ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

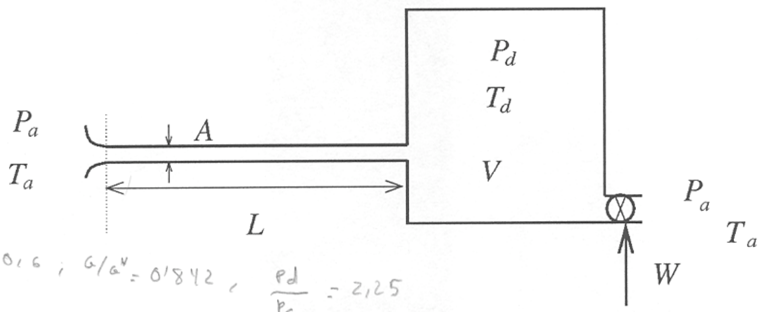
MECÁNICA DE FLUIDOS II — 17-9-97

6.9 Un depósito de volumen V que se encuentra inicialmente a una presión $p_0 = 10p_a$ y densidad $\rho = \rho_0$ está conectado a la atmósfera por un lado mediante un tubo aislado térmicamente de longitud L y diámetro D, y por otro mediante un compresor de potencia W constante que inicialmente se encuentra parado. A partir de un cierto instante $t = 0$, se abre el extremo del tubo, de manera que el aire comienza a descargarse a la atmósfera donde la presión es p_a. Sabiendo que el movimiento en el tubo está dominado por la turbulencia, siendo $2\lambda L/D = 1$. Se pide calcular:

- Flujo másico que sale del depósito en función del tiempo.
- Presión y temperatura en el depósito como función del tiempo.
- Presion, temperatura y velocidad del fluido a la entrada y a la salida del tubo como función del tiempo.
- Instante t_v en que la presión a la salida del tubo alcanza el valor de la presión atmosférica. Calcular la presión p_v y densidad ρ_v en el depósito en ese instante.

A partir del instante t_v se pone en funcionamiento el compresor como ya se ha indicado de forma que la presión del depósito se mantenga constante e igual a p_v.

- Calcular la densidad en el depósito una vez que se ha alcanzado el estacionario.



① Con $\frac{2\lambda s}{D} = 1$ y $M_s = 1 \Rightarrow M(0) = 0{,}6$, $G/G^* = 0'842$, $\frac{p_d}{p_s} = 2{,}25$

al ser en la 1ª etapa isentrópico: $\frac{a}{a_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}$

$G(t) = A\left(\frac{G}{G^*}\right)\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \rho\, a$

Continuidad: $\begin{cases} V\frac{d\rho}{dt} = -A\left(\frac{G}{G^*}\right)\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \rho^{\frac{\gamma+1}{2}} \frac{a_0}{\rho_0^{\frac{\gamma-1}{2}}} \\ \rho(0) = \rho_0 \end{cases}$ haciendo $\bar\rho = \frac{\rho}{\rho_0}$ y $\bar t = t\frac{A}{V}\left(\frac{G}{G^*}\right)\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} a_0$

$\begin{cases} \frac{d\bar\rho}{d\bar t} = -\bar\rho^{\frac{\gamma+1}{2}} \\ \bar\rho(0) = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{1-\gamma}\left(\bar\rho^{\frac{1-\gamma}{2}} - 1\right) = -\bar t \Rightarrow \bar\rho = \left(\frac{-1+\gamma}{2}\bar t + 1\right)^{\frac{2}{1-\gamma}}$

Metiendo esta expresión en el gasto tenemos $G(t)$.

② $\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \Rightarrow p = \rho^\gamma \frac{p_0}{\rho_0^\gamma}$, $\frac{T}{\rho^{\gamma-1}} = \frac{T_0}{\rho_0^{\gamma-1}} \Rightarrow T = \frac{\rho^{\gamma-1}}{\rho_0^{\gamma-1}} \cdot T_0 \quad \left(T_0 = \frac{p_0}{R_g \rho_0}\right)$

③ Entrada: $M(0) = 0{,}6 \Rightarrow \frac{T}{T_e} = 1 + \frac{\gamma-1}{2}(0{,}6)^2 = \left(\frac{p}{p_e}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho}{\rho_e}\right)^{\gamma-1}$ ⇒ Tenemos todas las magnitudes a la entrada como función del tiempo.

Salida: $h_{oe} = h_{os} \Rightarrow T_s\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_s^2\right) = T_e\left(1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)M_e^2\right)$

$p_s = \frac{p}{2{,}25}$ $\quad T_s = T_e \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_e^2\right)}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \Rightarrow \rho_s = \frac{p_s}{R_g T_s}$.

④ De la ecuación $p_s(t) = \frac{p(t)}{2{,}25} = p_a$, sacamos t_v, $p(t_v) = p_a \cdot 2{,}25$; $\rho(t_v) = (p_a \cdot 2{,}25)^{1/\gamma} \cdot \frac{\rho_0}{p_0^{1/\gamma}}$