \left(1 - \Pi^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) d\Pi$

$\tau_0 = \frac{(\gamma-1) W}{A h_0 p_a} t_0$ ES EL INSTANTE EN EL QUE $\Pi = \Pi_0 = 1 + \frac{Mg/A}{p_a}$ $\quad \tau_0 = \Pi_0 - 1 - \gamma\left(\Pi_0^{1/\gamma} - 1\right)$

SI $\frac{Mg/A}{p_a} = \varepsilon \ll 1$ $\rightarrow$ $\boxed{\tau_0 \simeq \frac{\gamma-1}{2\gamma} \varepsilon^2}$

2ª ETAPA SI DESPRECIAMOS LA INERCIA DE LA LOSETA, $p = p_0 = p_a + \frac{Mg}{A}$

LA EC. DE LA ENERGIA PASA A SER $\frac{A p_0}{\gamma-1} \frac{dh}{dt} = G h_a + W - p_0 A \frac{dh}{dt}$ $\rightarrow$ $\gamma \frac{d\bar{h}}{d\tau} = \frac{\Pi_0^{\gamma-1/\gamma}}{\Pi_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}$

$\boxed{\bar{h} = \frac{h}{h_0} = \frac{1}{\gamma} \frac{\Pi_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\Pi_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1} \tau}$