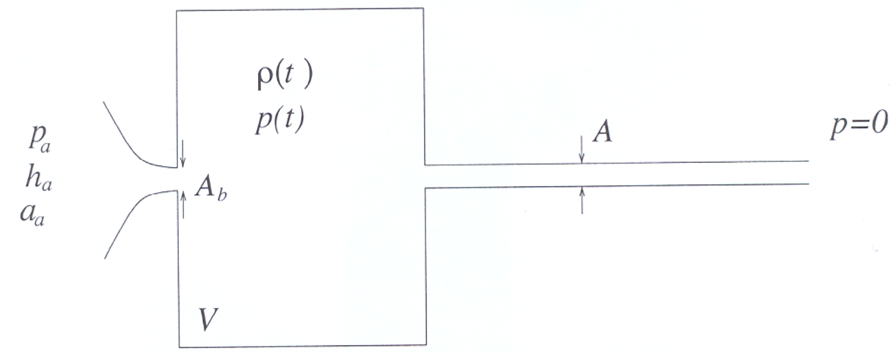
El depósito de volumen V de la figura adjunta se encuentra conectado al vacio a través de un conducto de longitud L y área transversal $A = \pi D^2/4$. El depósito, inicialmente vacio, se conecta en un instante dado a la atmósfera, cuyas propiedades (p_a, a_a, h_a, etc) son constantes, a través de una boquilla de área mínima A_b. En el proceso de carga del depósito, parte del aire que entra se descarga al vacio a través del conducto. Sabiendo que tanto el depósito como el conducto se encuentran aislados térmicamente y que el movimiento en el conducto es turbulento con un coeficiente de fricción tal que $2\lambda L/D = 1$, se pide:

- Escribir las ecuaciones con condiciones ~~de contorno~~ INICIALES, que permiten determinar la evolución temporal de la presión y densidad en el depósito $p(t)$ y $\rho(t)$.
- Obtener los valores finales de p y ρ correspondientes al estado estacionario que se alcanza para tiempos largos. Considere separadamente los casos en los que la boquilla se encuentra o no bloqueada.



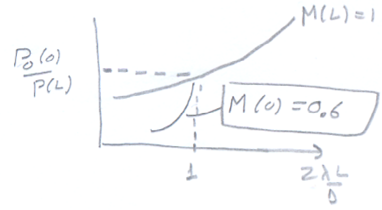
1) DEPOSITO $\boxed{V\dfrac{d\rho}{dt} = G_b - G_c}$ (1)

$h = c_pT = \dfrac{\gamma}{\gamma-1}\, p/\rho$

$t=0, \ \rho = p = 0$

$$\boxed{\frac{V}{\gamma-1}\frac{dp}{dt} = G_b h_a - G_c h = G_b h_a - G_c \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho}} \quad (2)$$

CONDUCTO: COMO DESCARGA AL VACIO SE ENCUENTRA BLOQUEADO



$$\boxed{G_c = \rho(0)\,U(0)\,A = \rho\sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}}\,A\,\overbrace{\frac{M(0)}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2(0)\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}}^{0.487}} \quad (3)$$

BOQUILLA (4)

SI $\dfrac{p_a}{p} > \left(\dfrac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \rightarrow$ BOQUILLA BLOQUEADA $G_b = \rho_a a_a A_b\left(\dfrac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$

SI $\dfrac{p_a}{p} < \left(\dfrac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \rightarrow p_b = p \rightarrow G_b = \rho_a a_a A_b\left(\dfrac{p_a}{p}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2\gamma}}\left[\left(\dfrac{p_a}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]^{1/2}\left(\dfrac{2}{\gamma-1}\right)^{1/2}$

4 ECS CON 4 INCOGNITAS p, ρ, G_c y G_b

2) EN EL ESTACIONARIO, $\overset{(1)}{G_b = G_c}$, $\overset{(2)}{h = \dfrac{\gamma}{\gamma-1}\dfrac{p}{\rho} = h_a} \rightarrow T = T_a \Rightarrow \boxed{\dfrac{\rho}{\rho_a} = \dfrac{p}{p_a}}$

BOQUILLA BLOQUEADA $\rho \cancel{a} A\, 0.487 = \rho_a \cancel{a_a} A_b\left(\dfrac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \rightarrow \boxed{\dfrac{\rho}{\rho_a} = \dfrac{A_b}{A}\dfrac{1}{0.487}\left(\dfrac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \dfrac{p}{p_a}}$ PORQUE $T=T_a$

HAY BLOQU[EO] SI $\dfrac{p}{p_a} < \left(\dfrac{2}{\gamma+1}\right)$ [...] O SEA SI $\dfrac{A_b}{A} < 0.487\left(\dfrac{2}{\gamma+1}\right)^{1/...}$ $= 0.445$

BOQUILLA NO BLOQUEADA $\rho \cancel{a} A\, 0.487 = \rho_a \cancel{a_a} A_b\left(\dfrac{p_a}{p}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2\gamma}}\left[\left(\dfrac{p_a}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]^{1/2}\left(\dfrac{2}{\gamma-1}\right)^{1/2}$

QUE SE PUEDE DESPEJAR PARA DAR $\dfrac{p}{p_a} = \dfrac{\rho}{\rho_a} = \left[\dfrac{1}{2}\left(1+\sqrt{2(\gamma-1)\left(0.487\dfrac{A}{A_b}\right)^2}\right)\right]^{-\gamma/\gamma-1}$