

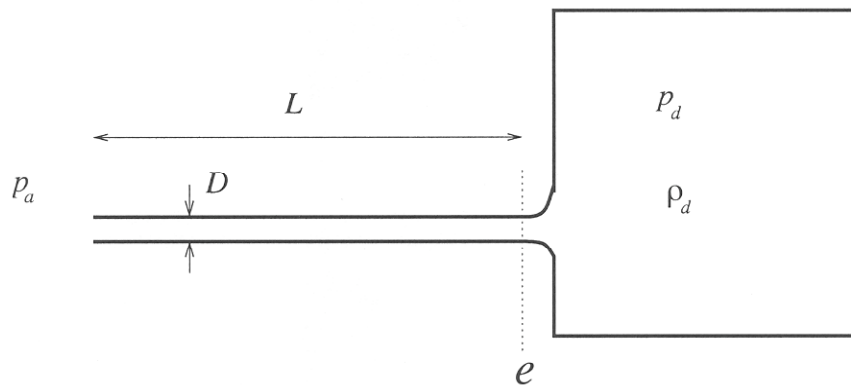
Examen 2005

INGENIERÍA DE FLUIDOS

MOVIMIENTO TURBULENTO

Un depósito de volumen V contiene aire a presión y densidad inicial $p_d = p_i = 6p_a$ y $\rho_d = \rho_i$. El depósito se descarga a la atmósfera a través de un conducto de longitud L y diámetro $D \ll L$. Sabiendo que el conducto y el depósito están aislados térmicamente y que el aire circula por el conducto con movimiento turbulento sin influencia de la viscosidad en la pérdida de carga, siendo $2\lambda L/D = 1$, se pide:

- Determinar la evolución de la presión p_d/p_a y la densidad ρ_d/ρ_i en el depósito como función del tiempo.
- Calcular el instante de tiempo $t = t^*$ en el que el conducto se desbloquea, así como los valores de la presión y densidad en el depósito en dicho instante, p^*/p_a y ρ^*/ρ_i .
- Obtener la cantidad de calor por unidad de tiempo Q que habría que aportar al depósito para que éste continúe bloqueado para $t > t^*$, calculando también la evolución de la presión y densidad en el depósito.



$$t=0: \quad p_d = 6p_a \\ \rho_d = \rho_i \\ a_d = a_i = \sqrt{\gamma p_d / \rho_d}$$

PARA $2\lambda \frac{L}{D} \gg 1$, MIENTRAS $\frac{p_d}{p_a} \gtrsim 2.3$ EN CONDUCTO SE ENCUENTRA BLOQUEADO, CON $M(L)=1$, $M_e=0.6$ Y $\frac{p_d}{p(L)} \approx 2.3$.

DURANTE ESA ETAPA $G = \rho_d a_d \frac{A}{4} \frac{f(M_e)}{\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$

EC. CONTINUIDAD PARA DEPÓSITO

$$V \frac{d\rho_d}{dt} = -\rho_d a_d A f(M_e) = -\rho_d \left(\frac{\rho_d}{\rho_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} a_i A f(M_e)$$

LA EC. ENERGÍA SE REDUCE A

$$\left(\frac{\rho_d}{\rho_i}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_d}{6p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{a_d}{a_i}\right)^2$$

$$\int_1^{\rho_d/\rho_i} \frac{d(\rho_d/\rho_i)}{\left(\rho_d/\rho_i\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}} = -\frac{a_i A}{V} f(M_e) \int_0^t dt \Rightarrow \left(\frac{\rho_d}{\rho_i}\right)^{-\frac{\gamma-1}{2}} - 1 = \frac{\gamma-1}{2} \frac{a_i A}{V} f(M_e) t \Rightarrow \frac{\rho_d}{\rho_i} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{a_i A}{V} f(M_e) t\right]^{\frac{2}{\gamma-1}}$$

$t=t^*$ CUANDO $\frac{p^*}{p_a} = \frac{p_d}{p_a} = 2.3$ Y $\left(\frac{a^*}{a_i}\right)^2 = \left(\frac{2.3}{6}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho^*}{\rho_i}\right)^{\gamma-1}$

$t > t^*$, $p_d = p^* = 2.3 p_a$, $M(L)=1$, $M_e=0.6$, $V \frac{d\rho_d}{dt} = -\rho_d a_d A f(M_e) = -\rho_d \frac{a^*}{\sqrt{\rho_d/\rho_i}} A f(M_e) \Rightarrow \int_1^{\rho_d/\rho_i^*} \frac{d(\rho_d/\rho_i)}{\sqrt{\rho_d/\rho_i}} = -\frac{a^* A}{V} f(M_e) \int_0^t dt$