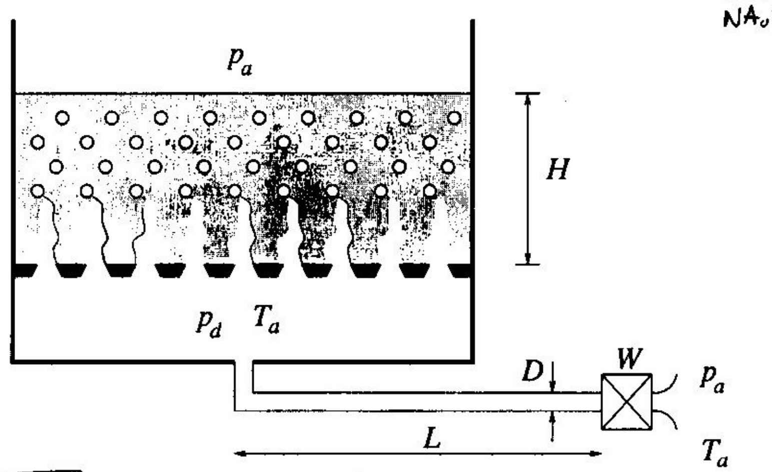
La figura adjunta representa una instalación de tratamiento químico que consta de un depósito de líquido de altura H por el que se hace circular un burbujeo continuo de aire. El aire se inyecta a través de N orificios de área mínima A_o que conectan la base del depósito de líquido con un depósito presurizado de aire situado debajo, el cual se alimenta desde el ambiente a través de un conducto de longitud L y diámetro D en cuyo extremo se coloca un compresor de potencia W. Suponiendo que el compresor se comporta como ideal y presenta un número de Mach pequeño en su salida, que el movimiento en cada orificio corresponde al de una boquilla convergente de área mínima A_o, que el movimiento es el conducto es turbulento con coeficiente de fricción constante tal que $\lambda L/D \gg 1$, que las burbujas no inducen un movimiento apreciable en el líquido y que la temperatura en el depósito permanece igual a su valor ambiente, T_a, se pide:

1. Conocida la geometría de la instalación (H, A_o, L, D), la potencia del compresor W, la densidad del líquido ρ_l y las condiciones ambiente (p_a, ρ_a, h_a, a_a, T_a) escriba las ecuaciones que permiten determinar, para el caso del funcionamiento **estacionario** de la instalación, los valores del gasto total de aire G y del gasto que circula por cada orificio G_o, así como los valores de la presión en la base del depósito de líquido p_b, en el depósito de aire p_d y a la entrada del conducto $p(0)$.

2. Se quiere que el gasto sea en todo momento independientemente de la altura de agua H, por lo que se desea que los orificios permanezcan siempre bloqueados con condiciones sónicas a la salida. Sabiendo que el valor máximo puede alcanzar la altura es $H_{\max} = 0.5 p_a/(\rho_l g)$ y que $\gamma\,(\lambda L/D)[(NA_o)/(\pi D^2/4)]^2 = 1.3$, determine la potencia mínima necesaria para operar la instalación $W_{\min}/(NA_o\rho_a a_a h_a)$. Para $W > W_{\min}$, obtenga ~~los valores de p_d/p_a y $G/(NA_o\rho_a a_a)$ en función de $W/(NA_o\rho_a a_a h_a)$~~. LA ECUACION QUE DETERMINA EL GASTO $\bar{G} = \dfrac{G}{NA_o \rho_a a_a}$ COMO FUNCION DE $\bar{W} = \dfrac{W}{NA_o\rho_a a_a h_a}$.



① EN LA BASE DEL DEPOSITO $\boxed{p_b = p_a + \rho g H}$ A TRAVES DEL COMPRESOR $\boxed{W = G\left[h_{sc}\left(1+\cancel{\frac{\gamma-1}{2}M_{sc}^2}\right) - \underbrace{\left(h_{ec}+\frac{u_{ec}^2}{2}\right)}_{h_a}\right] = G h_a\left[\left(\frac{p(0)}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]}$

POR CONTINUIDAD $\boxed{G = NG_o}$

EN EL CONDUCTO $\frac{1}{\rho}\frac{dp}{ds} = -\frac{\lambda}{D}\frac{v^2}{2} \rightarrow \boxed{p(0)^2 - p_d^2 = \frac{\lambda L}{D} R_g T_a \frac{G^2}{(\pi D^2/4)^2}}$

ORIFICIOS:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{SI } \dfrac{p_d}{p_b} < \left(\dfrac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \rightarrow G_o = \rho_a a_a A_o \dfrac{p_d}{p_a}\left(\dfrac{p_d}{p_b}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2\gamma}}\left[\left(\dfrac{p_d}{p_b}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]^{1/2}\left(\dfrac{2}{\gamma-1}\right)^{1/2} \\ \text{SI } \dfrac{p_d}{p_b} > \left(\dfrac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \rightarrow G_o = \rho_a a_a A_o \dfrac{p_d}{p_a}\left(\dfrac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \end{array}}$$

5 ECS CON 5 INCOGNITAS

② PARA QUE EL ORIFICIO ESTE BLOQUEADO $p_d > p_{d_{min}} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_{b_{max}} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_a\left(1+\frac{\rho g H_{max}}{p_a}\right) \rightarrow \frac{p_d}{p_a} > \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left(1+\frac{\rho g H_{max}}{p_a}\right) = 2.84 = \left(\frac{p_d}{p_a}\right)_{min}$

W_{min} ESTA ASOCIADA A $(p_d/p_a)_{min} \rightarrow \frac{G_{o_{min}}}{\rho_a a_a A_o} = \left(\frac{p_d}{p_a}\right)_{min}\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$, $\left(\frac{p(0)}{p_a}\right)^2_{min} = \left(\frac{p_d}{p_a}\right)^2_{min} + \gamma\frac{\lambda L}{D}\left(\frac{NA_o}{\pi D^2/4}\right)^2\left(\frac{G_o}{\rho_a a_a A_o}\right)^2_{min} \Rightarrow \left(\frac{G_o}{\rho_a a_a A_o}\right)_{min} = 1.643$

$\left(p(0)/p_a\right)_{min} = 3.19$

$$\frac{W_{min}}{NA_o\rho_a a_a h_a} = \left(\frac{G_o}{\rho_a a_a A_o}\right)_{min}\left[\left(\frac{p(0)}{p_a}\right)_{min}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = \boxed{0.6456}$$

PARA $W > W_{min} \rightarrow \bar{G} = \frac{p_d}{p_a}\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$, $\frac{p(0)}{p_a} = \left[\left(\frac{p_d}{p_a}\right)^2 + \gamma\frac{\lambda L}{D}\left(\frac{NA_o}{\pi D^2/4}\right)^2 \bar{G}^2\right]^{1/2} = \bar{G}\left[\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} + \gamma\frac{\lambda L}{D}\left(\frac{NA_o}{\pi D^2/4}\right)^2\right]^{1/2} = 2.07\,\bar{G}$

$$\boxed{\bar{W} = \bar{G}\left[\left(\frac{p(0)}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = \bar{G}\left(2.07\,\bar{G}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}$$