Escuela Politécnica Superior
1^{er} Curso · Grado en Ingeniería Informática
Cálculo · Examen Final · Conv. Ordinaria · Parte 1

CALIFICACIÓN:

NOMBRE Y APELLIDOS						
CURSO	**1º**	GRUPO		Tiempo	**1 hora**	**A**

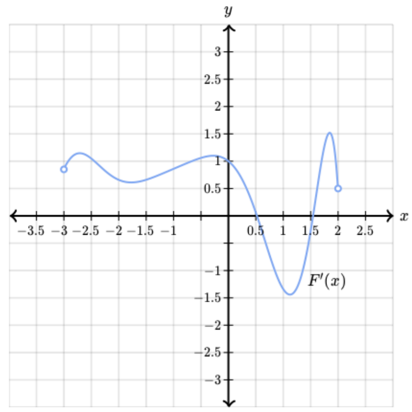
Cada pregunta vale 1 punto:
- *0,5 puntos si la respuesta elegida es la correcta*
- *0,5 puntos si la justificación de la respuesta es correcta*
- *Se restará 0,25 puntos si la respuesta elegida es incorrecta*

No se permite escribir fuera de los recuadros ni tachaduras

Pregunta 1		Calcula $e^{i\pi}+1$
A	0	*Justificación* Se trata de la famosa ecuación de Euler. Podemos resolverla calculando $e^{i\pi}$ es un complejo de módulo 1 y argumento π, es decir, -1, por tanto $e^{i\pi}+1=0$
B	1	
C	π	
D	$-\pi$	

Pregunta 2		Calcula: $$\arg\left(\frac{2i}{1-\sqrt{3}i}\right)$$
A	$-\frac{2\pi}{5}$	*Justificación:* El argumento de un cociente es la diferencia de los argumentos. $$\arg(2i)=\frac{\pi}{2}$$ $$\arg(1-\sqrt{3}i)=arctag(-\sqrt{3})=-\frac{\pi}{3}$$ Por tanto: $$\arg\left(\frac{2i}{1-\sqrt{3}i}\right)=\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{5\pi}{6}$$
B	$\frac{\pi}{6}$	
C	$\frac{5\pi}{6}$	
D	$-\frac{\pi}{5}$	

Pregunta 3		Las raíces de la ecuación $2z^2+z+9=0$ tienen la forma $$\frac{-1}{4}\pm\frac{\sqrt{k}}{4}i$$ ¿cuánto vale k?
A	71	*Justificación:* Resolvemos la ecuación: $$z=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot 2\cdot 9}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{-71}}{4}=\frac{-1}{4}\pm\frac{\sqrt{71}}{4}i$$
B	-71	
C	35	
D	-35	



Pregunta 4		Sea $F(x)$ una función continua en el intervalo $[-3,2)$ La gráfica representa la primera derivada. ¿Cuántos puntos de inflexión presenta la función en dicho intervalo?
A	1	*Justificación:* Un punto de inflexión es aquel en que la concavidad de la función cambia. Una función es cóncava hacia arriba cuando su segunda derivada es positiva, y hacia abajo cuando es negativa. Mirando el gráfico, cuando $f'(x)$ es creciente su derivada segunda es positiva $f''(x) > 0$, y cuando es decreciente la derivada segunda es negativa. Esto significa que cualquier punto de la gráfica de $f'(x)$ donde ésta cambia de creciente a decreciente o viceversa, coincide con un punto donde cambia la concavidad, o lo que es lo mismo, el número de extremos locales (máximos o mínimos) en $f'(x)$ coincide con el número de puntos de inflexión de $f(x)$.
B	2	
C	3	
D	4	
E	5	

Pregunta 5		La función: $f(x) = cotg(x)$ es… (señala la respuesta correcta)
A	Par	*Justificación:* $f(x) = cotg(x) = \dfrac{\cos(x)}{sen(x)}$ $f(-x) = cotg(-x) = \dfrac{\cos(-x)}{sen(-x)} = \dfrac{\cos(x)}{-sen(x)} = -f(x)$
B	Impar	
C	Simétrica respecto a OX	
D	No tiene simetrías	

Pregunta 6		Sea $f(x) = \sqrt{x^3 + 8x},\ para\ x > 0$. ¿Para qué valor de x la función presenta un punto crítico?
A	$\frac{3}{8}$	*Justificación:* $f'(x) = \dfrac{3x^2 + 8}{2\sqrt{x^3 + 8x}} = 0$ El numerador nunca se anula y el denominador tampoco ya que la función sólo está definida para valores de $x > 0$.
B	$\frac{8}{3}$	
C	$\sqrt{8}$	
D	No tiene	

<table>
<tr><th colspan="2">Pregunta 7</th><td>Dada la función $f(x)=\sqrt{4+16x^2}$. ¿Cuál es la ecuación de su asíntota oblicua?</td></tr>
<tr><td>A</td><td>$y=-4x+4$</td><td rowspan="4">Justificación:
$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4+16x^2}}{x}=4$$
$$n=\lim_{x\to\infty}\sqrt{4+16x^2}-4x=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{4+16x^2}-4x\right)\left(\sqrt{4+16x^2}+4x\right)}{\sqrt{4+16x^2}+4x}=$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4}{\sqrt{4+16x^2}+4x}=0$$
Por tanto la ecuación de la asíntota oblíicua es: $y=4x$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$y=-x+4$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$y=4x$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>No tiene</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Pregunta 8</th><td>Sea $h(x)$ una función derivable dos veces, y sea
$h(-2)=2\,, h'(-2)=0\ \ y\ h''(-2)=-1$.
¿Qué le ocurre a la gráfica de $h(x)$ en el punto $(-2,2)$?</td></tr>
<tr><td>A</td><td>máximo</td><td rowspan="4">Justificación:
Si $h'(-2)=0\ \ y\ h''(-2)=-1<0$, la función presenta un máximo</td></tr>
<tr><td>B</td><td>mínimo</td></tr>
<tr><td>C</td><td>Punto de inflexión</td></tr>
<tr><td>D</td><td>No tenemos información</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Pregunta 9</th><td>Dada la función $f(x)=\frac{x^2-12x+35}{x-4}$. ¿Cuál de las respuestas corresponde al comportamiento de la función en $x=4$?</td></tr>
<tr><td>A</td><td>$x\longrightarrow 4^-, f(x)\longrightarrow +\infty$
$x\longrightarrow 4^+, f(x)\longrightarrow +\infty$</td><td rowspan="4">Justificación:
$$\lim_{x\to 4^-}\frac{x^2-12x+35}{x-4}=\frac{(x-5)(x-7)}{x-4}=\frac{(-)(-)}{(-)}=-\infty$$
$$\lim_{x\to 4^+}\frac{x^2-12x+35}{x-4}=\frac{(x-5)(x-7)}{x-4}=\frac{(-)(-)}{(+)}=+\infty$$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$x\longrightarrow 4^-, f(x)\longrightarrow -\infty$
$x\longrightarrow 4^+, f(x)\longrightarrow +\infty$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$x\longrightarrow 4^-, f(x)\longrightarrow +\infty$
$x\longrightarrow 4^+, f(x)\longrightarrow -\infty$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$x\longrightarrow 4^-, f(x)\longrightarrow -\infty$
$x\longrightarrow 4^+, f(x)\longrightarrow -\infty$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Pregunta 10</th><td>Hallar el dominio de la función
$$f(x)=\frac{\log\left(25-x^2\right)}{\sqrt{x^2+3x-4}}$$</td></tr>
<tr><td>A</td><td>$(-5,5)$</td><td rowspan="4">Justificación:
El numerador está definido siempre que:
$$25-x^2>0\Longrightarrow 25>x^2\Longrightarrow -5<x<5$$
El denominador está definido siempre que
$$x^2+3x-4>0\Longrightarrow (x+4)(x-1)>0\Longrightarrow\begin{cases}x+4>0\wedge x-1>0\Longrightarrow x>1\\ x+4<0\wedge x-1<0\Longrightarrow x<-4\end{cases}$$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$(1,5)$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$(-5,-4)\cup(1,5)$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$(-\infty,-5)$</td></tr>
</table>