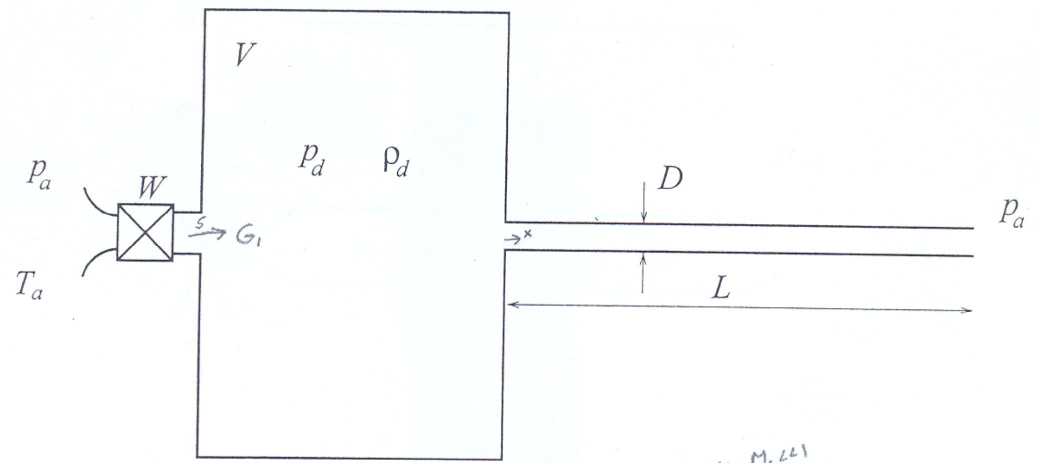
P2) El depósito de volumen V de la figura adjunta, que se encuentra **aislado térmicamente**, contiene aire a presión y densidad inicial $p_d = p_a$ y $\rho_d = \rho_a$, siendo p_a y $\rho_a = p_a/(R_g T_a)$ los valores de la presión y densidad en la atmósfera que rodea al depósito y T_a su temperatura. El depósito se encuentra conectado a la atmósfera a través de un compresor de potencia W, inicialmente parado, y a través de un conducto de longitud L y diámetro D. En un instante dado se pone en marcha el compresor, con lo que comienza a llenarse el depósito, a la vez que comienza a circular el aire a través del conducto hacia el exterior. Se sabe que el movimiento en el conducto, que **no** está aislado térmicamente, es turbulento con un valor del coeficiente de fricción tal que $\lambda L/D \gg 1$. Se pide:

1. Escribir las ecuaciones con condiciones iniciales que permiten determinar la evolución temporal de p_d y ρ_d, así como los valores de los gastos de aire que circulan por el compresor y por el conducto G_1 y G_2.

2. Simplificar las ecuaciones anteriores para determinar los valores finales de p_d, ρ_d, G_1 y G_2 correspondientes a la solución estacionaria que aparece para $t \gg 1$.



① COMPRESOR: $\boxed{W = G\,[h_{0_s} - h_{0_e}]} = G_1 h_a \left[\frac{h_s}{h_a}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_s^2\right) - 1\right] = \boxed{G h_a\left[\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]}$ (1)

$h_{0_e} \to h_a$; $\quad \frac{h_s}{h_a} \to \left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$; $\quad \frac{\gamma-1}{2}M_s^2 \to 0$ si $M_s \ll 1$

2

CONDUCTO: $M_c \ll 1$, $T_c \simeq T_a$

$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} = -\frac{\lambda}{2}\frac{u^2}{D} \Rightarrow p\frac{dp}{dx} = -\frac{\lambda}{2D}\left(\frac{G_2}{A}\right)^2 R_g T_a \Rightarrow p^2(0) - p_a^2 \simeq \boxed{p_d^2 - p_a^2 = \frac{\lambda L}{D} R_g T_a \left(\frac{G_2}{A}\right)^2}$ (2)

$A = \frac{\pi D^2}{4}$; $\quad p_d = p(0)$

2

DEPOSITO $\boxed{V\frac{d\rho_d}{dt} = G_1 - G_2}$ (3), $\quad \boxed{\frac{V}{\gamma-1}\frac{dp_d}{dt} = G_1 h_a + W - G_2 h_d = G_1 h_a + W - G_2 \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_d}{\rho_d}}$ (4)

2 2

$t=0$: $p_d = p_a$, $\rho_d = \rho_a$

---

② $\frac{d}{dt}=0 \Rightarrow G_1 = G_2 = G$,

DE (2) $\to$ $\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^2 = 1 + \frac{\lambda L}{D}\gamma\left(\frac{G}{\rho_a a_a A}\right)^2$

DE (1) $\quad \frac{W}{\rho_a a_a A h_a} = \frac{G}{\rho_a a_a A}\left[\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]$

1.5

ESTAS DOS ECUACIONES DETERMINAN $\boxed{\frac{G}{\rho_a a_a A}\left(\frac{\lambda L}{D}\right)^{1/2} \text{ y } p_d/p_a}$ EN FUNCION DE $\left(\frac{\lambda L}{D}\right)^{1/2}\frac{W}{\rho_a a_a A h_a}$

(Y (4) DETERMINA ρ_d/ρ_a) 0.5