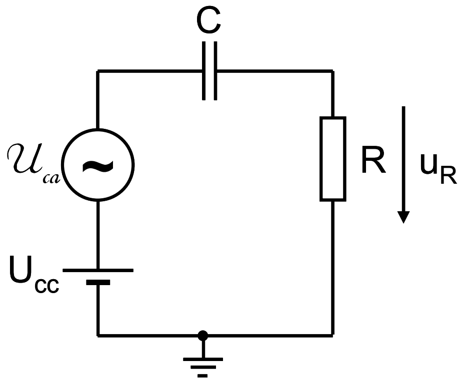
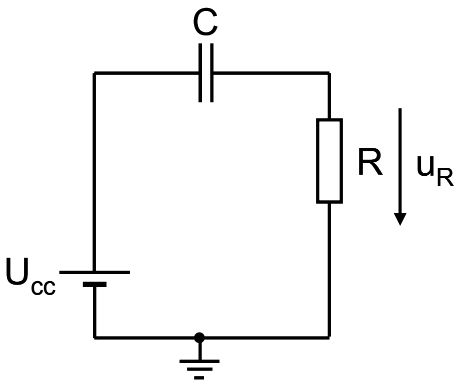
Cuestión

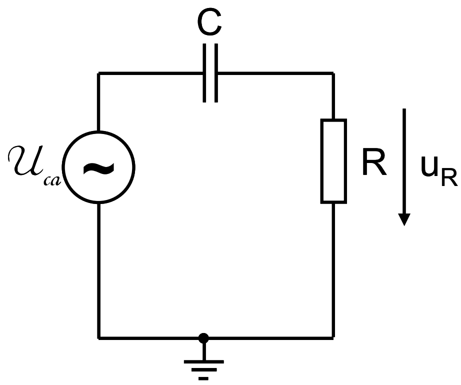
Hallar la tensión en la resistencia en régimen estacionario.



Respuesta

Se aplica superposición, por lo que el problema se divide en los dos siguientes:





Continua

En el de continua se aplica que en régimen estacionario, por ser continua, se debe cumplir que $\frac{dX}{dt}=0$, por lo que $i=C\frac{du_C}{dt}=0 \Rightarrow u_R = R\cdot i = 0$. Por tanto, en régimen estacionario, la fuente de continua no aporta tensión en la resistencia, ya que cae toda en el condensador.

Alterna

En el problema de alterna se aplica divisor de tensión por ser impedancias en serie:

$$\mathcal{U}_R = \frac{\mathcal{Z}_R}{\mathcal{Z}_R+\mathcal{Z}_C}\mathcal{U}_{ca} = \frac{R}{R+\frac{1}{j\cdot\omega\cdot C}}\mathcal{U}_{ca} = \frac{j\cdot\omega\cdot R\cdot C}{1+j\cdot\omega\cdot R\cdot C}\mathcal{U}_{ca}$$

Analizando el término $\frac{j \cdot \omega \cdot R \cdot C}{1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C}$ se puede observar que para frecuencias bajas ($\omega \to 0$), el módulo es 0 y la fase 90º, mientras que para frecuencias altas ($\omega \to \infty$), el módulo es 1 y la fase 0º. Esto quiere decir que para frecuencias bajas, la tensión en la resistencia será prácticamente nula y adelantada 90º respecto a la fuente, mientras que para frecuencias altas, la tensión en la resistencia prácticamente coincide con la de la fuente. Esto se debe a que un condensador se comporta casi como un circuito abierto para frecuencias bajas y casi como un cortocircuito para frecuencias altas.

Para frecuencias medias, el módulo está entre 0 y 1, y la fase entre 90º y 0º. De hecho, la frecuencia característica es $\omega=1/(R \cdot C)$, para la cual el módulo es $1/\sqrt{2}$ y la fase 45º.

Si se quiere la ecuación temporal de la tensión en la resistencia en régimen estacionario senoidal, y suponiendo que $\mathcal{U}_{ca} = U_{ca} \cdot sen(\omega \cdot t)$, se tiene que:

$$u_R(t) = \frac{\omega \cdot R \cdot C}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}} \cdot U_{ca} \cdot sen\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2} - arctg(\omega \cdot R \cdot C)\right)$$

La solución final es la suma de la solución continua y alterna. Como la solución continua es nula en este caso, la solución final coincide con la alterna.