

## Parcial de Matemáticas.

2 de Noviembre de 2017.

Apellidos:	Nombre:	Firma:
DNI:	Grupo:	

El alumno debe responder razonadamente, justificando sus respuestas.

No se permite el uso de calculadora. Duración: 3 horas.

Puntos 1. Sean los siguientes vectores:

$$\vec{e}_1 = (1, 0, 0, 2), \vec{e}_2 = (3, 0, 1, 5), \vec{e}_3 = (4, 0, 2, 6), \vec{e}_4 = (-4, 0, -1, -7)$$

y  $U$  el subespacio generado por estos vectores:  $U := \langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \rangle$

1 a) Obtener una base de  $U$  y sus ecuaciones cartesianas.

0.5 b) En el caso que sobren vectores, elegir uno de ellos y obtener sus coordenadas con respecto a la base de  $U$ .

2. Dada la aplicación lineal definida por  $f(x, y, z) = (x + z, y - z, x + y)$ .

1.5 a) Obtener los subespacios Núcleo e Imagen de  $f$ , dando sus ecuaciones, dimensiones y una base de los mismos.

0.5 b) Discute para qué valores de  $k \in \mathbb{R}$ ,  $(k, 1, 1) \in \text{Im } f$  y para qué valores  $(k, 1, 1) \in \text{Nuc } f$ .

1.5

3. Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Estudiar si  $A$  es diagonalizable, y en caso afirmativo, obtener la matriz diagonal  $D$ , la matriz de paso  $P$  y comprobar que se verifica la relación  $D = P^{-1}AP$ .

1.5

4. Hallar las asíntotas de la curva  $\left( \frac{t^3}{(t-1)(t+2)}, \frac{t^2-2t}{t-1} \right)$ 5. Sea la superficie definida por  $f(x, y) = (1-x)^2 + 100(y-x^2)^2$ 

1.5

a) Hallar el plano tangente y la recta normal a dicha superficie en el punto  $P = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ .

0.5

b) ¿En qué punto de la superficie su recta normal es  $-25x = \frac{2y-1}{4} = -50z + 1300$ ?

1.5

6. Hallar los puntos críticos de la función

$$f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$$

y estudiar su naturaleza.